

*ТАРАНЕНКО Ю.К.*, канд. техн. наук, Днепропетровский университет экономики и права

**МЕТОДИКА РАСЧЁТА ВИБРАЦИОННЫХ ПЛОТНОМЕРОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РЕЗОНАТОРАМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ К КОЛЕБАНИЯМ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ КОНТРОЛИРУЕМОЙ СРЕДЫ**

У статті розглянута методика розрахунку вібраційних густиномірів рідини і газу, з використанням циліндричних резонаторів. Методика дозволяє виключити додаткові датчики температури та тиску, подавати контрольоване середовище тільки у внутрішню порожнину двох циліндричних резонаторів датчика густини, виключити демпфірування коливань у зазорах систем збудження коливань циліндрів.

**1. Анализ существующих проблем виброчастотных методов контроля плотности жидкости и газа**

Среди средств аналитического контроля автоматические плотномеры жидкостей и газов занимают особое место. Состав любого газа или низковязкой жидкости характеризуется плотностью или удельным весом. Непрерывный и точный мониторинг плотности или зависящих от плотности переменных будет определять любые изменения компонентов процесса или качество финального продукта в режиме реального времени, что позволяет повысить производительность, минимизировать отходы и снизить издержки по сравнению с методом отбора проб [1]. Весьма важным является измерение плотности жидких и газообразных веществ, при их количественном учете в единицах массы. Массовый расход определяется по показаниям плотномера и объёмного расходомера.

Широкому промышленному использованию плотномеров препятствует их несовершенство, связанное с низкими метрологическими показателями, трудоёмкостью монтажа и обслуживания, большими габаритами и массой, низкой надёжностью. Возрастающие требования к совершенству средств измерения заставляют исследователей искать новые методы измерения, одним из которых является виброчастотный [2]. Виброчастотные плотномеры преобразуют измеряемый параметр в частотно - модулированный выходной сигнал без промежуточных преобразователей, что обеспечивает высокую точность измерения в нормальных условиях эксплуатации.

Изменение температуры контролируемой среды приводит к существенным погрешностям контроля плотности виброчастотными методами. Например, для резонаторов изготовленных из нержавеющей стали X18H10T, чувствительность к температуре превышает чувствительность к основному контролируемому параметру – плотности. Существенное влияние на показания виброчастотных плотномеров оказывает давления и скорость

течения среды через датчик. Поэтому все серийно выпускаемые виброчастотные плотномеры снабжены датчиками температуры, установленными в местах подвода и вывода из резонатора жидкости или газа, а некоторые и датчиком давления [3]. Виброчастотные плотномеры с цилиндрическим резонатором отличаются высокой чувствительностью, поэтому используются как для измерения плотности жидкостей, так и для измерения плотности газов и газовых смесей. Такие плотномеры снабжены дополнительным датчиком температуры в виде термпары или термометра сопротивления, а компенсация влияния давления осуществляется путём подачи измеряемой среды, как со стороны наружной, так и со стороны внутренней поверхности цилиндра [4]. При таком методе построения виброчастотных плотномеров возникает две следующие проблемы, ограничивающие область применения метода в целом. Первая, состоит в инерционности температурной коррекции связанной с постоянной времени датчика температуры. Вторая, в демпфировании колебаний цилиндра в зазорах системы возбуждения колебаний, что снижает добротность резонатора, а следовательно точность измерения плотности жидкости или газа.

Решением проблемы является изобретённый автором способ измерения плотности, который предусматривает дифференциальное включение двух механических резонаторов с разной чувствительностью к измеряемой плотности жидкости или газа и близкими чувствительностями к температуре и давлению [5].

Вибрационные плотномеры, построенные на основе дифференциального метода, не требуют дополнительных датчиков температуры и давления, практически инвариантны к изменениям указанных параметров. Однако методика расчёта конструктивных параметров виброчастотных плотномеров на основе цилиндрических резонаторов до настоящего времени не была разработана.

## 2. Определение условий инвариантности к колебаниям температуры контролируемой среды

В работе [6] автором получены соотношения для функции измерительного преобразования плотности жидкости или газа в разностную частоту цилиндрических резонаторов дифференциального датчика

$$\left. \begin{aligned} f_d &= f_1 - f_2 \\ f_1 &= \frac{\lambda_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{G_A}{m_{ЦА} + m_{ПРА}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L_1^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot G_A} \cdot [\pi^2 \cdot N_Z^1 + 4 \cdot k_{ЦА}^2 \cdot N_S^1]} \\ f_2 &= \frac{\lambda_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{G_B}{m_{ЦВ} + m_{ПРВ}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{L_2^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot G_B} \cdot [\pi^2 \cdot N_Z^2 + 4 \cdot k_{ЦВ}^2 \cdot N_S^2]} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где

$$\lambda_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\pi^2 + 4 \cdot k_{ЦА}^2\right)^2 + \frac{12 \cdot \pi^4 \cdot k_{ЦА}^4 \cdot (1 - \mu^2)}{k_{\Delta A}^2 \cdot \left(\pi^2 + 4 \cdot k_{ЦА}^2\right)^2}},$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left(\pi^2 + 4 \cdot k_{ЦВ}^2\right)^2 + \frac{12 \cdot \pi^4 \cdot k_{ЦВ}^4 \cdot (1 - \mu^2)}{k_{\Delta B}^2 \cdot \left(\pi^2 + 4 \cdot k_{ЦВ}^2\right)^2}},$$

$f_d$  – выходной частотный сигнал дифференциального датчика,  $f_1, f_2$  – частоты колебаний резонаторов в жидкости или газе,  $L_1, L_2$  – длины цилиндров;  $a_1, a_2$  – внутренние радиусы сечения цилиндров,  $h_1, h_2$  – толщина стенок цилиндров,  $G_A = E_A \cdot h_1^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$ ,  $G_B = E_B \cdot h_2^3 / 12 \cdot (1 - \mu^2)$  – цилиндрические жёсткости резонаторов,  $E_A, E_B$  – модули упругости материала цилиндров;  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $k_{ЦА} = L_1 / a_1$ ,  $k_{ЦВ} = L_2 / a_2$  – относительная длина резонаторов;  $k_{\Delta A} = h_1 / a_1$ ,  $k_{\Delta B} = h_2 / a_2$  – относительная толщина стенки резонаторов,  $m_{ЦА} = \rho_{ЦА} \cdot h_1$ ,  $m_{ЦВ} = \rho_{ЦВ} \cdot h_2$  – массы единицы площади поверхности резонаторов;  $\rho_{ЦА}, \rho_{ЦВ}$  – плотность материала резонаторов,  $m_{ПРА} = K_{РА} \cdot \rho_P \cdot a_1$ ,  $m_{ПРВ} = K_{РВ} \cdot \rho_P \cdot a_2$  – “присоединённые” массы жидкости или газа приходящиеся на единицу площади поверхности цилиндров,  $K_{РА}, K_{РВ}$  – относительная толщина слоя “присоединённой” массы жидкости или газа;  $\rho_P$  – плотность контролируемой среды;  $N_Z^1, N_S^1, N_Z^2, N_S^2$  – усилия действующие в осевом  $z$  и в окружном  $s$  направлениях к срединной поверхности цилиндров.

Следует отметить, что соотношения (1) получены на основе известного в теории колебаний допущения о том, что при перемещении колеблющегося упругого тела из вакуума в жидкость или газ форма его колебаний не меняется, а воздействие среды на частоту его колебаний подобно действию некой “присоединённой массы”, добавляемой к собственной массе упругого тела.

Из системы (1) следует, что чувствительность дифференциального датчика зависит от относительной толщины  $K_P$  слоя “присоединённой массы” контролируемой среды. Экспериментальные и теоретические исследования по определению  $K_P$  в зависимости от свойств жидкости, размеров цилиндра и корпуса, в котором он установлен, частоты колебаний цилиндра [7], позволяют сделать следующие выводы для дифференциального датчика:

1. Для размещения двух резонаторов в общем корпусе расстояния между внутренними краями резонаторов должно быть больше двух их

граничных размеров (удвоенной величины большего из диаметров срединной поверхности цилиндров);

2. Величина  $K_p$  в рабочем диапазоне частот колебаний остается постоянной и находится в пределах  $0,2 \div 0,22$ .

Величина  $K_p$  для цилиндрического резонатора выбранной формы определяется экспериментально по следующей методике. Изменяя частоты резонаторов  $f_1(\rho_1)$ ,  $f_1(\rho_2)$ ,  $f_2(\rho_1)$ ,  $f_2(\rho_2)$  в жидкостях или газах с известными плотностями  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , при нормальных условиях, без учёта влияния избыточного давления  $N_Z^1 = N_S^1 = N_Z^2 = N_S^2 = 0$ , можно, используя систему (1) составить следующую систему уравнений.

$$\left. \begin{aligned} f_1(\rho_1) &= f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_1 \cdot \rho_{ЦА}}{h_1 \cdot \rho_{ЦА} + a_1 \cdot K_{РА} \cdot \rho_1}}, f_1(\rho_2) = f_{01} \cdot \sqrt{\frac{h_1 \cdot \rho_{ЦА}}{h_1 \cdot \rho_{ЦА} + a_1 \cdot K_{РА} \cdot \rho_2}} \\ f_2(\rho_1) &= f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_2 \cdot \rho_{ЦВ}}{h_2 \cdot \rho_{ЦВ} + a_2 \cdot K_{РВ} \cdot \rho_1}}, f_2(\rho_2) = f_{02} \cdot \sqrt{\frac{h_2 \cdot \rho_{ЦВ}}{h_2 \cdot \rho_{ЦВ} + a_2 \cdot K_{РВ} \cdot \rho_2}} \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\text{где } f_{01} = \frac{0,303 \cdot \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A}{\rho_{ЦА}}}, f_{02} = \frac{0,303 \cdot \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B}{\rho_{ЦВ}}} - \text{начальные}$$

частоты цилиндрических резонаторов.

Значение относительных толщин “присоединённой массы” контролируемой среды  $K_{РА}$ ,  $K_{РВ}$  определяются из соотношений, полученных из системы (2).

$$\left. \begin{aligned} K_{РА} &= \frac{h_1 \cdot \rho_{ЦА}}{a_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \cdot \left[ \left( \frac{f_{01}}{f_1(\rho_1)} \right)^2 - \left( \frac{f_{01}}{f_1(\rho_2)} \right)^2 \right] \\ K_{РВ} &= \frac{h_2 \cdot \rho_{ЦВ}}{a_2 \cdot (\rho_1 - \rho_2)} \cdot \left[ \left( \frac{f_{02}}{f_2(\rho_1)} \right)^2 - \left( \frac{f_{02}}{f_2(\rho_2)} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} (3)$$

Влияние температуры на параметры резонаторов можно учесть при помощи следующих соотношений:  $a_1 = a_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$ ,  $a_2 = a_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $h_1 = h_1 \cdot (1 + \alpha_1 \cdot \Delta t)$ ,  $h_2 = h_2 \cdot (1 + \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $E_A = E_A \cdot (1 - \beta_{EA} \cdot \Delta t)$ ,  $E_B = E_B \cdot (1 - \beta_{EB} \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_{ЦА} = \rho_{ЦА} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_{ЦВ} = \rho_{ЦВ} \cdot (1 - 3 \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t)$ ,  $\rho_p = \rho_p \cdot (1 - \beta_V \cdot \Delta t)$ , где:  $\alpha_1, \alpha_2$  — температурные коэффициенты линейного расширения материала резонаторов ( $^{\circ}C^{-1}$ );  $\beta_{EA}, \beta_{EB}$  — температурные коэффициенты модуля упругости материала резонаторов ( $^{\circ}C^{-1}$ );  $\beta_V$  —

коэффициент объемного расширения контролируемой среды ( $^{\circ}C^{-1}$ ).  $\Delta t = t - t_0$  — отклонение температуры от  $t_0 = 20^{\circ}C$  (Для упрощения записи, верхние индексы  $t$  и  $t_0$  при параметрах  $a_1, a_2, h_1, h_2, E_A, E_B, \rho_{ЦА}, \rho_{ЦВ}, \rho_p$  пропущены).

Перепишем систему (1), с учётом приведенных температурных зависимостей.

$$\left. \begin{aligned} f_d &= f_1(\rho_p) - f_2(\rho_p) - \\ &- [f_1(\rho_p) \cdot \varphi_A - f_2(\rho_p) \cdot \varphi_B] \cdot \Delta t \\ f_1(\rho_p) &= \frac{0,303 \cdot \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A \cdot h_1}{h_1 \cdot \rho_{ЦА} + a_1 \cdot K_{РА} \cdot \rho_p}} \\ f_2(\rho_p) &= \frac{0,303 \cdot \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B \cdot h_2}{h_2 \cdot \rho_{ЦВ} + a_2 \cdot K_{РВ} \cdot \rho_p}} \end{aligned} \right\} (4)$$

где  $\varphi_A = \vartheta_1 \cdot (A + \gamma_1 \cdot \rho_p) / (A + \rho_p)$ ,  $\varphi_B = \vartheta_2 \cdot (B + \gamma_2 \cdot \rho_p) / (B + \rho_p)$  — температурные коэффициенты частот резонаторов;  $A = (h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{РА} \cdot a_1)$ ,  $B = (h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{РВ} \cdot a_2)$  — постоянные резонаторов, которые определяются теоретически на стадии проектирования и уточняются экспериментально после изготовления резонаторов;  $\vartheta_1 = 0,5 \cdot (\beta_{EA} - \alpha_1)$ ,  $\gamma_1 = (\beta_{EA} + 2 \cdot \alpha_1 - \beta_V) / (\beta_{EA} - \alpha_1)$ ,  $\vartheta_2 = 0,5 \cdot (\beta_{EB} - \alpha_2)$ ,  $\gamma_2 = (\beta_{EB} + 2 \cdot \alpha_2 - \beta_V) / (\beta_{EB} - \alpha_2)$  — температурные постоянные резонаторов.

Приравняв нулю, множитель при  $\Delta t$  в первом уравнении системы (4), для заданной точки  $\rho_p = \rho_K$  диапазона контроля плотности, с учётом соотношений для  $\varphi_A, \varphi_B, f_1(\rho_p), f_2(\rho_p)$ , получим условие инвариантности к колебаниям температуры в виде:

$$\left[ \frac{(\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_1^4 \cdot a_1^2}{a_1^4 \cdot h_1^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^2}{(\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_2^4 \cdot a_2^2}{a_2^4 \cdot h_2^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^2} \right]^{0,5} \cdot \frac{\vartheta_1 \cdot \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^{1,5} \cdot \frac{L_2^2}{L_1^2}}{\vartheta_2} \cdot \left( \frac{E_A \cdot K_{РВ} \cdot a_2}{E_B \cdot K_{РА} \cdot a_1} \right)^{0,5} = \left[ \frac{(h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{РА} \cdot a_1) + \rho_K}{(h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{РВ} \cdot a_2) + \rho_K} \right]^{1,5} \cdot \frac{(h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{РВ} \cdot a_2) + \gamma_2 \cdot \rho_K}{(h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{РА} \cdot a_1) + \gamma_1 \cdot \rho_K} (5)$$

### 3. Определение условий инвариантности к колебаниям давления контролируемой среды

Влияние внутреннего давления на частоту колебаний цилиндрического резонатора можно учесть воспользовавшись соотношениями для усилий  $N_Z^1, N_S^1, N_Z^2, N_S^2$ , зависящих от внутреннего давления и действующих в осевом и окружном направлении срединной поверхности цилиндра [8].

$$\left. \begin{aligned} N_Z^1 &= 0,5 \cdot \Delta p \cdot a_1 \\ N_S^1 &= 0,5 \cdot \Delta p \cdot a_2 \\ N_S^2 &= \Delta p \cdot a_1 \\ N_Z^2 &= \Delta p \cdot a_2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $\Delta p$  - перепад давления между наружной и внутренней поверхностями резонаторов.

Подставив систему (6) в систему уравнений (1), учитывая, что  $\frac{2,73 \cdot L_1^2}{\pi^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3} \cdot \left[ \pi^2 \cdot N_Z^1 + 4 \cdot \frac{L_1^2}{a_1^2} \cdot N_S^1 \right] \ll 1$ ,  $\frac{2,73 \cdot L_2^2}{\pi^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3} \cdot \left[ \pi^2 \cdot N_Z^2 + 4 \cdot \frac{L_2^2}{a_2^2} \cdot N_S^2 \right] \ll 1$  получим соотношения для частот резонаторов и датчика в виде:

$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta} &= f_1(\rho_p) - f_2(\rho_p) - \\ & - [f_1(\rho_p) \cdot \phi_A - f_2(\rho_p) \cdot \phi_B] \cdot \Delta p \\ f_1(\rho_p) &= \frac{0,303 \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A \cdot h_1}{h_1 \cdot \rho_{\text{ЦА}} + a_1 \cdot K_{\text{РА}} \cdot \rho_p}} \\ f_2(\rho_p) &= \frac{0,303 \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B \cdot h_2}{h_2 \cdot \rho_{\text{ЦВ}} + a_2 \cdot K_{\text{РВ}} \cdot \rho_p}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\phi_A = \frac{1,365 \cdot L_1^2 \cdot a_1}{\pi^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3} \cdot \left( \frac{\pi^2}{2} + 4 \cdot \frac{L_1^2}{a_1^2} \right)$ ,  $\phi_B = \frac{1,365 \cdot L_2^2 \cdot a_2}{\pi^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3} \cdot \left( \frac{\pi^2}{2} + 4 \cdot \frac{L_2^2}{a_2^2} \right)$  - коэффициенты влияния перепада давлений на частоты цилиндрических резонаторов.

Приравнявая к нулю множитель при  $\Delta p$  в первом уравнении системы (7), с учётом соотношений для  $\phi_A, \phi_B, f_1(\rho_p), f_2(\rho_p)$  получим

условия инвариантности датчика к давлению для заданного значения контролируемой плотности  $\rho_K$  в виде:

$$\frac{(\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_2^4}{a_2^4} \cdot \frac{a_2^2}{h_2^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^{-2}}{(\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_1^4}{a_1^4} \cdot \frac{a_1^2}{h_1^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^{-2}} \cdot \frac{E_B}{E_A} \cdot \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{K_{\text{РВ}}}{K_{\text{РА}}} \cdot \frac{(h_2 \cdot \rho_{\text{ЦВ}}) / (K_{\text{РВ}} \cdot a_2) + \rho_K}{(h_1 \cdot \rho_{\text{ЦА}}) / (K_{\text{РА}} \cdot a_1) + \rho_K} = \left( \frac{\pi^2 + 8 \cdot L_2^2 / a_2^2}{\pi^2 + 8 \cdot L_1^2 / a_1^2} \right)^2 \quad (8)$$

Анализ соотношения (8), показывает, что если  $\frac{(h_2 \cdot \rho_{\text{ЦВ}}) / (K_{\text{РВ}} \cdot a_2) + \rho_K}{(h_1 \cdot \rho_{\text{ЦА}}) / (K_{\text{РА}} \cdot a_1) + \rho_K} = 1$  дифференциальный датчик инвариантен к изменению давления во всем диапазоне измерения плотности, а само условие (8) распадается на два следующих условия обвиненных в систему:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h_2 \cdot \rho_{\text{ЦВ}}}{K_{\text{РВ}} \cdot a_2} &= \frac{h_1 \cdot \rho_{\text{ЦА}}}{K_{\text{РА}} \cdot a_1} \\ \frac{(\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_2^4}{a_2^4} \cdot \frac{a_2^2}{h_2^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2)^{-2}}{(\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^2 + 10,92 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_1^4}{a_1^4} \cdot \frac{a_1^2}{h_1^2} \cdot (\pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2)^{-2}} \cdot \frac{E_B}{E_A} \cdot \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^3 \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{K_{\text{РВ}}}{K_{\text{РА}}} &= \left( \frac{\pi^2 + 8 \cdot L_2^2 / a_2^2}{\pi^2 + 8 \cdot L_1^2 / a_1^2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

### 4. Определение условий инвариантности к колебаниям температуры и давления контролируемой жидкости

Для обеспечения условий инвариантности датчика к температуре и внутреннему давлению контролируемой среды в цилиндрических резонаторах нужно исследовать возможность совместного решения систем уравнений (5), (9). Подставим соотношения для отношений  $a_1/a_2, h_1/a_1, h_2/h_1$  полученных из первого уравнения системы (9) во второе уравнение этой системы, получим:

$$\frac{\left[ \left( \pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2 \right)^2 + 1092 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_2^4}{a_2^4} \cdot \frac{a_2^2}{h_2^2} \cdot \left( \pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2 \right)^2 \right] \cdot E_B \cdot a_2^2 \cdot \rho_{ЦА}^3 \cdot K_{PB}^4}{\left[ \left( \pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2 \right)^2 + 1092 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_1^4}{a_1^4} \cdot \frac{a_1^2}{h_1^2} \cdot \left( \frac{\rho_{ЦА}}{\rho_{ЦВ}} \right)^2 \cdot \left( \frac{K_{PB}}{K_{PA}} \right)^2 \cdot \left( \pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2 \right)^2 \right] \cdot E_A \cdot a_1^2 \cdot \rho_{ЦВ}^3 \cdot K_{PA}^4} = \frac{\left( \pi^2 + 8 \cdot L_2^2 / a_2^2 \right)^2}{\left( \pi^2 + 8 \cdot L_1^2 / a_1^2 \right)^2} \quad (10)$$

Для практического использования соотношения (5) возведём его обе части в квадрат, получим:

$$\frac{\left( \pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2 \right)^2 + 1092 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_1^4}{a_1^4} \cdot \frac{a_1^2}{h_1^2} \cdot \left( \pi^2 + 4 \cdot L_1^2 / a_1^2 \right)^2}{\left( \pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2 \right)^2 + 1092 \cdot \pi^4 \cdot \frac{L_2^4}{a_2^4} \cdot \frac{a_2^2}{h_2^2} \cdot \left( \pi^2 + 4 \cdot L_2^2 / a_2^2 \right)^2} \cdot \left( \frac{\rho_{ЦВ}}{\rho_{ЦА}} \right)^2 \cdot \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^3 \cdot \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^4 \cdot \frac{E_A \cdot K_{PB} \cdot a_2}{E_B \cdot K_{PA} \cdot a_1} = \left[ \frac{(h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{PA} \cdot a_1) + \rho_K}{(h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{PB} \cdot a_2) + \rho_K} \right]^3 \cdot \left[ \frac{(h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{PB} \cdot a_2) + \gamma_2 \cdot \rho_K}{(h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{PA} \cdot a_1) + \gamma_1 \cdot \rho_K} \right]^2 \quad (11)$$

## 5. Вывод вспомогательных соотношений для учёта чувствительности датчика и оценки ожидаемых погрешностей измерения

Определение параметров дифференциального датчика, может быть произведено только с учётом абсолютной чувствительности в точке компенсации  $\rho_K$ , которую определяют для нормальных условий из системы уравнений (1):

$$S_D = \sqrt{\frac{0,0225 \cdot K_{PB}^2 \cdot a_2^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3}{L_2^4 \cdot (\rho_{ЦВ} \cdot h_2 + K_{PB} \cdot \rho_P \cdot a_2)^3}} - \sqrt{\frac{0,0225 \cdot K_{PA}^2 \cdot a_1^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3}{L_1^4 \cdot (\rho_{ЦА} \cdot h_1 + K_{PA} \cdot \rho_P \cdot a_1)^3}} \quad (12)$$

Чувствительность датчика должна составлять не менее 0,5 ÷ 1 Гц на 1 кг/м<sup>3</sup>. Для оптимального дифференциального датчика на основе цилиндрических резонаторов параметры резонаторов для последующего расчёта необходимо определять из следующих условий [9]:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= 5 \cdot 10^{-2} \div 1 \cdot 10^{-1} \text{ м}, \\ L_2 &= 1 \cdot 10^{-1} \div 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}, \\ a_1 &= 15 \cdot 10^{-3} \div 20 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \\ a_2 &= 20 \cdot 10^{-3} \div 35 \cdot 10^{-3} \text{ м} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Полученные в расчётах параметры резонаторов необходимо проверять на условия длинных цилиндров, для которых и получены все приведенные выше соотношения.

$$\left. \begin{aligned} \left[ \frac{L_1 \cdot (1 - \mu^2)}{(a_1 \cdot h_1)^2} \right]^{\frac{1}{4}} &> 3 \\ \left[ \frac{L_2 \cdot (1 - \mu^2)}{(a_2 \cdot h_2)^2} \right]^{\frac{1}{4}} &> 3 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Распределение вдоль диапазона измерения ожидаемой температурной погрешности находят из соотношения для температурного коэффициента частоты датчика  $\Phi_D$ , полученного из системы уравнений (4).

$$\Phi_D = \frac{\rho_1 \cdot \frac{A + \gamma_1 \cdot \rho_P}{A + \rho_P} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{L_2^2}{L_1^2} \cdot \left( \frac{E_A \cdot \rho_{ЦВ}}{E_B \cdot \rho_{ЦА}} \right)^{0,5} \cdot \left( \frac{A \cdot (B + \rho_P)}{B \cdot (A + \rho_P)} \right)^{0,5} - \rho_2 \cdot \frac{B + \gamma_2 \cdot \rho_P}{B + \rho_P}}{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \cdot \frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{L_2^2}{L_1^2} \cdot \left( \frac{E_A \cdot \rho_{ЦВ}}{E_B \cdot \rho_{ЦА}} \right)^{0,5} \cdot \left( \frac{A \cdot (B + \rho_P)}{B \cdot (A + \rho_P)} \right)^{0,5} - 1} \quad (15)$$

Проверить влияние перепада давления  $\Delta p$  на выходной частотный сигнал датчика можно при помощи соотношения для коэффициента,  $\Phi_D$  полученного из системы уравнений (7).

$$\Phi_D = \frac{f_{01} \cdot [A(A + \rho_P)]^{0,5} \cdot \frac{136 \mathfrak{E}_1^2 \cdot a_1}{\pi^2 \cdot \lambda_1^2 \cdot E_A \cdot h_1^3} \cdot \left( \frac{\pi^2 + 4 \cdot \frac{L_1^2}{a_1^2}}{2} \right) - f_{02} \cdot [B(B + \rho_P)]^{0,5} \cdot \frac{136 \mathfrak{E}_2^2 \cdot a_2}{\pi^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot E_B \cdot h_2^3} \cdot \left( \frac{\pi^2 + 4 \cdot \frac{L_2^2}{a_2^2}}{2} \right)}{f_{01} \cdot [A(A + \rho_P)]^{0,5} - f_{02} \cdot [B(B + \rho_P)]^{0,5}} \quad (16)$$

Градиентную характеристику датчика для нормальных условий можно получить из (4) или (7) приняв соответственно  $\Delta t = 0$  или  $\Delta p = 0$ .

$$f_d = f_{01} \cdot [A/(A + \rho_p)]^{0,5} - f_{02} \cdot [B/(B + \rho_p)]^{0,5}, \quad (17)$$

где  $f_{01} = \frac{0,303 \cdot \lambda_1 \cdot h_1}{L_1^2} \cdot \sqrt{\frac{E_A}{\rho_{ЦА}}}$ ,  $f_{02} = \frac{0,303 \cdot \lambda_2 \cdot h_2}{L_2^2} \cdot \sqrt{\frac{E_B}{\rho_{ЦВ}}}$  - начальные

частоты цилиндрических резонаторов;  $A = (h_1 \cdot \rho_{ЦА}) / (K_{РА} \cdot a_1)$ ,  
 $B = (h_2 \cdot \rho_{ЦВ}) / (K_{РВ} \cdot a_2)$  - постоянные цилиндрических резонаторов.

### 6. Пример расчёта параметров цилиндрических резонаторов дифференциального датчика вибрационного плотномера

По рекомендациям, приведенным в работе. [9], выбираем резонаторы из нержавеющей стали марок Х17Н2Т, Х18Н10Т. Для выбранных сталей резонаторы имеют следующие параметры:  $E_A = 210 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ,  
 $E_B = 196 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ ,  $\beta_{EA} = 3,1 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ,  $\beta_{EB} = 4,4 \cdot 10^{-4} 1/^\circ\text{C}$ ,  
 $\alpha_1 = 10,3 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ ,  $\alpha_2 = 16,2 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ ,  $\rho_{ТА} = 7750 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{ТВ} = 7900 \text{ кг/м}^3$ ,  
 $\vartheta_1 = 1,498 \cdot 10^{-4}$ ,  $\vartheta_2 = 2,119 \cdot 10^{-4}$ .

Параметры контролируемой жидкости (светлые нефтепродукты):  
 $\rho_{\text{мин}} = 650 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{\text{макс}} = 850 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_K = 750 \text{ кг/м}^3$ ,  $p = 0,5 \div 1 \text{ МПа}$ ,  
 $\beta_V = 1 \cdot 10^{-3} 1/^\circ\text{C}$ ,  $t = 20 \div 60^\circ\text{C}$ ,  $\gamma_1 = -2,234$ ,  $\gamma_2 = -1,245$ .

Конструктивные параметры цилиндрических резонаторов принимаемые в расчёте составляют  $a_1 = 20,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $a_2 = 29,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $L_1 = 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ,  
 $L_2 = 10,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ . Приняв  $K_{РА} = K_{РВ} = 0,22$ , из соотношения (10) численным методом определяем  $h_2 = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , а затем из первого уравнения системы (9), получим  $h_1 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Из уравнения (11) уточняем значение плотности жидкости, при которой осуществляется полная компенсация температурной погрешности  $\rho_K = 760 \text{ кг/м}^3$ , что обеспечивает снижение погрешности во всём диапазоне более чем на порядок в сравнении с одиночным резонатором.

С учётом полученных конструктивных параметров цилиндрических резонаторов вычисляем величины входящие в соотношение (17)  $f_{01} = 12680 \text{ Гц}$ ,  $f_{02} = 5572 \text{ Гц}$ ,  $A = 2799 \text{ кг/м}^3$ ,  $B = 2746 \text{ кг/м}^3$ . Чувствительность к плотности по соотношению (12) составляет  $S_d = -0,88 \text{ Гц/(кг/м}^3)$ , что вполне достаточно при работе с персональным компьютером и программным обеспечением виртуального частотомера LabView.

После расчёта с помощью соотношений (15), (16) строятся графики распределения погрешностей измерения датчика и составляющих резонаторов. Погрешности датчика должны быть более чем на порядок меньше погрешностей резонаторов во всём диапазоне измерения.

Используя описанный в работе [10] испытательный стенд, экспериментально получены уточнённые значения параметров:  $f_{01} = 12683 \text{ Гц}$ ,  $f_{02} = 5568 \text{ Гц}$ ,  $A = 2801 \text{ кг/м}^3$ ,  $B = 2750 \text{ кг/м}^3$ . Перепад давления жидкости между наружной и внутренней поверхностью резонаторов изменялся в пределах  $\Delta p = 0 \div 0,5 \text{ МПа}$ , а температура  $\Delta t = 20 \div 60^\circ\text{C}$ , плотность жидкости изменялась от  $650 \text{ кг/м}^3$  до  $850 \text{ кг/м}^3$  с шагом  $\Delta \rho = 20 \text{ кг/м}^3$ . Результаты расчётов  $\Phi_A, \Phi_B, \Phi_D, \Psi_D$ , проведенные по данным замеров приведены на рисунке.

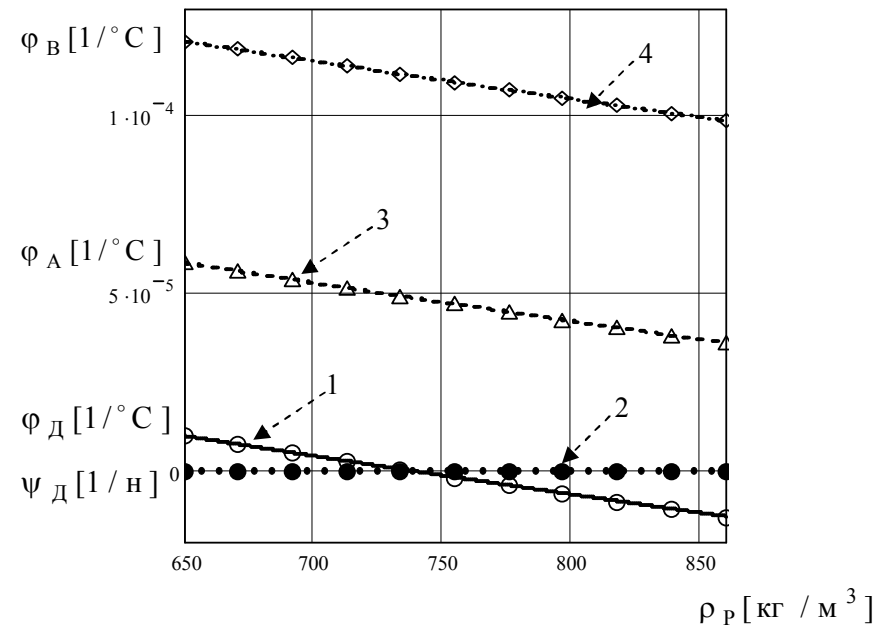


Рисунок 1 - Распределение вдоль диапазона контроля плотности, дополнительных погрешностей от изменения температуры и давления:

1 - температурный коэффициент  $\Phi_D [1/^\circ\text{C}]$  частоты датчика; 2 - коэффициент влияния давления  $\Psi_D [1/\text{н}]$  на частоту датчика; 3, 4 -

температурные коэффициенты  $\varphi_A[1/^\circ\text{C}]$ ,  $\varphi_B[1/^\circ\text{C}]$  частоты составляющих резонаторов.

Из приведенных данных следует, что температурная погрешность датчика плотности с цилиндрическими резонаторами на порядок меньше меньшей из погрешностей резонаторов. При этом датчик практически инвариантен к колебаниям температуры и давления контролируемой среды.

Расширить возможности спроектированного по предложенной методике плотномера можно путем управления частотами составляющих резонаторов [11].

#### **Выводы:**

- Приведенная методика расчёта основных конструктивных параметров датчика вибрационного плотномера, в котором используются цилиндрические резонаторы, позволяет расширить область применения относительно простых по конструкции и высокоточных вибрационных плотномеров на объекты с резкими колебаниями температуры и давления, например магистральные нефтепроводы и газопроводы;
- Без инерционная компенсация перепада давления между наружной и внутренней поверхностью цилиндра позволяет исключить подачу контролируемой среды на наружную поверхность цилиндров, а следовательно исключить демпфирование колебаний цилиндра контролируемой средой в зазоре между наружной поверхностью и системой возбуждения колебаний цилиндра;
- В перспективе автором будет изучена возможность одновременного возбуждения автоколебаний цилиндра на различных не зависимых пространственных формах.

**Список литературы:** 1. Кивилис С.С. Плотномеры. — М.: Энергия, 1980. -280 С. 2. Эткин Л. Г. Виброчастотные датчики. Теория и практика. — М.:Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — 408 с. 3. Жуков Ю.П. Вибрационные плотномеры. — М.: Энергоатомиздат, 1991. - 144 с. 4. Пат.1175586 Англия, МКИ G01 n 9/00, Measuring of fluid density/ J. Agar/ 1968 5. А.с. 1291867 СССР, МКИ G01N 29/00. Способ дифференциального измерения плотности/ Тараненко Ю.К. - Оpubл. 23.02. 87, Бюл. № 7. 6. Тараненко Ю.К. Математична модель вимірювального перетворення щільності рідини у частотний вихідний сигнал диференційного датчика на основі двох циліндричних резонаторів /Ю.К.Тараненко//Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2006. —6/2(24). —С.77 -83 7. Буйвол В.Н. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости. К.: Наук. думка, 1975. — 356 с. 8. Горенштейн И.А. Гидростатические частотные датчики первичной информации. М., «Машиностроение» 1976, 184 с. 9. Тараненко Ю.К. Методика проектування оптимальних диференційних датчиків щільності рідини та концентрації дисперсних систем// Вопр. химии та хим. технологии.— 2006. — № 4. — С. 211-214 10. Тараненко Ю.К. Градування та перевірка поточних віброчастотних вимірювачів щільності з диференційним датчиком //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2007. —2/2(26). —С.41 -47 11. Дифференциальный вибрационный плотномер: А.с. 1392451 СССР МКИ G01N 9/00/ Ю.К.Тараненко, В.И. Снегур, М.В.Кулаков, И.В. Кораблёв (СССР) №3911436/31-25; Заявлено 10.06.85; Оpubл. 30.04.88. Бюл. №16 4 с.