

**Ю.Е. ХОРОШАЙЛО**, канд. техн. наук, доцент, ХНУРЭ, Харків  
**В.А. СВЕТЛИЧНЫЙ**, соискатель ХНУРЭ, Харків

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАКЛАДНОГО ТРАНСФОРМАТОРНОГО ВИХРЕТОКОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

У роботі запропонована аналітична модель взаємодії накладного трансформаторного перетворювача і плоского, однорідного, неферромагнітного об'єкта. Вихрострумний перетворювач і зона контролю об'єкта представлені у вигляді еквівалентної електричної схеми і трьох кільцевих еквівалентних витків. Визначено залежність вихідного сигналу від електричного струму, частоти, взаємних індуктивностей.

In the work proposed an analytical model of the interaction of the transformer superimposed eddy current transducer and a flat, uniform, nonferromagnetic object. Eddy-current converter and control zone of the object represented in the form of equivalent circuit and three-ring equivalent turns. The dependence of the output signal from an electric current, frequency, and mutual inductances.

**Ведение.** Вихретоковые измерительные преобразователи (ВИП) широко используются в дефектоскопических исследованиях электропроводящих материалов. Особую роль они играют при неразрушающем контроле тонких ферромагнитных пленок и покрытий. Такие проводящие структуры находят все более широкое применение в электронной промышленности. Пленки и покрытия широко применяются при производстве интегральных микросхем; в авиационной и космической технике; в производстве оптических приборов, в микроволновой технике. В последнее время получили распространение специальные виды покрытий и пленок: проводящая бумага, ткань, различные рыхлые, пористые слои, сеточные структуры, металлические покрытия на ткани и бумаге [1].

Всех ВИП объединяет то, что они генерируют (излучают) в окружающее пространство электромагнитную энергию, которая вызывает изменение электромагнитного поля в исследуемом объекте контроля (ОК). По способу получения первичной информации ВИП можно подразделить на две основные группы – параметрические и трансформаторные [2].

Общим недостатком параметрических и трансформаторных ВИП является зависимость сигнала, прежде всего от температуры, рабочего зазора, электромагнитных свойств ОК. Причем трансформаторные в отличие от параметрических, в значительно меньшей степени подвержены этому недостатку [3]. Конструктивно параметрические ВИП имеют одну обмотку, трансформаторные - несколько обмоток (две и более) [2-3]. В трансформаторных за счет конфигурации и взаимного расположения обмоток могут быть устранены влияния зазора. Используя оптимальные соотношения

количества витков первичной и вторичных обмоток, может быть достигнута высокая чувствительность [4].

**Анализ литературы.** В работе [5] приведено соотношение для выходного сигнала измерительной обмотки накладного трансформаторного ВИП, указан упрощенный теоретический анализ работы накладного трансформаторного ВИП. Более подробная расчетная математическая модель и метод оценки взаимодействия ВИП с объектом, имеющим поверхностную трещину, приведены в [6]. Однако, известные модели имеют сложный вычислительный аппарат как при аналитических так и численных расчетах. В [7] рассматривается модель ОК в виде полупространства с кусочно-линейным изменением по глубине удельного сопротивления в поверхностном слое. В продолжение [8] предлагаются упрощенные модели для упроченного изделия в виде полупространства с однородным слоем или со слоем линейного изменения удельного сопротивления по глубине. В [9-10] предложена модель трансформаторного проходного ВИП для цилиндрического ОК, где получены соотношения для определения эквивалентных сопротивлений, построены графики зависимости относительного сопротивления ВИП от глубины проникновения поля в исследуемый цилиндрический ОК для двух разных конфигураций катушек ВИП и для разных марок стали. Однако, несмотря на достаточное развитие теоретических и прикладных аспектов современных методов вихретокового контроля, универсальных, надежных и высоко чувствительных с хорошими метрологическими показателями, методы получения и обработки экспериментальных данных в настоящее время разработаны недостаточно.

**Основная часть.** Надежный метод получения результатов должен основываться на математической модели адекватно определяющую физический процесс. Целью настоящей работы является обобщенный аналитический анализ математической модели трансформаторного ВИП накладного типа при взаимодействии с плоским, однородным ОК (удельная электрическая проводимость  $\sigma = const$ ). Физическая модель представляет собой систему, включающую в себя возбуждающую обмотку, измерительную обмотку, и ОК. Геометрические размеры системы ВИП - ОК согласуются таким образом, чтобы обеспечить однородность электромагнитного поля в зоне контроля. Заменяем физическую модель эквивалентной электрической схемой из связанных контуров с трансформаторной связью, рис.1. Первый контур образован задающим генератором и возбуждающей обмоткой ВИП. Объект контроля представлен как второй контур, содержащий индуктивность и активное сопротивление. Третьим контуром является измерительная обмотка ВИП. На схеме: показаны R1, L1, I1 – сопротивление, индуктивность и ток возбуждающей обмотки ВИП; U1 – напряжение, задающего генератора и приложенное к первичной обмотке; R2, L2, I2 – эквивалентные электрические параметры исследуемого ОК. R3, L3, I3 – электрические параметры измерительной катушки; U3 – напряжение на клеммах

измерительной катушки.  $M_{12}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{13}$  - взаимные индуктивности контуров, зависящие от размеров и формы контуров, расстояния между ними, от их взаимного расположения и от магнитной проницаемости  $\mu$  окружающей среды (в нашем случае для воздуха  $\mu = 1$ ).

Используя законы Кирхгофа для цепей переменного тока, получим систему уравнений в комплексной форме:

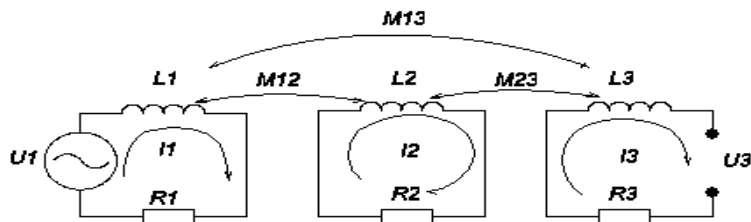


Рис.1. Эквивалентная схема взаимодействия ВИП и ОК.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 j\omega L_1 + \dot{I}_2 j\omega M_{12} + \dot{I}_3 j\omega M_{13} = \dot{U}_1, \\ \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_2 j\omega L_2 + \dot{I}_1 j\omega M_{12} + \dot{I}_3 j\omega M_{23} = 0, \\ \dot{I}_3 R_3 + \dot{I}_3 j\omega L_3 + \dot{I}_2 j\omega M_{23} + \dot{I}_1 j\omega M_{13} = \dot{U}_3 \end{cases} \quad (1)$$

Анализируя данную систему, рассчитаем  $\dot{U}_3$  - выходное напряжение ВИП. Учитывая то, что нагрузкой для измерительного контура является высокоомный вход предварительного усилителя, допускаем значение тока протекающего в измерительной обмотке,  $\dot{I}_3 \rightarrow 0$ . При этом система уравнений упростится и примет вид:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_1 j\omega L_1 + \dot{I}_2 j\omega M_{12} = \dot{U}_1, \\ \dot{I}_2 R_2 + \dot{I}_2 j\omega L_2 + \dot{I}_1 j\omega M_{12} = 0, \\ \dot{I}_2 j\omega M_{23} + \dot{I}_1 j\omega M_{13} = \dot{U}_3 \end{cases} \quad (2)$$

Решая данную систему, получим:

$$\dot{I}_2 = -\dot{I}_1 \frac{j\omega M_{12}}{R_2 + j\omega L_2} \quad (3)$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_1 \left( j\omega M_{13} + \omega^2 \frac{M_{12} M_{23}}{R_2 + j\omega L_2} \right) \quad (4)$$

Известно, что ВИП индуцирует в ОК замкнутые вихревые токи, что позволяет представить зону контроля в виде близко расположенных концентрических токопроводов. Толщина каждого равна эквивалентной глубине проникновения электромагнитного поля в зону контроля. Глубина

проникновения  $\delta$ , зависит от частоты тока протекающего в возбуждающей обмотке: чем ниже частота, тем больше проникновения электромагнитного поля в ОК, и определена расстоянием, при котором объемная плотность тока уменьшается не более чем в  $e$  - раз.

Для определения значений индуктивности  $L_2$  и взаимных индуктивностей контуров  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{23}$  представим эквивалентную схему взаимодействия ВИП и ОК в виде взаимодействия трех кольцевых проводников рис.2.

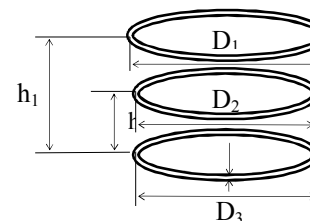


Рис.2. Взаимодействие трех кольцевых проводников

Возбуждающая обмотка ВИП представлена витком с диаметром по осевой линии проводника  $D_1$ , измерительная обмотка представлена витком с диаметром  $D_2$ , зона контроля объекта представлена витком с диаметром  $D_3$ . Диаметр поперечного сечения токопровода витка, обозначен  $d$ , для зоны контроля  $d = \delta$ .  $h_1$  - расстояние между ОК и возбуждающей обмоткой,  $h_2$  - расстояние между ОК и измерительной обмоткой.

Значения активного сопротивления  $R_2$  и циклической частоты  $\omega$ , получим из следующих выражений:

$$R_2 = 4 \frac{D_2}{\sigma \delta^2}, \quad \omega = \frac{2}{\delta^2 \mu_r \mu_0 \sigma}, \quad (5)$$

где  $\mu_0$  - магнитная постоянная =  $1,26 \cdot 10^{-6}$  Гн/м.,  $\mu_r$  - относительная магнитная проницаемость вещества,  $\sigma$  - удельная электрическая проводимость.

Для любого кольцевого проводника собственная индуктивность  $L$  легко определяется по формуле [11].

$$L = 0,5 \mu_0 D \left( \ln \frac{4D}{d} - 2 + \frac{\xi}{4} \right), \quad (6)$$

где  $D$  - диаметр (по осевой линии) кольцевого проводника;  $d$  - диаметр поперечного сечения токопровода витка;  $\xi$  - функция, значение которой может, определено [11] как:

$$\xi = \frac{8}{kd} \frac{b_0}{b_1} \sin\left(\beta_0 - \beta_1 - \frac{\pi}{4}\right), \quad (7)$$

где  $k = \sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma \omega}$ ,  $b_0$  и  $\beta_0$  - модуль и аргумент Бесселевой функции  $I_0(z)$  первого рода нулевого порядка,  $b_1$  и  $\beta_1$  - модуль и аргумент Бесселевой функции  $I_1(z)$  первого рода нулевого порядка, причем  $z = k d e^{-\frac{j\pi}{4}}$ , значение Бесселевых функции для различных значений  $z$  могут быть взяты из [12-13],  $\omega = 2\pi f$  - циклическая частота.

Таким образом, индуктивность ОК можно определить как:

$$L_2 = 0,5\mu_0 D_2 \left( \ln \frac{4D_2}{\delta} - 2 + \frac{\xi}{4} \right), \quad (8)$$

Так как система взаимодействия ВИП – ОК выполнена из ферромагнитного материала  $\mu = 1$ , тогда значение для взаимной индуктивности любых круговых контуров согласно [11] можно определить из соотношения:

$$M = \mu_0 \sqrt{\frac{D_i D_j}{2}} f(\Delta), \quad (9)$$

где  $f(\Delta)$  - функция определяющая форм-фактор ВИП, и

$$\text{определяемая из выражения: } f(\Delta) = \left( \frac{2}{\Delta} - \Delta \right) K - \frac{2}{\Delta} E, \quad (10)$$

где  $K$  и  $E$  – эллиптические интегралы первого и второго рода [12], а параметр  $\lambda$  - определяет геометрические размеры и взаимное расположение контуров ВИП:

$$\Delta = 2 \sqrt{\frac{D_i D_j}{(D_i + D_j)^2 + 4h_{ij}^2}} \quad (11)$$

Для определения взаимных индуктивностей контуров  $M_{12}$ ,  $M_{13}$ ,  $M_{23}$ , подставим (9), (10), и (11) в необходимые значения и после некоторых преобразований, получим:

$$M_{12} = \mu_0 \sqrt{\frac{D_1 D_2}{2}} f(\Delta_{12}); \quad f(\Delta_{12}) = \left( \frac{2}{\Delta_{12}} - \Delta_{12} \right) K - \frac{2}{\Delta_{12}} E, \quad (12)$$

$$\Delta_{12} = 2 \sqrt{\frac{D_1 D_2}{(D_1 + D_2)^2 + 4(h_1 + h_2)^2}}$$

$$M_{13} = \mu_0 \sqrt{\frac{D_1 D_3}{2}} f(\Delta_{13}), \quad f(\Delta_{13}) = \left( \frac{2}{\Delta_{13}} - \Delta_{13} \right) K - \frac{2}{\Delta_{13}} E, \quad (13)$$

$$\Delta_{13} = 2 \sqrt{\frac{D_1 D_3}{(D_1 + D_3)^2 + 4h_1^2}}$$

$$M_{23} = \mu_0 \sqrt{\frac{D_2 D_3}{2}} f(\Delta_{23}), \quad f(\Delta_{23}) = \left( \frac{2}{\Delta_{23}} - \Delta_{23} \right) K - \frac{2}{\Delta_{23}} E, \quad (14)$$

$$\Delta_{23} = 2 \sqrt{\frac{D_2 D_3}{(D_2 + D_3)^2 + 4h_2^2}}$$

**Вывод.** Полученные зависимости позволяют производить расчет накладных трансформаторных ВИП различных конструкций, оценивать зависимость выходного напряжения от значений индуктивности ОК, взаимных индуктивностей контуров, частоты протекающего в возбуждающей обмотке. Получена уточненная формула определяющая геометрические размеры и взаимное расположение контуров вихретоковых преобразователей.

**Список литературы:** 1. Светличный В.А. Неразрушающий контроль пленок и покрытий / В.А.Светличный, В.В.Тулупов // Системи озброєння і військова техніка – Харків ХУПС ім.І.Кожедуба - 2010 - №3(23) с.160-162. 2. Неразрушающий контроль. Справочник в 7 т.: Т.2 / под общ. ред. В.В.Клюева. М.; Машиностроение, 2003. – 688с.:ил. 3. Каневский И.Н. Неразрушающие методы контроля: Учебное пособие / Каневский И.Н., Сальникова Е.Н. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. – 243 с. 4. Герасимов В.Г., Клюев В.В., Шатерников В.Е. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 272 с. 5. Сучков Г.М. Теоретическое исследование накладного вихретокового преобразователя / Г.М. Сучков, Ю.М. Хомяк // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Прилади та методи неруйнівного контролю. – Харків: НТУ "ХПІ" – № 48. – 2008. – 150 с. 6. Хомяк Ю.М. Расчетная модель ортогонального вихретокового преобразователя / Ю.М. Хомяк, Г.М. Сучков // Вісник Національного о технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. "Електроенергетика преобразовательная техника". - Харків: НТУ «ХПІ» - № 12. - 2010. - 208 с. 7. Митрофанов В.А. Теоретические основы трехпараметрового контроля упроченного слоя асимметричным ЭП преобразователем на квазипостоянном токе. Ч.1. Модель НЛ / В.А. Митрофанов, С. Г. Грязев // Дефектоскопия. 2003 - №11. – С.73-81. 8. Митрофанов В.А. Теоретические основы трехпараметрового контроля упроченного слоя асимметричным ЭП преобразователем на квазипостоянном токе. Ч.2. Модели Н и L / В.А. Митрофанов, С. Г. Грязев // Дефектоскопия. 2003 - №12. – С.73-83. 9. Горкунов Б.М. Моделирование вихретокового преобразователя для контроля поверхностных слоев металлических изделий / Б.М. Горкунов, И.В. Тюпа, А.А. Тищенко // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 48. – 150 с. 10. Горкунов Б.М. Выбор рациональных размеров катушек вихретокового преобразователя для контроля металлических изделий / Б.М. Горкунов, Н.Н. Сиренко, И.В. Тюпа, А.А. Тищенко // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 49. – 192 с. 11. Калантаров П. Л. Расчет индуктивностей: Справочная книга. / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин — 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1986. —488 с: ил. 12. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы./ Г.Б Двайт / пер. с англ. - 2-е изд., испр. - М.: Наука, 1973. – 228 с. 13. Бейтмен Г., Эрдейи А. «Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены». Справочная математическая библиотека М. [Физматгиз](#) 1966 г. 296 с.