УДК 620.179

О.Л. БАГМЕТ, канд.техн. наук, доц. НТУ «ХПІ»
И.В. КОНОНОВА, студентка НТУ «ХПІ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ТРЕХ ПАРАМЕТРОВ ИЗДЕЛИЯ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ В РЕЖИМЕ НИЗКИХ ЧАСТОТ

Розглянуто можливість підрахунку відносних похибок вимірювання магнітної проникності, електричної питомої провідності та радіусу циліндричних виробів у трансформаторному електромагнітному перетворювачі (ТЕМП) у випадку низьких частот зондуючого виріб змінного магнітного поля.

Possibility of calculation the relative errors of measurements magnetic permeability, specific conductance and radius of cylindrical articles with transformations electromagnetic performance (TEMP) in occasion a low frequency by variable magnetic sounding field are considered.

Для определения погрешностей измерения относительной магнитной проницаемости μ_r, удельной электрической проводимости σ и радиуса a цилиндрического проводящего изделия, помещенного в трансформаторный электромагнитный преобразователь (ТЕМП), в приближении низких частот (при значении обобщенного параметра $x \le 2$)[1,2], в работе [1] использовались уравнения для обобщенного параметра K при двух кратных значениях параметра x. Если воспользоваться уравнением для обобщенного параметра N, при том же значении параметра x [2] получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} K = 1 - \dfrac{5}{384} x^4; \\ N = \dfrac{x^2}{8}\left(1 - \dfrac{x^4}{128}\right); \\ tg\varphi_{âí} = \dfrac{6}{x^2}. \end{cases} \tag{1}$$

где x - аргумент обобщенных параметров N и K;

$$x = a\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma \; \omega}\,; \tag{2}$$

a - радиус цилиндрического изделия; μ_0 - магнитная постоянная;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; ω - циклическая частота намагничивающего тока.

Обобщенный параметр N характеризует собой удельную нормированную ЭДС $E_{âí}$ ТЭМП на единицу магнитной проницаемости μ_r изделия [2]

$$N = \frac{E_{âí}}{E_0 \cdot \eta \cdot \mu_r}. \qquad (3)$$

Обобщенный параметр K характеризует собой удельную нормированную ЭДС E_2 ТЭМП на единицу магнитной проницаемости μ_r изделия [3]

$$K = \frac{E_2}{E_0 \cdot \eta \cdot \mu_r}, \qquad (4)$$

где $E_{âí}$ - вносимая ЭДС трансформаторного преобразователя, обусловленная магнитным потоком в цилиндрическом изделии, E_2 - ЭДС трансформаторного преобразователя, обусловленная магнитным потоком в цилиндрическом изделии, E_0 - ЭДС трансформаторного преобразователя без изделия, η - коэффициент заполнения обмотки; $\eta = \frac{a^2}{a_n^2}$, a_n^2 - радиус измерительной обмотки трансформаторного преобразователя.

Подставим в систему уравнений (1) вместо параметра x его значение из (2) получим

$$\begin{cases} K = 1 - \frac{5}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2; \\ N = \frac{a^2 \mu_0 \mu_r \sigma\ \omega}{8} \left(1 - \frac{a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2}{128}\right); \\ tg\varphi_{âí} = \frac{6}{a^2 \mu_0 \mu_r \sigma\ \omega}. \end{cases} \qquad (5)$$

Сделаем в уравнениях (5) замену параметров N и K на N_E и K_E соответственно

$$N_E = N \cdot a^2 \cdot \mu_r\,;\ N_E = a^2 \mu_r \frac{õ^2}{8}\left(1 - \frac{õ^4}{128}\right),$$

$$K_E = K \cdot a^2 \cdot \mu_r\,;\ K_E = a^2 \mu_r \cdot \frac{5}{384} x^4.$$

Получим вместо (5) новые уравнения

$$\begin{cases} K_E = a^2 \mu_r \left(1 - \frac{5}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right); \\ N_E = \frac{a^4 \mu_0 \mu_r^2 \sigma\ \omega}{8} \left(1 - \frac{a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2}{128}\right); \\ tg\varphi_{âí} = \frac{6}{a^2 \mu_0 \mu_r \sigma\ \omega}. \end{cases} \qquad (6)$$

Представим уравнения системы (6) в виде рядов Тейлора вблизи рабочей точки $õ_0$, ограничившись линейным приращением слагаемыми ряда, таким образом запишем линейные уравнения для определения относительных приращений функций $\frac{\delta K_E}{K_E}$, $\frac{\delta N_E}{N_E}$ и $\frac{\delta tg\varphi_{âí}}{tg\varphi_{âí}}$

$$\begin{cases} \frac{\delta K_E}{K_E} = \frac{(K_E)'_{\mu_r} \cdot \mu_r}{K_E} \gamma_{\mu_r} + \frac{(K_E)'_a \cdot a}{K_E} \gamma_a + \frac{(K_E)'_\sigma \cdot \sigma}{K_E} \gamma_\sigma; \\ \frac{\delta N_E}{N_E} = \frac{(N_E)'_{\mu_r} \cdot \mu_r}{N_E} \gamma_{\mu_r} + \frac{(N_E)'_a \cdot a}{N_E} \gamma_a + \frac{(N_E)'_\sigma \cdot \sigma}{N_E} \gamma_\sigma; \\ \frac{\delta tg\varphi_{âí}}{tg\varphi_{âí}} = \frac{(tg\varphi_{âí})'_{\mu_r} \cdot \mu_r}{tg\varphi_{âí}} \gamma_{\mu_r} + \frac{(tg\varphi_{âí})'_a \cdot a}{tg\varphi_{âí}} \gamma_a + \frac{(tg\varphi_{âí})'_\sigma \cdot \sigma}{tg\varphi_{âí}} \gamma_\sigma. \end{cases} \qquad (7)$$

Определим в уравнениях (7) коэффициенты влияния

$$\frac{(K_E)'_{\mu_r} \cdot \mu_r}{K_E} = \frac{a^2 \mu_r \left(1 - \frac{15}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)}{a^2 \mu_r \left(1 - \frac{5}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)} = \frac{1 - \frac{15}{384} x^4}{1 - \frac{5}{384} x^4} = A$$

$$\frac{(K_E)'_a \cdot a}{K_E} = \frac{a^2 \mu_r \left(2 - \frac{30}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)}{a^2 \mu_r \left(1 - \frac{5}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)} = \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{15}{384} x^4\right)}{1 - \frac{5}{384} x^4} = B;$$

$$\frac{(K_E)'_\sigma \cdot \sigma}{K_E} = \frac{a^2 \mu_r \left(-\frac{10}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)}{a^2 \mu_r \left(1 - \frac{5}{384} a^4 \mu_0^2 \mu_r^2 \sigma^2 \omega^2\right)} = -\frac{\frac{10}{384} x^4}{1 - \frac{5}{384} x^4} = Ñ;$$

$$\frac{(N_E)'_{\mu_r}\cdot\mu_r}{N_E}=\frac{a^2\mu_r\left(\frac{2a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{2a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}{a^2\mu_r\left(\frac{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}=\frac{2\left(1-\frac{2x^4}{128}\right)}{1-\frac{x^4}{128}}=D;$$

$$\frac{(N_E)'_{a}\cdot a}{N_E}=\frac{a^2\mu_r\left(\frac{4a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{2a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}{a^2\mu_r\left(\frac{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}=\frac{4\cdot\left(1-\frac{2x^4}{128}\right)}{1-\frac{x^4}{128}}=E;$$

$$\frac{(N_E)'_{\sigma}\cdot \sigma}{N_E}=\frac{a^2\mu_r\left(\frac{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{3a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}{a^2\mu_r\left(\frac{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{8}\left(1-\frac{a^4\mu_0^2\mu_r^2\sigma^2\omega^2}{128}\right)\right)}=\frac{\left(1-\frac{3x^4}{128}\right)}{\left(1-\frac{x^4}{128}\right)}=F;$$

$$\frac{(tg\varphi_{\text{âí}})'_{\mu_r}\cdot\mu_r}{tg\varphi_{\text{âí}}}=-\frac{6\cdot a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega\cdot 6}=-1=G;$$

$$\frac{(tg\varphi_{\text{âí}})'_{a}\cdot a}{tg\varphi_{\text{âí}}}=-\frac{12\cdot a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega\cdot 6}=-2=H;\quad \frac{(tg\varphi_{\text{âí}})'_{\sigma}\cdot \sigma}{tg\varphi_{\text{âí}}}=-\frac{6\cdot a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega}{a^2\mu_0\mu_r\sigma\omega\cdot 6}=-1=I.$$

Обозначим

$$\frac{\delta K_E}{K_E}=\gamma_{K_E};\ \frac{\delta N_E}{N_E}=\gamma_{N_E};\ \frac{\delta tg\varphi_{\text{âí}}}{tg\varphi_{\text{âí}}}=\gamma_{tg_{\text{âí}}};\ \frac{\delta\mu_r}{\mu_r}=\gamma_{\mu_r};\ \frac{\delta a}{a}=\gamma_a;\ \frac{\delta\sigma}{\sigma}=\gamma_\sigma .$$

С учетом новых обозначений получим систему трех уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{\delta K_E}{K_E}=A\cdot\gamma_{\mu_r}+B\cdot\gamma_a+C\cdot\gamma_\sigma;\\[2mm] \dfrac{\delta N_E}{N_E}=D\cdot\gamma_{\mu_r}+E\cdot\gamma_a+F\cdot\gamma_\sigma;\\[2mm] \dfrac{\delta tg\varphi_{\text{âí}}}{tg\varphi_{\text{âí}}}=G\cdot\gamma_{\mu_r}+H\cdot\gamma_a+I\cdot\gamma_\sigma.\end{cases}$$

Распишем погрешность γ_{K_E} и γ_{N_E} при $\eta=const$

$$\gamma_{K_E}=\frac{\delta K_E}{K_E}=\frac{\delta\left(\frac{E_2}{E_0\cdot\eta}\right)}{K_E}=\frac{\delta E_2}{E_2}\pm\frac{\delta E_0}{E_0},\ \gamma_{N_E}=\frac{\delta N_E}{N_E}=\frac{\delta\left(\frac{E_{\text{âí}}}{E_0\cdot\eta}\right)}{N_E}=\frac{\delta E_{\text{âí}}}{E_{\text{âí}}}\pm\frac{\delta E_0}{E_0}.$$

Аналогично определим относительную погрешность $\gamma_{tg_{\text{âí}}}$, учитывая, что $z=\gamma_{tg_{\text{âí}}}$

$$\gamma_{tg_{\text{âí}}}=\frac{\delta tg\varphi_{\text{âí}}}{tg\varphi_{\text{âí}}}=\frac{1}{\cos^2\varphi_{\text{âí}}\cdot tg\varphi_{\text{âí}}}\cdot\delta\varphi_{\text{âí}}=\frac{1}{\cos^2\varphi_{\text{âí}}\cdot\frac{\sin\varphi_{\text{âí}}}{\cos\varphi_{\text{âí}}}}\cdot\delta\varphi_{\text{âí}}=\frac{2\varphi_{\text{âí}}}{\sin 2\varphi_{\text{âí}}}\cdot\frac{\delta\varphi_{\text{âí}}}{\varphi_{\text{âí}}}$$

Вычислим относительные погрешности с помощью определителей системы

$$\gamma_{\mu_r}=\frac{\begin{vmatrix}\gamma_{K_E} & B & C\\ \gamma_{N_E} & E & F\\ \gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}} & H & I\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A & B & C\\ D & E & F\\ G & H & I\end{vmatrix}}=\frac{\gamma_{K_E}\cdot E\cdot I+B\cdot F\cdot\gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}}+\gamma_{N_E}\cdot H\cdot C-\gamma_{tg_{\text{âí}}}\cdot E\cdot C-\gamma_{N_E}\cdot B\cdot I-H\cdot F\cdot\gamma_{K_E}}{A\cdot E\cdot I+B\cdot F\cdot H+D\cdot I\cdot C-H\cdot E\cdot C-D\cdot B\cdot I-H\cdot F\cdot A}$$

$$\gamma_{a}=\frac{\begin{vmatrix}A & \gamma_{K_E} & C\\ D & \gamma_{N_E} & F\\ G & \gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}} & I\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A & B & C\\ D & E & F\\ G & H & I\end{vmatrix}}=\frac{A\cdot\gamma_{N_E}\cdot I+\gamma_{K_E}\cdot F\cdot G+D\cdot\gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}}\cdot C-G\cdot\gamma_{N_E}\cdot C-\gamma_{K_E}\cdot D\cdot I-A\cdot F\cdot\gamma_{tg_{\text{âí}}}}{A\cdot E\cdot I+B\cdot F\cdot H+D\cdot I\cdot C-H\cdot E\cdot C-D\cdot B\cdot I-H\cdot F\cdot A}$$

$$\gamma_{\sigma}=\frac{\begin{vmatrix}A & B & \gamma_{K_E}\\ D & E & \gamma_{N_E}\\ G & H & \gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}A & B & C\\ D & E & F\\ G & H & I\end{vmatrix}}=\frac{A\cdot\gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}}\cdot E+B\cdot\gamma_{N_E}\cdot G+D\cdot H\cdot\gamma_{K_E}-\gamma_{K_E}\cdot E\cdot G-\gamma_{tg\varphi_{\text{âí}}}\cdot B\cdot D-A\cdot H\cdot\gamma_{N_E}}{A\cdot E\cdot I+B\cdot F\cdot H+D\cdot I\cdot C-H\cdot E\cdot C-D\cdot B\cdot I-H\cdot F\cdot A}$$

Таким образом были получены выражения для определения методических погрешностей измерения трех параметров цилиндрического изделия: относительной магнитной проницаемости μ_r, удельной электрической проводимости σ и радиуса a с помощью ТЭМП в приближении низких частот.

Список литературы: Методичні вказівки для практичних занять з дисципліни «Математичні методи неруйнівного контролю»для студентів спеціальності 7.090903/Уклад. *Багмет О.Л., Себко В.П., Себко В.В..* – Харків:НТУ «ХПІ», 2003. – 47с. *Багмет О. Л.* К теории электромагнитного преобразователя температуры. Сборник научных трудов ХГПУ «Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье.» - Вып 7 – Ч.3 – Харьков. – 1999. – С.86-88.3. *Себко В.П., Багмет О. Л., Сиренко Н.Н., Масалджийский М. Р.* Исследование электромагнитного преобразователя температуры //Известия ВУЗов СССР. Приборостроение. Т.34.1991. - №2.С.46-50.