

**Й.І. СТЕНЦЕЛЬ**, докт. техн. наук, проф. СНУ ім. В.Даля, Сєверодонецьк  
**А.В. РЯБІЧЕНКО**, аспірант, СНУ ім. В.Даля, Сєверодонецьк  
**К.А. ЛІТВІНОВ**, студент, СНУ ім. В.Даля, Сєверодонецьк

### ФІЗИЧНІ МОДЕЛІ ПЕРЕТВОРЕНЬ В УЛЬТРАЗВУКОВИХ ЗАСОБАХ КОНТРОЛЮ РІВНЯ РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩ

У роботі наведено результати теоретичних досліджень фізичних моделей в ультразвукових засобах контролю рівня рідинних середовищ на основі теорії реологічних переходів. Показано, що ультразвукові перетворювачі можуть описуватися інтегральною функцією Дірака з ядром у вигляді нелінійного диференціального рівняння переносу імпульса енергії та руху.

The results of theoretical researches of physical models in ultrasound control device of liquid mediums' level based on the theory of rheological conversions are given in the work. It is shown that the rheological convertors can be described by Dirac integral function with the kernel as a nonlinear differential equation of transfer of pulse energy and motion.

**Вступ.** Ультразвукові перетворювачі (УЗП), які використовуються для контролю рівня рідин, складаються з п'єзоелектричного елемента (ПЕЕ), металеві мембрани, обойми для кріплення та електродів для підведення електричного збуджуючого імпульсу (ЕЗІ) [1, 2]. Як правило, принцип роботи таких засобів контролю рівня (ЗКР) заснований на вимірюванні часу проходження ультразвукового сигналу (УЗС) подвійної відстані від УЗП до поверхні рідинного середовища (ПРС). Точність таких ЗКР невелика, як правило, не перевищує 0,25 (абсолютна похибка складає 7 – 10 мм). У багатьох випадках така точність є недостатньою, особливо при госпрозрахункових операціях. Ультразвукові ЗКР, які працюють за принципом вимірювання часу, мають низку недоліків, до яких відносяться: залежність часу розповсюдження ультразвукових коливань (УЗК) від параметрів газового та рідинного середовищ (тиску, температури, складу газу тощо) [3]. Тому підвищення точності та вірогідності вимірювального контролю ультразвукових ЗКР є актуальною проблемою, основною задачею котрої є вивчення впливу реологічних переходів.

**Постановка задачі.** В ультразвукових ЗКР рідинних середовищ (РС) УЗП одночасно служить як випромінювачем, так і приймачем ультразвукової енергії. ЕЗІ амплітудою  $E_0$  перетворюється в УЗК, котрі після відбиття від ПРС знову перетворюються в електричний сигнал  $e$ . Перетворення здійснюються послідовно і розділені в часі. Тому створення електрорушійної сили (ЕРС) відстає від початку дії ЕЗІ  $E_0$  на час  $t(L)$ , де  $L$  - рівень РС в апараті. Згідно з теорією реологічних перетворень [4] в УЗП можуть мати місце наступні послідовні переходи:

- енергія ЕЗІ з амплітудою  $E_0$  створює в УЗП електродинамічне зусилля  $E_{\partial}$  (зусилля Ампера);
- електродинамічне зусилля приводить до механічного руху мембрану УЗП;
- вільний механічний рух мембрани УЗП  $x$  створює механічні УЗК з частотою  $f$ ;
- механічні УЗК індують ЕРС  $E$ , яка створює напруженість  $H$  електромагнітного поля в УЗП;
- електромагнітне поле викликає вторинну механічну дію УЗП, яка направлена протилежно основним УЗК;
- механічні УЗК випромінюються в газове середовище, в якому терплять відповідне поглинання енергії, що призводить до часткової їх деформації;
- частина енергії УЗК поглинається рідиною, а основна після відбиття повертається в ГС, в якому деяка її частина знову поглинається;
- частина енергії УЗК, яка дійшла до УЗП, приводить її в механічний рух, що призводить до появи в ПЕЕ ЕРС  $e$ , яка вимірюється електричною вимірювальною схемою (ЕВС) та обробляється за відповідним алгоритмом.

**Основна частина.** В УЗП може бути до восьми реологічних переходів, котрі характеризуються відповідними перетвореннями електричної енергії в механічну та навпаки. У такому УЗП має місце явище переносу імпульсу електричної енергії, електромагнітної енергії, ультразвукової енергії та кількості руху.

У процесі активізації ПЕЕ енергія ЕЗІ зменшується до нуля, а енергія, яка накопичена цим елементом зростає від нуля до деякого максимального значення. Взаємодія двох енергій згідно зі законом Ампера створює електродинамічне зусилля, яке приводить до переміщення металеві мембрани, по центру якої жорстко приклеєно ПЕЕ, на відстань  $x_0$ . Графіки незворотних реологічних переходів для перетворення ЕЗІ в напруженість електричного поля ПЕЕ показані на рис. 1. Структурно-реологічна модель спаду напруженості ЕЗІ являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана рівнянням (див. рис. 1, б):

$$E_I(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_{11}; \quad t_{11} < t_{12} \\ 0 & t \geq t_{12}; \quad t_{11} < t_{10} < t_{12} \end{cases}$$

Структурно-логічна модель зростання напруженості електричного поля ПЕЕ теж являє собою ступінчасту функцію, яка описується таким рівнянням (див. рис. 1, в)

$$H_{II}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq t_{12} \\ 0 & t < t_{11} \end{cases}$$

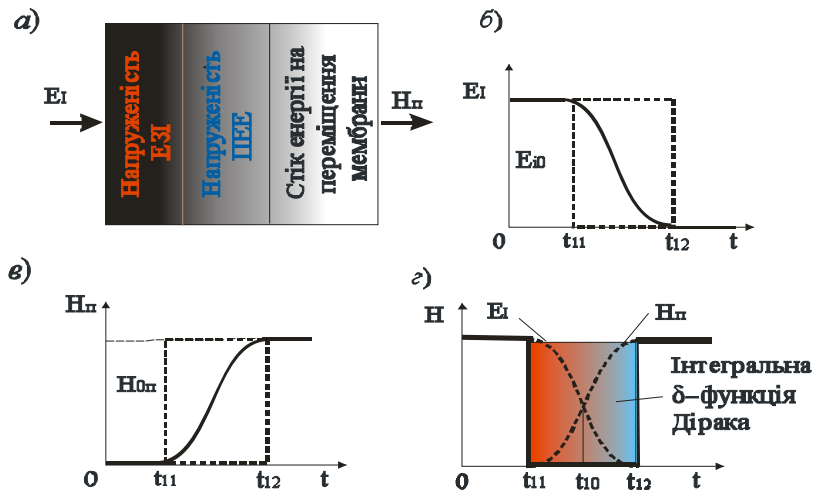


Рис. 1 Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень першого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення ЕЗІ; в) – графік незворотного реологічного накопичення напруженості електричного поля ПЕЕ; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$  – функції Дірака для першого реологічного переходу.

Тривалість фазового переходу залежатиме від електричних параметрів ПЕЕ. Згідно з теорією узагальнених функцій, похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_1(t) = \frac{d}{dt} f_1(t), \quad (1)$$

де  $\delta_1(t)$  - дельта функція Дірака;  $f_1(t)$  - деяка довільна функція.

Якщо функція  $f_1(t)$  описує процес переносу напруженості електричного поля зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною і має вигляд (див. рис. 1, г)

$$\int_{t_{11}+0_1}^{t_{12}} f_1(\xi) \delta(\xi - t_{10}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{10} < t_{11}, \quad t_{10} \geq t_{12} \\ f_1(t_{10} + 0) & t_{11} < t_{10} < t_{12} \end{cases}, \quad (2)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{10})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{10}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням

$$f_1(\xi) = \frac{\partial E_I}{\partial t} = \text{div}(D_E \nabla E_I) + H_{\Pi}(\bar{r}_{H_{\Pi}}, t), \quad (3)$$

де  $D_E$  - коефіцієнт переносу електричної енергії в напруженість електромагнітного поля (ЕМП);  $\bar{r}_{H_{\Pi}}$  - вектор напрямку дії напруженості ЕМП.

Напруженість електричного поля ПЕЕ приводить до механічного переміщення цього елемента, а одночасно до переміщення жорстко закріпленої металевої мембрани. На цьому етапі реологічного перетворення напруженість ЕМП спадає, а лінійне переміщення УЗП збільшується. Графіки незворотних реологічних перетворень для другого реологічного переходу показані на рис. 2.

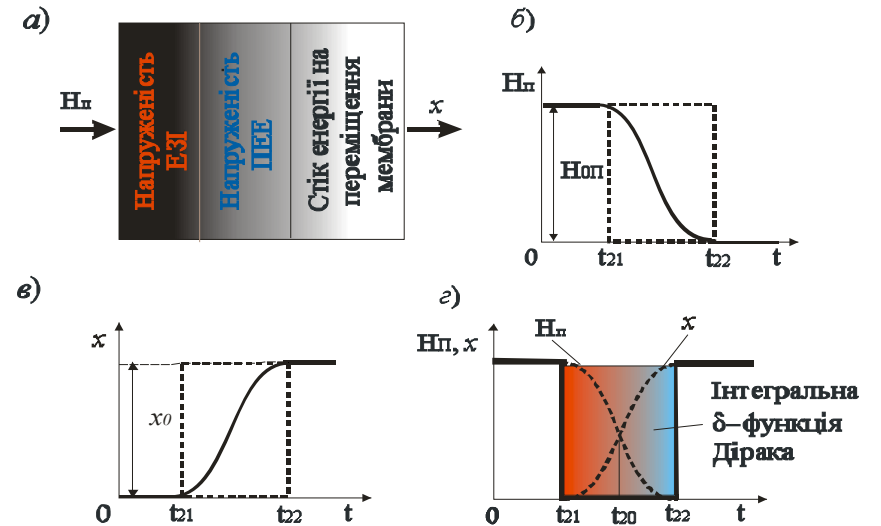


Рис. 2 Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень другого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення напруженості електричного поля ПЕЕ; в) – графік незворотного реологічного переміщення мембрани; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$  – функції Дірака для другого реологічного переходу

Структурно-реологічна модель спаду напруженості електричного поля ПЕЕ в переміщення мембрани являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 2, б)

$$H_{\Pi}(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_{21}; \quad t_{21} < t_{22} \\ 0 & t \geq t_{22}; \quad t_{21} < t_{20} < t_{22} \end{cases}.$$

Структурно-логічна модель переміщення мембрани УЗП теж є ступінчастою функцією, яку можна описати таким чином (див. рис. 2, в)

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \geq t_{22} \\ 0 & t < t_{21} \end{cases}$$

Тривалість фазового переходу залежатиме від електричних параметрів ПЕЕ. Похідна цієї функції приводить до символічної рівності

$$\delta_2(t) = \frac{d}{dt} f_2(t). \quad (4)$$

Якщо функція  $f_2(t)$  описує процес переносу напруженості електричного поля зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується таким рівнянням (див. рис. 2, з)

$$\int_{t_{21}+0_1}^{t_{22}} f_2(\xi) \delta(\xi - t_{20}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{20} < t_{21}, \quad t_{20} \geq t_{22} \\ f_2(t_{20} + 0) & t_{21} < t_{20} < t_{22} \end{cases}, \quad (5)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{20})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{20}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Рівняння такого фазовий перехід має вигляд

$$f_2(\xi) = \frac{\partial H_{\Pi}}{\partial t} = \text{div}(D_{H_{\Pi}} \nabla H_{\Pi}) + x(\bar{r}_x, t), \quad (6)$$

де  $D_{H_{\Pi}}$  - коефіцієнт переносу напруженості ЕМП у переміщення мембрани УЗП;  $\bar{r}_x$  - вектор напрямку руху мембрани.

Відхилення металевої мембрани на величину  $x_0$  (вимушене відхилення) приводить до появи вільних коливань, частота яких відповідає ультразвуковим. Вони є механічними і розповсюджуються в ГС. На цьому реологічному переході проходить зменшення амплітуди вимушеного відхилення мембрани і поява вільних коливань цієї мембрани з ультразвуковою частотою та інтенсивністю  $I_0$ . Графіки незворотних реологічних перетворень для третього реологічного переходу показані на рис. 3. Структурно-логічна модель відхилення мембрани УЗП  $x(t)$  в УЗК  $y(t)$  являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 3, б)

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_{31}; \quad t_{31} < t_{32} \\ 0 & t \geq t_{32}; \quad t_{31} < t_{30} < t_{32} \end{cases}$$

Структурно-фізична модель вільних коливань мембрани УЗП теж є ступінчастою функцією, яку можна описати наступним рівнянням (див. рис. 3, в)

$$y(t) = \begin{cases} 1 & t \geq t_{32} \\ 0 & t < t_{31} \end{cases}$$

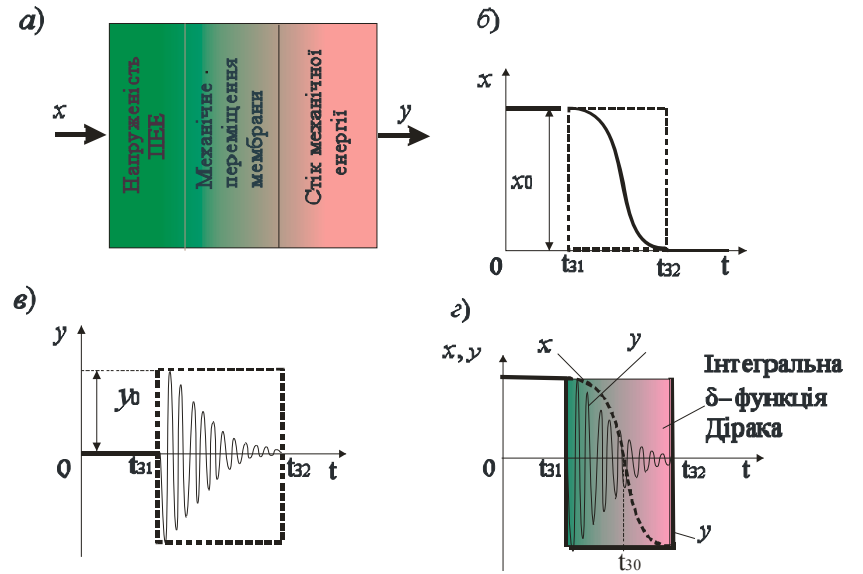


Рис. 3. Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень третього реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення вільного відхилення мембрани УЗВ при припиненні дії ЕЗІ; в) – графік незворотного реологічного переміщення мембрани в УЗК; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$  – функції Дірака для третього реологічного переходу.

Тривалість фазового переходу залежатиме від механічних властивостей УЗП та електричних параметрів ПЕЕ. Згідно з теорією узагальнених функцій, похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_3(t) = \frac{d}{dt} f_3(t). \quad (7)$$

Якщо функція  $f_3(t)$  описує процес переносу руху мембрани зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується рівнянням

$$\int_{t_{31}+0_1}^{t_{32}} f_3(\xi) \delta(\xi - t_{30}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{30} < t_{31}, \quad t_{30} \geq t_{32} \\ f_3(t_{30} + 0) & t_{31} < t_{30} < t_{32} \end{cases}, \quad (8)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{30})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{30}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді

$$f_3(\xi) = \frac{\partial x}{\partial t} = \text{div}(D_x \nabla x) + y(\bar{r}_y, t), \quad (9)$$

де  $D_x$  - коефіцієнт переносу вимушеного руху мембрани в її вільні коливання;  $\bar{r}_y$  - вектор напрямку руху вільних коливань мембрани.

УЗС, який створений мембраною УЗП, направляєтся в ГС. На цьому реологічному переході огинаюча  $y_{10}$  УЗС загасає в залежності від відстані  $J$  до ПРС за законом Ламберта-Бера. Дійшовши до ПРС, огинаюча змінюється до величини  $y_{20}$ . Графіки незворотних реологічних перетворень для четвертого реологічного переходу показані на рис. 4.

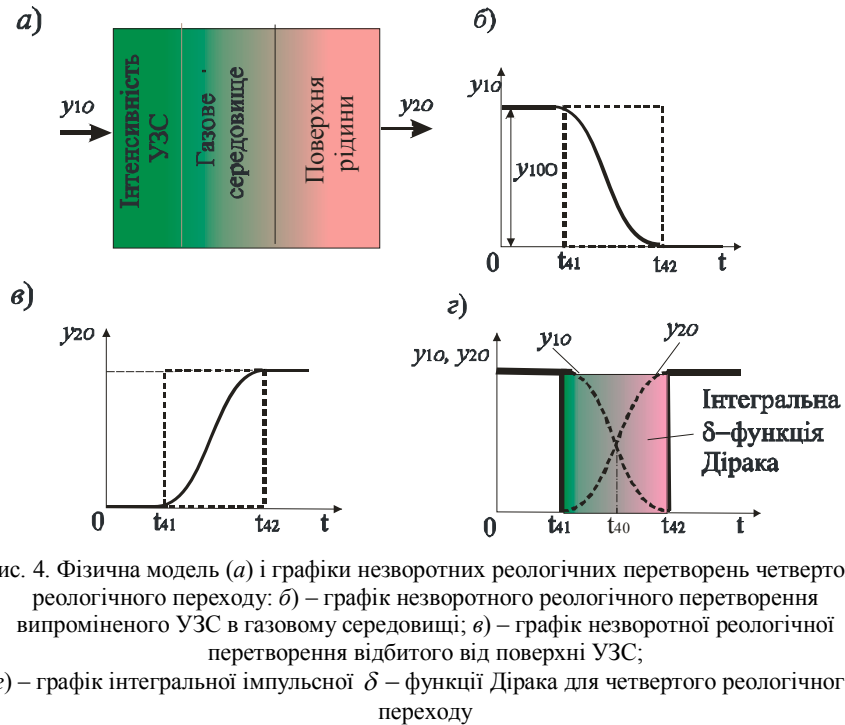


Рис. 4. Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень четвертого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення випроміненого УЗС в газове середовищі; в) – графік незворотної реологічної перетворення відбитого від поверхні УЗС; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$  – функції Дірака для четвертого реологічного переходу

Структурно-реологічна модель для зміни огинаючої УЗС  $y_{10}$  від відстані його розповсюдження  $J$  являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 4, б)

$$y_{10}(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_{41}; \quad t_{41} < t_{42} \\ 0 & t \geq t_{42}; \quad t_{41} < t_{40} < t_{42} \end{cases}$$

Структурно-логічна модель для зміни відстані (товщини) ГС є ступінчастою функцією, яку можна описати наступним рівнянням (див. рис. 4, в)

$$J_1(t) = \begin{cases} 1 & t \geq t_{42} \\ 0 & t < t_{41} \end{cases}$$

Тривалість фазового переходу залежатиме від фізико-хімічних параметрів ГС. Похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_4(t) = \frac{d}{dt} f_4(t). \quad (10)$$

Якщо функція  $f_4(t)$  описує огинаючу УЗС зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується рівнянням

$$\int_{t_{41}+0_1}^{t_{42}} f_4(\xi) \delta(\xi - t_{40}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{40} < t_{41}, \quad t_{40} \geq t_{42} \\ f_4(t_{40} + 0) & t_{41} < t_{40} < t_{42} \end{cases}, \quad (11)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{40})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{40}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді

$$f_4(\xi) = \frac{\partial y_{10}}{\partial t} = \text{div}(D_{y_{10}} \nabla y_{10}) + y_{20}(\bar{r}_{y_{20}}, t), \quad (12)$$

де  $D_{y_{10}}$  - коефіцієнт переносу ультразвукової енергії в ГС;  $\bar{r}_{y_{20}}$  - вектор напрямку руху УЗК в ГС.

Якщо припустити, що УЗС, який досяг ПРС, повністю відбився і знову пройшов відстань  $J$ , то фізична модель п'ятого реологічного переходу буде аналогічною четвертому. УЗС, який відбитий від ПРС, направляєтся знову в ГС і повертається до приймача УЗС. На цьому реологічному переході огинаюча  $y_{20}$  УЗС загасає в залежності від відстані  $J$  від ПРС до приймача за законом Ламберта-Бера. Графіки незворотних реологічних перетвореню для п'ятого реологічного переходу показані на рис. 5. Структурно-реологічна модель для огинаючої УЗС  $y_{20}$  являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 5, б)

$$y_{20}(t) = \begin{cases} 1 & t \leq t_{51}; \quad t_{51} < t_{52} \\ 0 & t \geq t_{52}; \quad t_{51} < t_{50} < t_{52} \end{cases}$$

Структурно-логічна модель для зміни відстані (товщини) ГС є ступінчастою функцією, яку можна описати наступним рівнянням (див. рис. 5, в)

$$y_C(t) = \begin{cases} 1 & t \geq t_{52} \\ 0 & t < t_{51} \end{cases}$$

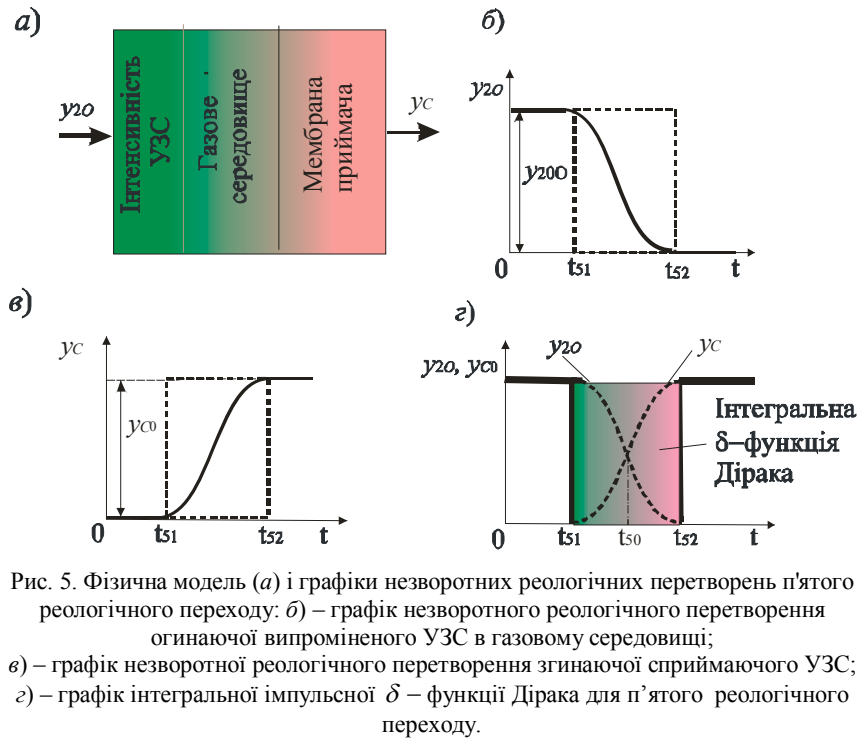


Рис. 5. Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень п'ятого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення огинаючої випроміненого УЗС в газове середовищі; в) – графік незворотного реологічного перетворення згинаючої сприймаючого УЗС; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$ -функції Дірака для п'ятого реологічного переходу.

Тривалість фазового переходу залежатиме від фізико-хімічних параметрів ГС. Похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_5(t) = \frac{d}{dt} f_5(t). \quad (13)$$

Якщо функція  $f(t)$  описує огинаючу УЗС зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується рівнянням

$$\int_{t_{51}+0_1}^{t_{52}} f_5(\xi) \delta(\xi - t_{50}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{50} < t_{51}, \quad t_{50} \geq t_{52} \\ f_5(t_{50} + 0) & t_{51} < t_{50} < t_{52} \end{cases}, \quad (14)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{50})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{50}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді

$$f_5(\xi) = \frac{\partial y_{20}}{\partial t} = \text{div}(D_{y_{20}} \nabla y_{20}) + y_C(\bar{r}_{y_C}, t), \quad (15)$$

де  $D_{y_{20}}$  - коефіцієнт переносу відбитої від поверхні рідини ультразвукової енергії в ГС;  $\bar{r}_{y_C}$  - вектор напрямку руху відбитих від поверхні УЗК.

Механічні УЗК, які створюються мембраною УЗП, викликають появу в ПЕЕ ЕРС  $e(t)$ . Так як ПЕЕ характеризується активним опором, ємністю та індуктивністю, то в ньому під дією ЕРС створюється струм  $i(t)$  з частотою УЗК. У результаті цього виникає ЕМП напруженістю  $H_3(t)$ . Напрямок дії цього поля протилежний до електричного поля елемента, яке створює ЕЗІ. У результаті цього створюється гальмуючий ефект, який призводить до деякої зміни форми УЗК. Графіки незворотних реологічних перетворень для шостого реологічного переходу показані на рис. 6.

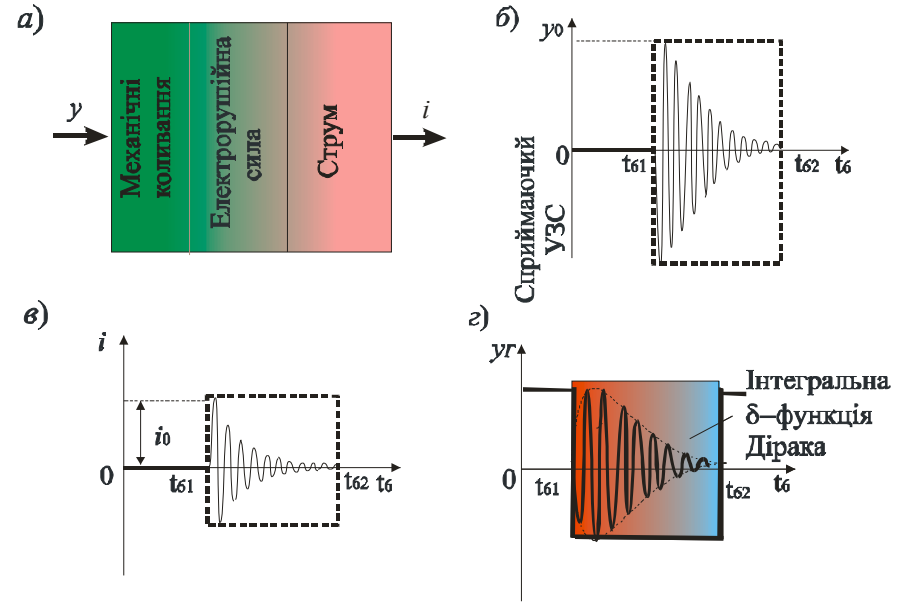


Рис. 6. Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень шостого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення УЗК при дії на мембрану ПЕВ; в) – графік незворотної реологічної зміни ЕРС ПЕЕ; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$ -функції Дірака для шостого реологічного переходу

Структурно-реологічна модель для механічних УЗС  $y$  є ступінчастою функцією, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 6, б)

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t \leq t_{61}; \quad t_{61} < t_{62} \\ 0 & t \geq t_{62}; \quad t_{61} < t_{62} \end{cases}$$

Структурно-логічна модель для сили струму, яка викликана ЕРС, є ступінчастою функцією, яку можна описати рівнянням (див. рис. 6, в):

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t \geq t_{62} \\ 0 & t < t_{61} \end{cases}$$

Тривалість фазового переходу залежатиме від фізико-хімічних параметрів газового середовища. Похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_6(t) = \frac{d}{dt} f_6(t). \quad (16)$$

Якщо функція  $f(t)$  описує огинаючу УЗС зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується рівнянням

$$\int_{t_{61}+0_1}^{t_{62}} f_6(\xi) \delta(\xi - t_{60}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{60} < t_{61}, \quad t_{60} \geq t_{62} \\ f_6(t_{60} + 0) & t_{61} < t_{60} < t_{62} \end{cases}, \quad (17)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{60})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{60}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді

$$f_6(\xi) = \frac{\partial y_M}{\partial t} \operatorname{div}(D_{y_M} \nabla y_M) + i(\bar{r}_i, t), \quad (18)$$

де  $D_{y_M}$  - коефіцієнт переносу кількості руху мембрани в ЕРС;  $\bar{r}_i$  - вектор напрямку дії сили струму в ПЕЕ.

На рис. 7 показана форма механічних коливань, які створені мембраною УЗП без врахування гальмуючої ЕРС.

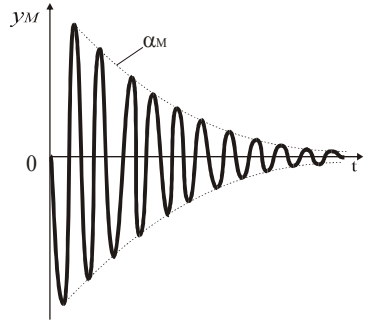


Рис. 7. Форма механічних ультразвукових коливань

Вільні коливання УЗП, який працює в ГС, можуть бути описані таким рівнянням

$$\frac{m}{c_1} \frac{d^2 y_M(t)}{dt^2} + \frac{k_1}{c_1} \frac{dy_M(t)}{dt} + y_M(t) = 0, \quad (19)$$

де  $m$  - маса мембрани з ПЕЕ;  $k_1$  - коефіцієнт демпферування;  $c_1$  - жорсткість мембрани;  $y(t)$  - поточне значення прогину мембрани;  $t$  - час руху мембрани.

Позначивши  $\tau_{1M} = k_1 / c_1$ ,  $\tau_{2M} = \sqrt{m / c_1}$ , де  $\tau_{1M}, \tau_{2M}$  - сталі часу коливального процесу мембрани, отримуємо

$$\tau_{2M}^2 \frac{d^2 y_M(t)}{dt^2} + \tau_{1M} \frac{dy_M(t)}{dt} + y_M(t) = 0. \quad (20)$$

Ступінь загасання вільних коливань мембрани

$$\alpha_M = -\tau_{1M} / 2\tau_{2M}^2, \quad (21)$$

а частота її власних коливань

$$\omega_M = \sqrt{1/\tau_{2M}^2 - (\tau_{1M}/2\tau_{2M}^2)^2}. \quad (22)$$

Як вказувалося раніше, механічні коливання мембрани викликають у ПЕЕ ЕРС  $e(t)$ . У першому наближенні електрофізична модель ПЕЕ може бути подана паралельним з'єднанням ємності  $C_E$ , індуктивності  $L_E$  й активного опору  $R_E$  (див рис. 8).

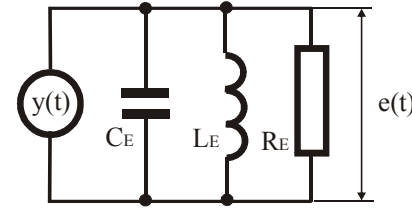


Рис. 8. Електрофізична модель п'єзоелектричного елемента

Згідно з теорією електричних кіл в електричному колі з ємністю, індуктивністю та активним опором виникає струм (див. рис. 9), який

описується наступним рівнянням

$$C_E L_E \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R_E C_E \frac{di(t)}{dt} + i = K_E y(t). \quad (23)$$

Позначивши  $\tau_{1E} = R_E C_E$ , а  $\tau_{2E} = \sqrt{C_E L_E}$ , де  $\tau_{1E}, \tau_{2E}$  - сталі часу електромагнітних коливань (ЕМК) ПЕЕ, маємо

$$\tau_{2E}^2 \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \tau_{1E} \frac{di(t)}{dt} + i = K_E y(t). \quad (24)$$

По аналогії з мембраною маємо:

- ступінь загасання електромагнітних коливань

$$\alpha_E = \tau_{1E} / 2\tau_{2E}^2; \quad (25)$$

- частота власних електромагнітних коливань

$$\omega_E = \sqrt{1/\tau_{2E}^2 - (\tau_{1E}/\tau_{2E}^2)^2}. \quad (26)$$

Враховуючи, що частота ЕМК співпадає з частотою власних механічних коливань мембрани, тобто  $\omega_M = \omega_E$ , то загасання ЕМК залежатиме від електричних параметрів ПЕЕ. За рахунок втрати електромагнітної енергії ступінь загасання ЕМК  $\alpha_E$  буде більшою від загасання механічних коливань

$\alpha_M$ . З рівності рівнянь (22) і (26) отримуємо вираз для ступені загасання ЕМК у такій формі

$$\alpha_E = \sqrt{\alpha_M^2 + \frac{\tau_{2E}^2 - \tau_{2M}^2}{\tau_{2M}^2 \tau_{2E}^2}} = \sqrt{\alpha_M^2 + \Delta\alpha^2}, \quad (27)$$

де  $\Delta\alpha_E = (1/\tau_{2M}) \sqrt{1 - (\tau_{2M}/\tau_{2E})^2}$ .

Враховуючи, що  $\tau_{2M} = \sqrt{m/c_1}$  і  $\tau_{2E} = \sqrt{C_E L_E}$ , для приросту загасання ЕМК маємо

$$\Delta\alpha_E = \frac{c_1}{m} \sqrt{1 - \left(\frac{m}{c_1 C_E L_E}\right)^2}. \quad (28)$$

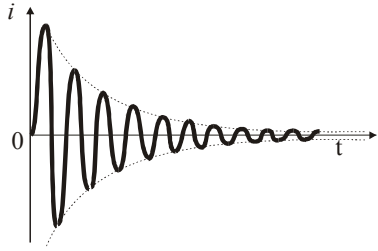


Рис. 9. Форма сигналу для сили струму

З рівняння (2.38) видно, що  $\Delta\alpha_E = 0$  коли  $m = c_1 C_E L_E$ . Зі збільшенням ємності  $C_E$  ПЕЕ збільшується ступінь загасання ЕМК.

Аналогічно впливає й збільшення індуктивності. Так як електромагнітна сила направлена назустріч механічному зусиллю, то результуюча форма УЗК, які випромінюються в газове середовище матиме вигляд, показаний на рис. 10. Якщо припустити, що УЗС, який має форму показану на рис. 10, зменшує в ГС тільки свою амплітуду за законом Ламберта-Бера. При відбитті від ПРС енергія цього сигналу не втрачається, то сприймаючий УЗП УЗС перетворюється в електричний сигнал, форма якого додатково змінюється за рахунок дії електричних параметрів ПЕЕ.

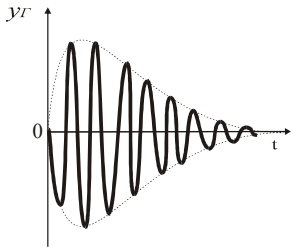


Рис. 10. Форма УЗС, який випромінюється в ГС

При виробництві ультразвукових ЗКР ПЕЕ відбираються за такими електричними параметрами як активний електричний опір  $R$  та ємність  $C$  з метою отримання максимального вихідного електричного сигналу і мінімуму шумів. Підставивши рівняння (25) у (27), після відповідних перетворень отримуємо

$$RC = 2\tau_{2E} \sqrt{\left(\frac{\tau_{2E}}{\tau_{2M}}\right)^2 (\alpha_M^2 \tau_{2M}^2 + 1)} - 1. \quad (29)$$

Якщо з деяким припущенням прийняти, що  $\tau_{2E} \approx \tau_{2M}$ , то отримуємо наступне рівняння

$$RC = 2\alpha_M \tau_{2E} \tau_{2M} = k_1 \sqrt{\frac{LC}{mc_1}}. \quad (30)$$

З рівняння (30) можна визначити, яким повинен бути активний опір п'єзоелемента:

$$R = k_1 \sqrt{\frac{X_L X_C}{mc_1}}, \quad (31)$$

де  $X_L = \omega L$  - індуктивний опір елемента;  $\omega$  - частота УЗК;  $X_C = 1/\omega C$  - ємнісний опір елемента.

Якщо відомий активний опір п'єзоелемента, то його ємність повинна дорівнювати

$$C = \frac{X_L}{\omega R^2} \left(\frac{k_1^2}{mc_1}\right). \quad (32)$$

Таким чином, виходячи з моделей реологічних перетворень, встановлено, що існує відповідний зв'язок між електричними та механічними параметрами п'єзоелемента. З метою забезпечення максимальної ефективності роботи ПЕЕ активний його опір та ємність повинні відповідати рівнянням (31) і (32).

УЗС, який пройшов подвійну відстань у ГС, викликає механічні коливання мембрани УЗП. Графіки незворотних реологічних перетворень для сьомого реологічного переходу показані на рис. 11. Структурно-реологічна модель спаду УЗС  $y_\Gamma$  у механічні коливання  $z$  являє собою ступінчасту функцію, яка може бути описана таким рівнянням (див. рис. 11, б)

$$y_\Gamma(t) = \begin{cases} 0 & t \leq t_{71}; \quad t_{71} < t_{72} \\ 0 & t \geq t_{72}; \quad t_{71} < t_{70} < t_{72} \end{cases}.$$

Структурно-фізична модель вимушених коливань мембрани УЗП теж є ступінчастою функцією, яку можна описати наступним рівнянням (див. рис. 11, в)

$$z(t) = \begin{cases} 0 & t \geq t_{72} \\ 0 & t < t_{71} \end{cases}.$$

Тривалість фазового переходу залежатиме від механічних властивостей УЗП та електричних параметрів ПЕЕ. Похідна ступінчастої функції приводить до символічної рівності

$$\delta_\gamma(t) = \frac{d}{dt} f_\gamma(t), \quad (33)$$

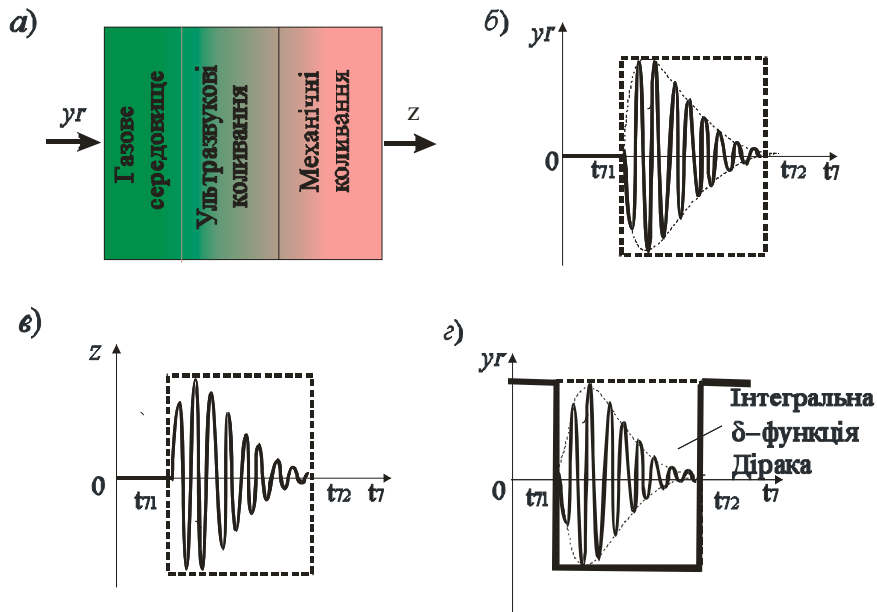


Рис. 11. Фізична модель (а) і графіки незворотних реологічних перетворень сьомого реологічного переходу: б) – графік незворотного реологічного перетворення УЗС у механічні коливання; в) – графік незворотного реологічного переміщення мембрани; г) – графік інтегральної імпульсної  $\delta$ -функції Дірака для сьомого реологічного переходу.

Якщо функція  $f_7(t)$  описує процес переносу руху мембрани зі спадковістю, то функція Дірака є асиметричною й описується рівнянням

$$\int_{t_{71}+0_1}^{t_{72}} f_7(\xi) \delta(\xi - t_{70}) d\xi = \begin{cases} 0 & t_{70} < t_{71}, \quad t_{70} \geq t_{72} \\ f_7(t_{70} + 0) & t_{71} < t_{70} < t_{72} \end{cases}, \quad (34)$$

де  $\xi$  - деяка змінна;  $\delta(\xi - t_{70})$  - ядро лінійного інтегрального перетворення;  $t_{70}$  - середнє значення часу фазового переходу.

Такий фазовий реологічний перехід описується рівнянням у вигляді

$$f_7(\xi) = \frac{\partial y_{\Gamma}}{\partial t} = \text{div}(D_{y_{\Gamma}} \nabla y_{\Gamma}) + z(\bar{r}_z, t). \quad (35)$$

де  $D_{y_{\Gamma}}$  - коефіцієнт переносу відбитої від ПРС ультразвукової енергії до мембрани ПЕП;  $\bar{r}_z$  - вектор напрямку руху мембрани. Фазовий реологічний

перехід вимушених механічних коливань УЗП в електричний сигнал, який сприймається ЕВС, описується наступним рівнянням

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \text{div}(D_z \nabla z) + e_C(\bar{r}_{e_C}, t), \quad (36)$$

де  $D_z$  - коефіцієнт переносу кількості руху мембрани в ЕРС;  $\bar{r}_{e_C}$  - вектор напрямку дії ЕРС.

Форма сигналу ЕРС, яка є функцією рівня, приведена на рис. 12. Аналіз фазових реологічних перетворень УЗП показує, що на вимірювальний контроль рівня РС чинять вплив не тільки фізико-хімічні параметри ГС, але й механічні та електричні параметри ПЕЕ, який одночасно є випромінювачем УЗС та їх приймачем після відбиття від ПРС.

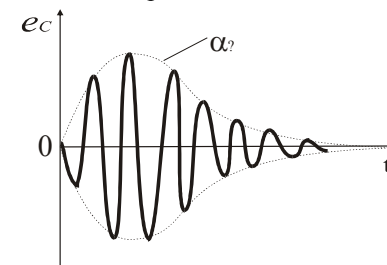


Рис. 12. Форма електричного сигналу, який сприймається ЕВС

Як видно з фізичних моделей, реологічні перетворення описуються нелінійними диференціальними рівняннями, що свідчить про наявність нелінійних складових похибок вимірювального контролю. Як показують теоретичні та експериментальні дослідження УЗП, форма електричного сигналу, який поступає в ЕВС відрізняється від форми УЗС, яка випромінюється в ГС.

**Висновок.** У результаті досліджень ультразвукових перетворювачів, які використовуються для вимірювального контролю рівня рідинних середовищ встановлено, що перетворення електричного збуджуючого імпульсу в електричний сигнал вимірювальної інформації здійснюється послідовними реологічними перетвореннями, які описуються інтегральними імпульсними  $\delta$ -функціями Дірака. Наявність таких перетворень підтверджується експериментальними дослідженнями входних та вихідних ультразвукових сигналів. Причому між електричними та механічними параметрами п'єзоелектричного елемента існує відповідний функціональний зв'язок.

**Список літератури:** 1. Бабиков О.И. Контроль уровня с помощью ультразвука. – Л.: Энергия, 1971. – 98 с. 2. Дж. Фрайден. Современные датчики. Справочник / Перевод с английского Ю.А. Заболотной под ред. Е.Л. Свинцова. – Москва: Техносфера, 2006. – 592 с. 3. Шаранов В.М., Мусиенко М.П., Шаранова Е.В. Пьезоэлектрические датчики / Под ред. В.М. Шаранова. – Москва: Техносфера, 2006. – 632 с. 4. Стенцель Й.И. Математичне моделювання хімічних процесів на основі теорії реологічних переходів. Вісник СНУ ім. Володимира Даля. №5(111). Ч.2, - 2007. – с.91-97.

Поступила в редколлегию 25.04.11