

В.М.ГРИЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»;

О.С. ТОМІН, студент, НТУ «ХПІ»;

С.Г.ЛОМОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»;

ДИНАМІЧНІ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНІ МОДЕЛІ ВАЛІВ ТРАНСМІСІЙНИХ МАШИН В ANSYS

Конструкції машинних агрегатів є різноманітними. До складу силових передач входять такі вузли та деталі як колінчастий вал, зубчасті колеса, планетарні механізми, коробки передач та інші. З ростом швидкостей значно активізуються вібраційні процеси. Прогнозування поведінки таких об'єктів пов'язане з використанням різноманітних розрахункових моделей, методів, програмного забезпечення. Нові можливості надають сучасні скінченно-елементні комплекси як ANSYS, використання тривимірних моделей. Це дає можливість більш адекватно враховувати математичну та і детальну геометричну інформацію. В роботі обговорюються підходи побудови простих еквівалентних моделей всього машинного агрегату як єдиної динамічної системи. В якості приклада розглянуті типові елементи силової передачі вал і система вал-зубчасте колесо. Виконані розрахунки спектра частот при використанні як традиційних дискретних, континуальних, так і скінченно-елементних моделей програмного пакета ANSYS. Порівняння результатів показало, що має місце як задовільна для інженерних розрахунків точність так і деякі відхилення.

Ключові слова: спектр частот, трансмісії, зубчасті колеса, скінченно-елементні моделі.

1 Актуальність проблеми. З ростом енергонасиченості машин та механізмів, зі збільшенням швидкостей значно активізуються вібраційні процеси, що негативно впливають на різні аспекти їх функціонування такі як точність виконання технологічного процесу, ресурс роботи, надійність та інші. Конструкції машинних агрегатів різноманітні і в загальному випадку включають привідні механізми, агрегати та вузли робочої машини, що з'єднані силовою передачею. Їх трансмісії представляють собою складний розгалужений кінематичний ланцюг, в склад якого входять такі вузли та деталі як колінчастий вал, муфти, вали, зубчасті колеса, карданні передачі, планетарні механізми, коробки передач, приводи до механізмів та інші, які поєднані між собою кінематичними парами різних класів (рис. 1, 2).

Небезпека виникнення значних вібрацій має місце в багатьох конструкціях. Тому моделювання динамічних процесів, розробка методів розрахунку величин та характеру динамічних навантажень з урахуванням пружності ланок є важливою складовою процесу проектування. Динаміка машин, що включає в себе різноманітні складні задачі сучасного машинобудування, потребує вдосконалення та розвитку надійних методів розрахунку.

2 Аналіз існуючих підходів динамічного моделювання машин та формування простих економічних моделей ланок. Для створення та модернізації машин необхідна максимальна автоматизація проектно-конструкторсь-

ких та дослідницьких робіт. До найбільш складних та трудомістких відносяться розрахунки вібраційного стану та надійності при динамічних навантаженнях. Розробка САПР припускає наявність розвинутого математичного забезпечення всіх основних видів розрахунків, зокрема, для машин з ДВЗ – крутильних коливань та інших динамічних процесів.

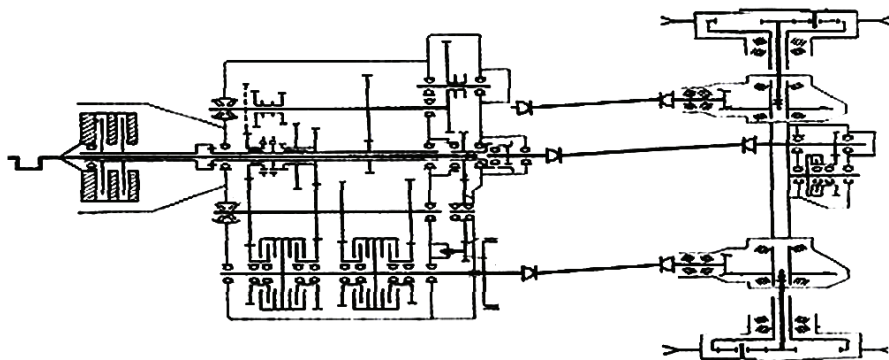


Рисунок 1 – Схема трансмісії трактора

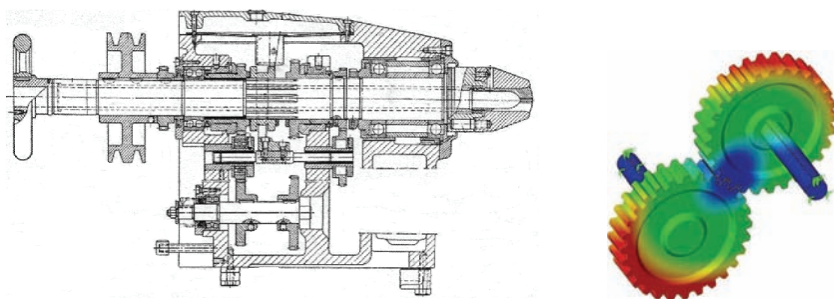


Рисунок 2 – Вузли трансмісії верстата

В практиці теоретичних досліджень та методів розрахунку значно більша увага приділяється моделям окремих елементів а поза увагою залишаються питання взаємопов'язаних динамічних процесів всієї машини. Нові сучасні типи силових установок є надзвичайно складними об'єктами для моделювання. Це системи з великою кількістю степенів вільності, зі значним числом як лінійних так і нелінійних пружних елементів, поєднаних рухомими кінематичними парами різних класів. Розповсюдження вібрацій по таким конструкціям неможливо розглядати ізольовано один від одного, так як машина та приєднані конструкції представляють собою єдину коливальну систему.

Достовірність прогнозування поведінки таких об'єктів пов'язана з використанням адекватних розрахункових моделей, з наявністю ефективних методів вирішення рівнянь в частинних похідних. В силу великого різноманіття

конструкцій та режимів в практиці проведення розрахунків використовуються різні моделі, методи, програмне забезпечення, значна частина яких розроблялась на протязі минулих десятиліть. Прийняті при побудові розрахункових схем спрощення перевірялись досвідом багаторічних досліджень. Загалом розроблений апарат проявив себе як спроможний вирішувати поставлені складні проблеми, дозволяв оперативно задовольняти потреби конструкторських бюро в моделюванні та прогнозуванні поведінки машин. Та треба зауважити, що певною мірою підходи були зорієнтовані на «ручну» роботу.

Обчислювальний процес динаміки складних механічних систем представляється у вигляді послідовних етапів, що тісно пов'язані один з одним, та основний зміст яких не змінюється для різних задач. Він включає, зокрема, питання визначення схеми коливальної системи та побудови для неї дискретної розрахункової моделі; побудови математичної моделі руху машини; розрахунку вільних коливань та інші.

Так, наприклад, крутні системи колінчастих валів автомобільних і тракторних двигунів включають колінчастий вал та пов'язані з ним рухомі маси. Дійсну трансмісію силової установки замінюють еквівалентною їй, яка після приведення представляє собою ланцюгову розгалужену багатомасову систему, подібну тій, що зображена на рис. 3.

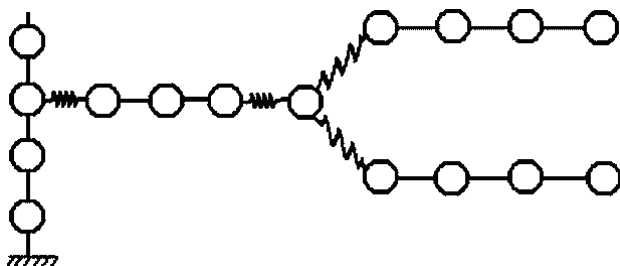


Рисунок 3 – Еквівалентна приведена модель трансмісії трактора

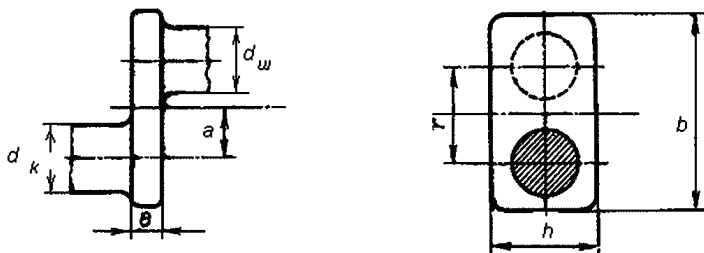


Рисунок 4 – Модель щоки колінчастого вала

Маси колін вала та пов'язаних з ними шатунів і поршнів, маси маховика, зубчастих коліс та інших замінюють еквівалентними зосередженими. Для

обчислення інерційних характеристик, наприклад, щоки колінчастого валу (рис.4), вона в найпростішому випадку представляється у вигляді паралелепіпеда, і її момент інерції відносно осі колінчастого вала $I_{\text{ш}}$ може бути таким:

$$I_{\text{ш}} = \rho \cdot e \frac{h \cdot b}{12} (h^2 + b^2). \quad (1)$$

Аналогічний підхід використовується для наближеного обчислення інерційно-пружних параметрів інших ланок моделі. Моменти інерції більш складних знаходяться як сума моментів інерції окремих частин.

З позицій сьогодення, в час стрімкого розвитку РС існує можливість в оновленні окремих підходів моделювання динамічної поведінки машин. Такі можливості надають сучасні інформаційні технології. На сьогодні існують різноманітні програмні продукти, які можуть значно полегшити та прискорити процес побудови, розрахунку, а також перевірки отриманих результатів. Це такі стандартизовані на міжнародному рівні скінченно-елементні комплекси як ANSYS та інші.

Основу вирішення сучасних проблем механіки складають чисельні методи, головним з яких є метод скінченних елементів (МСЕ) та використання переважно тривимірних моделей машинобудівних конструкцій. Це дає можливість більш адекватно враховувати як математичну інформацію (характер поведінки, історію, взаємодію) так і детальну геометричну інформацію (складну геометрію, граничні умови, характеристики матеріалу, інтенсивні умови роботи та інше). Використання нових технологій значно скорочує частку «ручної» праці, є передумовою автоматизації процесу розрахунків.

З іншого боку вже зараз при обчисленнях складних конструкцій МСЕ виникають ускладнення через багатократне збільшення розміру задач, які потрібно усувати різними прийомами.

В цьому контексті для розрахунку динамічних процесів в складних трансмісійних та енергетичних машинах як єдиних динамічних, з використанням комп'ютерних технологій, розглядається підхід, що включає:

1) *декомпозицію конструкції* – складна конструкція розбивається на окремі частини (вали, шатуни, зубчасті колеса, лопатки та інші);

2) *побудову СЕ* – побудова параметричних моделей окремих стандартних елементів трансмісійних та енергетичних машин засобами ANSYS (компресорна лопатка ГТД, зубчасте колесо трансмісії і таке інше);

3) *побудову KiddyModel* – пониження порядку рівняння елемента на основі суперелементного підходу;

4) *конденсацію всієї конструкції* – побудова рівняння конструкції на рівні суперелементів (рівняння пониженого порядку).

Таким чином, представляється перспективним «агрегатний» підхід (по частинам), коли рівняння складних систем будуються на основі СЕ-моделей деталей після їх суперелементної модифікації з наступним спряженням в кінематичних парах. Таке пониження порядку можливе різними шляхами. Один з них – суперелементний підхід, результатом якого будуть сконденсо-

вані матриці кожної з деталей. Значна економія та вигоди можуть бути коли рівняння СЕ одержані по результатам роботи РС.

Розглянемо на прикладах деякі можливості, які надають засоби ANSYS, та які можуть бути використані в реалізації цього підходу.

3 Визначення спектра частот прямого вала на основі скінченно-елементної ANSYS-моделі та класичної континуальної.

До складу силових передач різних типів машин входить група одних і тих же конструктивних елементів, призначення яких полягає в передачі силового потоку від двигуна до робочої машини, тобто до споживача. Це вали, зубчасті колеса, муфти і таке інше. Вони відрізняються своєю формою, розмірами, конкретними функціями та іншим. Вигодно розглядати для них шаблони у вигляді параметричних скінченно-елементних моделей. Один з них приведено на рис. 5. Це консольний прямий вал, чисельні характеристики якого прийняті такими:

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \nu = 0,3, \quad \rho = 7800 \text{ кг/м}^3, \quad l_v = 0,2 \text{ м}, \quad d_v = 0,02 \text{ м}.$$



Рисунок 5 – Модель консольного вала:
а – ANSYS-модель; б – континуальна модель)

В практичних розрахунках систем, до яких відносяться трансмісійні та турбомашини, зручною стала класифікація по видам деформацій (поздовжніх, крутих та згинальних). Математичні моделі у вигляді стержнів детально розроблені та вивчені. З появою об'ємних СЕ з'явилась можливість оцінити виправданість використання грубих гіпотез типу «плоских перерізів».

Визначимо розходження в значеннях основних власних частот двох моделей вала. Для частот континуальної при поздовжніх, крутих та згинальних коливаннях використовуються класичні формули теорії коливань стержнів:

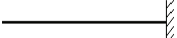
$$\omega_{\text{пл}} = \frac{\pi}{2 \cdot l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}; \quad \omega_{\text{кр1}} = \frac{\pi}{2 \cdot l} \sqrt{\frac{G}{\rho}}; \quad \omega_{\text{зг1}} = \left(\frac{1,875}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho F}}. \quad (2)$$

В табл. 1 наведена нижня частина спектра для значення діаметра вала (d_v) 0,02 м, та довжини (l_v) 0,2 м.

Нижче наведені форми згинальних та крутих коливань основної частини спектра (рис. 6).

Характер відмінностей спектрів частот, що обчислені по об'ємній моделі ANSYS (жирна лінія) та континуальній (тонка) теорії коливань в залежності від співвідношення d_v/l_v – діаметра вала до його довжини (короткі та довгі вали), показаний на рис.7.

Таблиця 1 – Спектр частот вала (Гц)

Номер частоти	 ANSYS-модель, Гц	 Континуальна модель, Гц
1 згинальна	370,48	362,9
2 згинальна	370,76	362,9
3 згинальна	2371,6	2268,8
4 згинальна	2392,5	2268,8
1 крутна	4063,2	4022,4
1 поздовжня	6537,6	6485,9
5 згинальна	6693,2	-
6 згинальна	6740,9	-

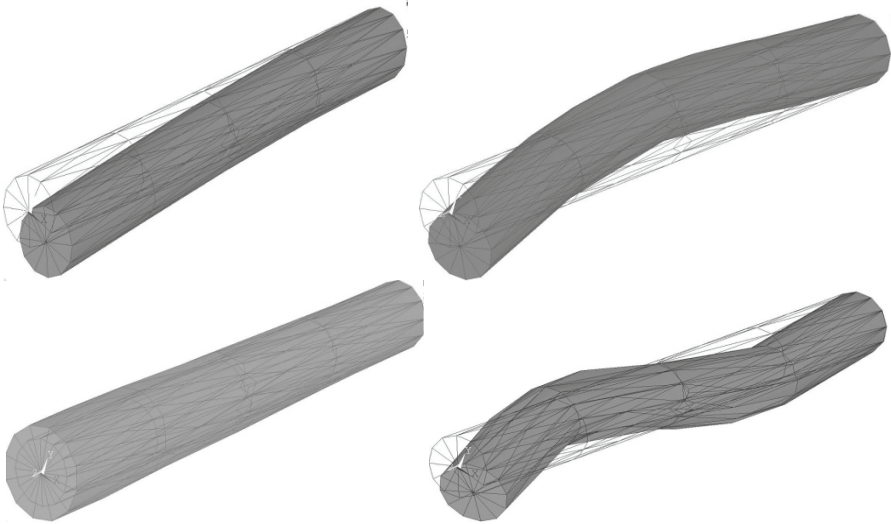


Рисунок 6 – Власні форми коливань вала

Для моделювання вала використані SE типу Solid186. Кількість рівнянь порядку 3000. Варіювання кількістю SE приводить до зміни величин частот в межах 1 %.

Проведені чисельні розрахунки дозволяють зробити певні висновки:

1. ANSYS – та континуальні моделі стержнів в основній частині спектра дають адекватні прогнозовані значення частот та форм;
2. Частоти крутних та поздовжніх коливань моделей добре співпадають між собою як для довгих так і для коротких валів;
3. Континуальна модель згинальних коливань має задовільну точність лише для випадку довгих валів.

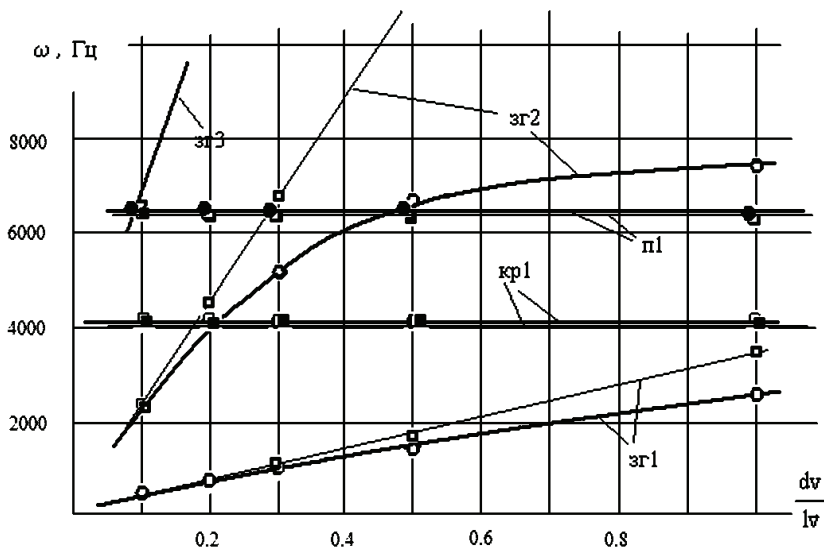


Рисунок 7 – Порівняння спектрів частот вала для ANSYS-моделі та класичної в залежності від її відносної довжини

4 Спектр частот консольного вала з зубчастим колесом на основі ANSYS-моделі та моделі Релея з одним ступенем вільності

Зубчасті колеса – це одні з найважливіших деталей різних типів машин, які входять до коробок передач, планетарних механізмів та інших вузлів. Зазвичай, в дискретних моделях їх вважають зосередженими матеріальними точками, вплив яких враховують силами та моментами сил інерції. Особливість даного випадку полягає в тому, що МСЕ – моделювання зубчастого колеса виконується елементами такого ж типу як і вала, тому це приклад системи, у якій суттєво відрізняються характеристики жорсткості її частин. Параметрична СЕ - модель системи вал - зубчасте колесо приведена на рис. 8. При цьому на відміну від варіанту дискретної моделі, де значною є частка «ручної» роботи, при побудові геометрії в ANSYS можливо прийняти до уваги основні положення нормативних документів та стандартів при проектуванні зубчастого евольвентного зацеплення.

Чисельні характеристики моделі прийняті такими: $E = 2.1 \cdot 10^{11}$ Па; $\nu = 0.3$; $\rho = 7800$ кг/м³; $l_v = 0.2$ м; $d_v = 0.02$ м; $m = 4$ мм (модуль колеса); $z = 20$ (кількість зубців); $\alpha = 20^\circ$ (кут профілю).

Є загальне розуміння того, як приводиться розподілена маса вала до дискретних параметрів. У відповідності до підходу Релея характер деформації системи, що знаходиться під дією динамічних навантажень, приймається відповідною до статичного деформованого стану. Будемо також виділяти позовжні, крутні та згинальні коливання.

Для оцінки основних частот коливань системи з одним ступенем вільно-

сті використаємо енергетичне співвідношення Релея:

$$\omega_1^2 \cong U_{\max} / T'_{\max},$$

де $T'_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} \rho F X(x)^2 dx$; $U_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} E F X'(x)^2 dx$ – для поздовжніх;

$T'_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} \rho I_p X(x)^2 dx$; $U_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} G I_p X'(x)^2 dx$ – для крутних;

$T'_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} \rho F X(x)^2 dx$; $U_{\max} = \frac{1}{2} \int_0^{l_v} E I X''(x)^2 dx$ – для згинальних.

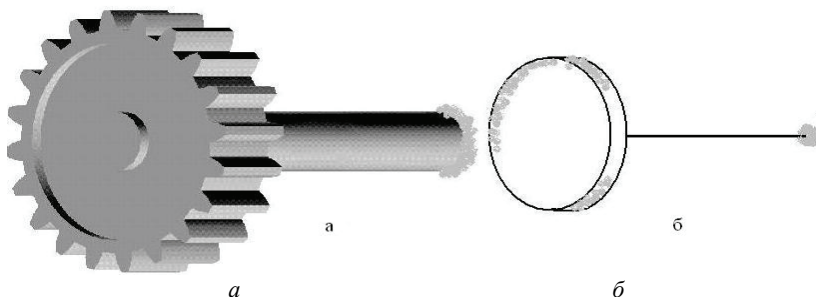


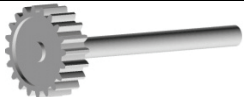
Рисунок 8 – Модель консольного вала з колесом:
а – ANSYS-модель; б – модель з одним степенем вільності)

До значень кінетичної енергії вала додається енергія руху зубчастого колеса. В якості форм деформації вала приймаються такі функції:

$$X(x)_{\Pi} = x; \quad X(x)_{\text{кр}} = x; \quad X(x)_{\text{зг}} = x^2(x^2 - 4x \cdot l_v + 6l_v^2).$$

В табл. 2 приведена нижня частина спектра для значення діаметра вала (d_v) 0,02 м, та довжини (l_v) 0,2 м.

Таблиця 2 – Спектр частот вала з зубчастим колесом (Гц)

Номер частоти	 ANSYS-модель, Гц	 Модель Релея, Гц
1 згинальна	129,37	127,6
2 згинальна	129,38	127,6
1 крутна	474,02	486
3 згинальна	1153,3	-
4 згинальна	1153,4	-
1 поздовжня	2887,0	2822
5 згинальна	2900,1	-
6 згинальна	2901,2	-

Форми коливань основної частини спектра цієї системи показані нижче (рис. 9).

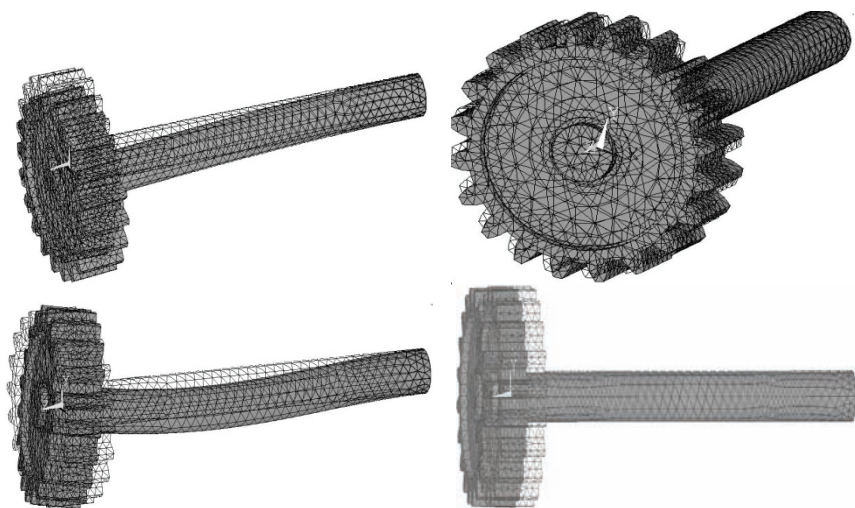


Рисунок 9 – Власні форми коливань системи

Порівняння основних частот спектрів, що обчислені по об'ємній моделі ANSYS та класичній Релея в залежності від співвідношення діаметра вала до його довжини (d_v/l_v) показане на рис. 10.

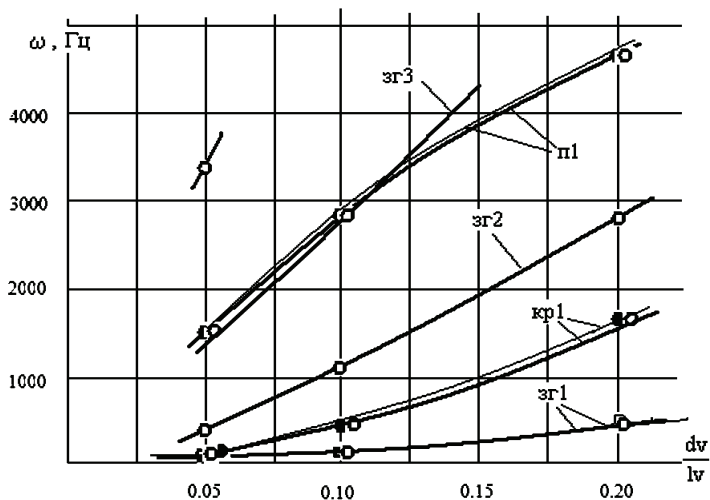


Рисунок 10 – Порівняння основних частот системи вал-зубчасте колесо для ANSYS-моделі та Релея в залежності від її відносної довжини

Чисельні розрахунки системи вал з зубчастим колесом показують:

1. Спостерігається задовільне співпадіння основних частот згинальних, крутних та поздовжніх коливань в достатньо широкому діапазоні як для довгих так і коротких валів але тільки для підібраних функцій деформованого стану;

2. Спроби покращити результати крутних та поздовжніх коливань вибором в якості форми деформованого стану власну форму вала без колеса виявились невдалими. Кращі результати для функції Релея дає лінійний закон.

Висновки

Таким чином, сформульовано підхід побудови розрахункових та математичних моделей складних трансмісійних та енергетичних машин як єдиних динамічних, який орієнтований на використання комп'ютерних технологій. Автоматизована побудова СЕ-моделей окремих ланок можлива, наприклад, в зручному програмному комплексі ANSYS. Ускладнення, пов'язані зі значними обсягами пам'яті, можуть бути усунені пониженням їх порядку на основі суперелементного підходу. Проведені в цій роботі чисельні дослідження показали, що можливо знайти адекватні моделі невеликого розміру, нижня частина спектра яких задовільно відповідає спектру повних моделей. Безумовно, для цього потрібні подальші пошуки теоретичного обґрунтування таких алгоритмів. Рівняння складних систем можуть бути побудовані на основі СЕ-моделей деталей після їх суперелементної модифікації з наступним спряженням в кінематичних парах.

Список літератури: 1. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. – Т. 3. / Под ред. Ф.М.Диментберга и К.С.Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – 544 с. 2. Попык К.Г. Динамика автомобильных и тракторных двигателей / К.Г.Попык. – М.: Высшая школа, 1970. – 328 с. 3. Терских В.П. Крутильные колебания валопровода силовых установок / В.П.Терских. Т. 1-4 – Л.: Судостроение, 1969-1970.

Bibliography (transliterated): 1. Vibracii v tehnikе: Spravochnik. V 6 t. Vol. 3. Pod red. F.M.Dimentberga i K.S.Kolesnikova. Moscow: Mashinostroenie, 1980. 544 Print. 2. Popyk K.G. Dinamika avtomobil'nyh i traktornyh dvigatelej. K.G.Popyk. Moscow: Vysshaya shkola, 1970. 328 Print. 3. Terskih V.P. Krutyl'nye kolebaniya valoprovoda silovyh ustanovok. V.P.Terskih. Vol. 1-4. Leningrad: Sudostroenie, 1969-1970.

Поступила (received) 07.11.2014