

К. С. ПОЛУЛЯХ, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ», Харьков;
Л. А. МЕДВЕДЕВА, доц. НТУ «ХПИ», Харьков;
И. И. ТОПОЛОВ, ст. преп. НТУ «ХПИ», Харьков

АНАЛИЗ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ФАЗОМЕТРА С ПОСТОЯННЫМ ВРЕМЕНЕМ ИЗМЕРЕНИЯ

В работе дана методика расчета низкочастотной погрешности фазометра, с постоянной длительностью измерения в случае малого количества периодов за время измерения. Выполнена сравнительная оценка полученных результатов с литературными данными.

В роботі дана методика розрахунку низькочастотної похибки фазометра, з постійною тривалістю вимірювання у випадку малої кількості періодів за час вимірювання. Виконана порівняльна оцінка отриманих результатів з літературними даними.

In this work the method of calculation of the low-frequency phase meter with a constant error of measurement time in the case of a small number of periods during the measurement. A comparative evaluation of results with literature data.

Введение. Фазометр с постоянным временем измерения называется также фазометром средних значений. При низкой частоте исследуемого напряжения за время измерения проходит малое количество периодов, причем число периодов может быть нецелым, т.е. время измерения состоит из m целых периодов и части Δm нецелого периода.

Влияние нецелой части периода Δm приводит к появлению погрешности, которая называется низкочастотной. При большой частоте влияние нецелой части периода уменьшается т.к. при $m \gg \Delta m$ величиной Δm можно пренебречь. Для этого случая методика расчета низкочастотной погрешности известна [1-4], однако если число периодов велико низкочастотная погрешность значительно уменьшается и ее расчет теряет актуальность.

Значительно больший интерес вызывает расчет погрешности при низкой частоте, т.к. при малом числе периодов, достигающем до одного целого периода, низкочастотная погрешность значительно возрастает и ее учет становится неизбежным. Разработке методики решения этой задачи посвящена данная работа.

Структурная схема фазометра показана на рис. 1. Напряжения U_1 и U_2 , между которыми измеряется фазовый сдвиг, поступают на формирование коротких импульсов элементами Φ_1 и Φ_2 в момент перехода напряжений U_1 и U_2 через нулевое значение (рис. 2). Короткие импульсы от двух напряжений последовательно проходят на R и S- входы триггера T, на выходе которого формируются импульсы длительностью t_ϕ , равные по

продолжительности измеряемому фазовому сдвигу. Импульсы t_ϕ поступают на вход схемы совпадения И, на другие входы которой подаются квантующие импульсы $T_{кв}$ от генератора G и импульс равный по длительности времени измерения $t_{изм}$ от формирователя Φ_3 .

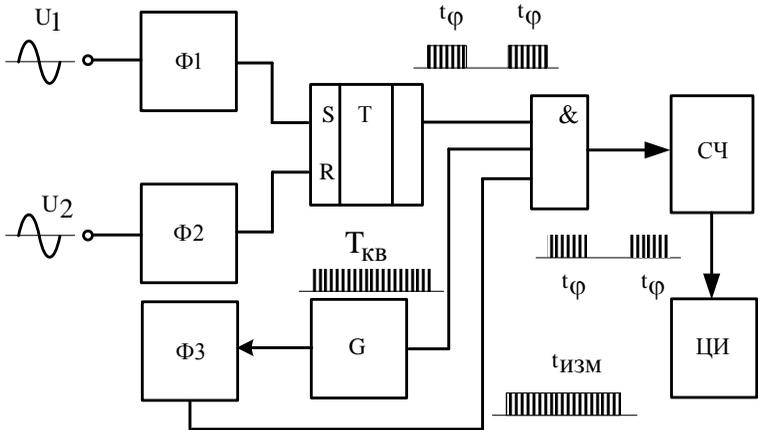


Рис. 1. Структурная схема фазометра

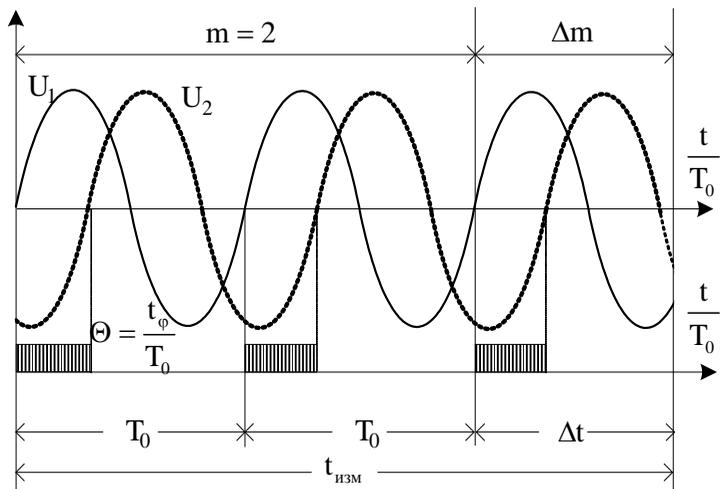


Рис. 2 График фазового сдвига между напряжениями U_1 и U_2

Следовательно, на вход счетчика СЧ проходят квантующие импульсы, только в моменты появления фазовых импульсов t_{ϕ} , суммарная длительность которых за время измерения равна $\sum t_{\phi}$.

Время измерения равно $t_{\text{изм}} = T_0 (m + \Delta m)$, где T_0 - период исследуемого напряжения. Результат измерения фазового сдвига выдается на цифровой индикатор ЦИ. Приведенный к периоду T_0 измеряемый фазовый сдвиг $\theta_{\text{изм}}$ определяется уравнением:

$$\theta_{\text{изм}} = \frac{\sum t_{\phi}}{t_{\text{изм}}} = \frac{\sum t_{\phi}}{T_0 \cdot (m + \Delta m)} = \frac{\sum \theta}{m + \Delta m}. \quad (1)$$

где $\sum \theta = \frac{\sum t_{\phi}}{t_0}$ - суммарная длительность целых и нецелого фазовых импульсов, выраженных в величинах приведенных к периоду T_0 .

Приведенная к периоду погрешность γ выражается уравнением согласно (1):

$$\gamma = \theta_{\text{изм}} - \theta = \frac{\sum \theta}{m + \Delta m} - \theta = \frac{\Delta \phi^{\circ}}{360^{\circ}}; \quad (2)$$

где $\Delta \phi^{\circ}$ - абсолютная погрешность, выраженная в градусах;

$\theta = \frac{t_{\phi}}{T_0}$ - действительное значение измеряемой величины.

Мгновенное значение низкочастотной погрешности. Минимальная частота исследуемого напряжения соответствует случаю, когда за время измерения проходит один целый период.

Погрешность γ зависит от трех параметров θ , Δm , m . Вначале определим погрешность от θ , при постоянных значениях Δm и m .

Эта погрешность определяется значением указанных параметров в определенный момент, поэтому будем ее называть мгновенным значением погрешности.

В соответствии с уравнением (2) значение погрешности выразится формулой:

$$\gamma = \frac{\theta \cdot m + \theta}{m + \Delta m} - \theta = \frac{\theta(1 - \Delta m)}{m + \Delta m} = \theta \cdot \kappa; \quad (3)$$

где $\kappa = \frac{1 - \Delta m}{m + \Delta m} = \text{const.}$

График зависимости погрешности γ представлен на рис.3. Погрешность линейно зависит от θ , причем приведенное значение θ достигает наибольшей величины θ_n в случае когда $\theta_n = \Delta m$, т.к. дальнейшее увеличение θ невозможно, поскольку этот момент совпадает с окончанием времени измерения. Предельное значение погрешности будем называть вершиной погрешности γ_v .

Среднеквадратическое отклонение вершины погрешности. Величину вершины погрешности γ_v определим, если в уравнение (3) подставим значение $\theta = \theta_n = \Delta m$,

$$\gamma_v = \frac{\Delta m - \Delta m^2}{m + \Delta m} \quad (4)$$

Так как значение вершины погрешности γ_v , которое является мгновенным значением, не дает возможности оценки точностных характеристик фазометра, определим среднеквадратическое отклонение вершины погрешности.

Среднеквадратическое отклонение (СКО) треугольной функции (рис.3) в $\sqrt{3}$ раз меньше наибольшего значения γ_v . Поэтому СКО вершины погрешности определим согласно (4) уравнением:

$$\gamma_{с.к} = \frac{\Delta m - \Delta m^2}{(m + \Delta m) \cdot \sqrt{3}} \quad (5)$$

Полученное значения $\gamma_{с.к}$ является величиной зависящей только от двух параметров Δm и m , в отличие от уравнения (3), которое представляет мгновенное значение погрешности, зависящее от трех параметров. Дальнейшие преобразования позволят выразить максимальную погрешность, определяемую только одним параметром m .

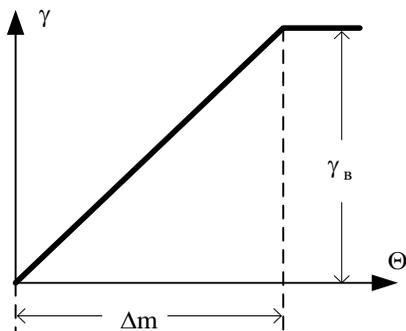


Рис. 3. Зависимость погрешности γ от фазового сдвига Θ .

Иррациональная форма представления максимального значения среднеквадратического отклонения вершины погрешности. Из графика зависимости $\gamma_{с.к}$ от m и Δm (рис.4), построенного на основании уравнения (5) видно, что функция $\gamma_{с.к}$ имеет максимум погрешности γ_{max} . Для оценки метрологической характеристики фазометра целесообразно использовать максимальное значение погрешности γ_{max} . Величину γ_{max} определим, приравняв нулю производную $\frac{d \gamma_{с.к}}{d(\Delta m)}$, используя уравнение (5):

$$\frac{d}{d(\Delta m)} \left[\frac{\Delta m - \Delta m^2}{(m + \Delta m) \sqrt{3}} \right] = \frac{\Delta m^2 + 2\Delta m \cdot m - m}{(m + \Delta m)^2 \sqrt{3}} = 0$$

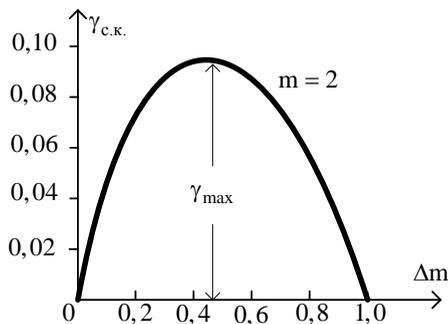


Рис. 4. График зависимости $\gamma_{с.к}$ от части нецелого импульса Δm .

Корень уравнения:

$$\Delta m^2 + 2\Delta m \cdot m - m = 0$$

определяет значение $\Delta m = \Delta M$ (величина нецелой части периода) при котором низкочастотная погрешность достигает максимального значения γ_{\max} :

$$\Delta M = \sqrt{m^2 + m} - m. \quad (6)$$

Значения ΔM , рассчитанные по формуле (6), даны в таблице и на графике рис.5 в зависимости от m .

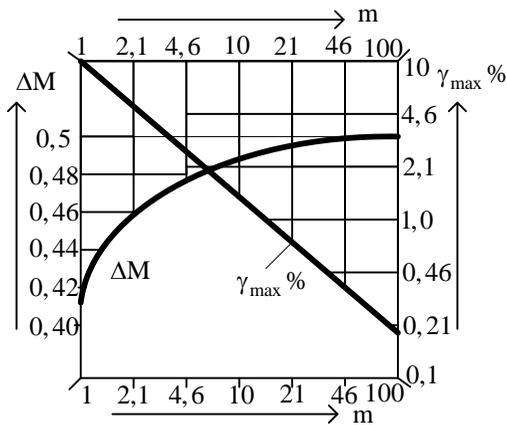


Рис. 5. График зависимости $\gamma_{\max} \%$ и ΔM от числа периодов m .

Таблица

Значения ΔM в зависимости от m

m	1,0	2,0	5,0	10	20	50	100	200	500	1000
$\gamma_{\max} \%$	9,9	5,83	2,63	1,37	0,70	0,29	0,14	0,07	0,03	0,01
ΔM	0,4142	0,4494	0,4770	0,4881	0,4939	0,4975	0,4988	0,4994	0,4998	0,4999
S%	46	23	9,0	4,6	2,3	0,92	0,46	0,23	0,09	0,05

Погрешность γ_{\max} может быть получена подстановкой значения ΔM вместо Δm в уравнение (5):

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta M - \Delta M^2}{(m + \Delta M) \sqrt{3}} \quad (7)$$

Таким образом, погрешность γ_{\max} определяется системой уравнений (6,7), содержащей одну переменную m . Величины γ_{\max} в процентах, вычисленные из системы уравнений (6,7), даны в таблице и на графике рис.5 в зависимости от m .

Полученная система уравнений (6,7) представлена в иррациональной форме, так как содержит параметр в дробной степени: $(m^2 + m)^{\frac{1}{2}}$ в уравнении (6). Полученную систему уравнений приведем к рациональному виду, состоящему из одного уравнения с переменной m .

Рациональная форма уравнения максимального значения погрешности. Для преобразования системы уравнений (6,7) в рациональную форму определим вначале значения ΔM из уравнения (6), при $m=1$ и $m \gg 1$.

Преобразуем радикал из уравнения (6) при $m \gg 1$ [5];

$$\sqrt{m^2 + m} = m \sqrt{1 + \frac{1}{m}} \approx m \left(1 + \frac{1}{2m} \right) = m + 0,5 \quad (8)$$

Выполнив расчет из уравнения (6) с использованием (8) получим значения ΔM для случаев, когда $m=1$ и $m \gg 1$:

$$\text{а) } m=1; \quad \Delta M_1 = 0,4142 \quad (9)$$

$$\text{б) } m \gg 1; \quad \Delta M_m = 0,5 \quad (10)$$

Для получения зависимости от m низкочастотной погрешности γ_p в рациональной форме выберем некоторое уравнение таким образом, чтобы совпали величины погрешностей γ_1 и γ_m соответственно при $m=1$ и $m \gg 1$, найденные из этого уравнения и из системы уравнений (6,7).

Найдем вначале решения определяемые системой уравнений (6,7). Из (7) получим:

$$\gamma_1 = \frac{\Delta M_1 - \Delta M_1^2}{(m + \Delta M_1) \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,4142 - 0,4142^2}{(1 + 0,4142) \cdot \sqrt{3}} \approx \frac{0,1716}{\sqrt{3}} \quad (11)$$

$$\gamma_m = \frac{\Delta M_m - \Delta M_m^2}{m \cdot \left(1 + \frac{\Delta M_m}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,5 - 0,5^2}{\left(1 + \frac{0,5}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \square \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \quad (12)$$

Указанным выше преобразованиями при некотором значении Δ_1 удовлетворяет уравнение:

$$\gamma_p = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{\Delta_1}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \quad (13)$$

Что можно подтвердить приводимыми ниже расчетами. При $m=1$ из (13) получим:

$$\gamma_p = \gamma_1 = \frac{1}{4 \cdot (1 + \Delta_1) \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,1716}{\sqrt{3}};$$

Откуда найдем: $\Delta_1 = 0,4569 \approx 0,46$.

Если $m \gg 1$ из (13) определим:

$$\gamma_p = \gamma_m = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{\Delta_1}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \square \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}}.$$

Полученные решения γ_1 и γ_m совпадают с приведенными в (11), (12).

Подставив $\Delta_1 \approx 0,46$, в (13) получим уравнение низкочастотной погрешности в рациональной форме:

$$\gamma_p = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{0,46}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4(m + 0,46) \cdot \sqrt{3}} \quad (14)$$

Расчеты по уравнениям (7) и (14) отличаются не более, чем на десятки доли процента.

При высоких частотах, когда $m \gg 1$ из (14) получим:

$$\gamma_{\text{в.ч.}} = \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \quad (15)$$

Сравнительная оценка рациональной формы уравнения с литературными данными. Выполним сравнительную оценку полученных в работе результатов с литературными данными.

В работах [3,4] приводится уравнение абсолютной погрешности в виде:

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{90^\circ \cdot f}{N \cdot F \cdot \sqrt{3}}; \quad (16)$$

Для выполнения необходимых преобразований, значения времени измерения фазометра представим в двух видах:

$$t_{\text{изм}} = m \cdot T_0 = N \cdot \Delta t;$$

$$\text{откуда } \frac{f}{N \cdot F} = \frac{1}{m}. \quad (17)$$

где $f = \frac{1}{\Delta t}$; $F = \frac{1}{T_0}$ - частоты и периоды соответственно квантуемого и исследуемого напряжений;

N, m - количество соответственно квантуемых импульсов и периодов исследуемого напряжения за время измерения.

Для выполнения сравнения преобразуем уравнение абсолютной погрешности $\sigma_{\text{н}}$ (16) в приведенную $\gamma_{\text{пр}}$. Используя (17), согласно (2) получим:

$$\gamma_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{н}}}{360^\circ} = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{f}{N \cdot F \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \quad (18)$$

Сравнивая (15) и (18) можно видеть, что последнее уравнение соответствует погрешности, возникающей только при высокой частоте $\gamma_{\text{в.ч.}}$ (15) и может использоваться только при условии когда $m \gg 1$.

Если условие не выполняется, результат расчета $\gamma_{\text{пр}}$ значительно отличается от полученного в (14), так как не учитывает влияние части нецелого периода Δm .

В таблице дано процентное отклонение результата расчета по формулам $\gamma_{пр}$ (18) и γ_p (14), вычисленное из уравнения:

$$S = (\gamma_{пр}/\gamma_p - 1) \cdot 100\% = \frac{m + 0,46}{m} \cdot 100\% .$$

Из таблицы видно, что расчеты по формулам $\gamma_{пр}$ и γ_p мало отличаются только при условии $m \gg 1$. Данные таблицы устанавливают связь между приемлемой величиной погрешности и допустимым диапазоном исследуемой частоты.

Выводы. В работе получена система уравнений в иррациональной форме для определения низкочастотной погрешности при параметрах от $m=1$, до $m \gg 1$, предложена также рациональная форма расчета погрешности при указанных значениях m .

Показано, что известные в литературе уравнения могут быть использованы для расчетов только для случаев, когда $m \gg 1$, при меньших значениях m возникают большие погрешности.

Список литературы: 1. *К.С. Полулях*, К теории фазометра с постоянным временем измерения. Украинський метрологічний журнал, №3, 2006. с.13-16. 2. *Полулях К.С., Тополов И.И., Медведева Л.А.* Анализ погрешностей торсионного момента ера при малых нагрузках. Вестник Национального технического университета «ХПИ» 7'2003, 3. с.127-130. 3. *Смирнов П.Т.* Цифровые фазометры. «Энергия», 1974, с. 38-40. 4. *Кузнецкий С.С.* О законах распределения и практических предельных ошибках дискретного преобразования в цифровых фазометрах. Автометрия, 1965. №3 с. 63-68. 5. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике, М. «Наука» 1980, с. 108.

Надійшла до редакції 15.04.12