*В. В. КАРПУСЬ*, аспирант, НТУУ «КПИ», Киев; *О. Н. ПЕТРИЩЕВ*, докт. техн. наук, профессор, НТУУ «КПИ», Киев; *Г. М. СУЧКОВ*, докт. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ», Харьков

## РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НАКЛАДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ РЕГИСТРАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ТРУБАХ И СТЕРЖНЯХ

Предлагается метод построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн, распространяющихся в ферромагнитных и неферромагнитных металлах. Результативность метода показана на примере построения математической модели накладного преобразователя, который используется в устройствах неразрушающего контроля металлических труб.

Пропонується метод побудови математичних моделей ультразвукових перетворювачів електромагнітного типу в режимі реєстрації пружних хвиль, що поширюються в феромагнітних і неферомагнітних металах. Результативність методу показана на прикладі побудови математичної моделі накладного перетворювача, який використовується в пристроях неруйнівного контролю металевих труб.

The method of build-up of ultrasonic transducers mathematical models of an electromagnetic type in the mode of elastic waves registration spreading in ferromagnetic and nonferromagnetic metals is offered. The productivity of a method is shown on an example of build-up of mathematical model of a superimposed transducer, which is used in devices of a not destroying testing of metal pipes.

Введение. Под преобразователем (ультразвуковым преобразователем) электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, которое возникает в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменяющегося во времени магнитного поля. Таким образом, преобразователь электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн – это структура с распределенными параметрами, состоящая из приемника переменного магнитного поля, источника постоянного поля подмагничивания и некоторого объема деформируемого металла. Эти преобразователи используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1 – 4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], в ультразвуковых первичных преобразователях электрического измерения неэлектрических величин систем [7]. лабораторных установках для выполнения экспериментальных исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического использования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа естественным образом возникает вопрос о том, как влияют геометрические и физико-механические параметры преобразователя на эффективность его работы в том или ином диапазоне

частот. Не менее актуальным является вопрос о согласовании конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо помощью. Методология регистрировать с его математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн была определена статьями Шубаева С.Н. И Шкарлета Ю.М. [8, 9, 10]. В этих работах был осуществлен расчет электромагнитного поля рассеяния, которое возникает вне объема деформируемого металла, поляризованного постоянным магнитным полем. Затем рассматривалось взаимодействие этого поля с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа. Методика расчета, предложенная Шкарлетом С.Н. и Шубаевым Ю.М., не содержала в себе признаков универсального подхода и по этой причине приводила к которые не соответствовали физическому содержанию результатам, решаемых задач. Так, в работе [10] был сделан вывод, что разность электрических потенциалов на клеммах приемника переменного магнитного поля в форме кругового витка на высоких частотах возрастает при увеличении радиуса окружности. Этот вывод противоречит не только физической модели электромагнитного способа регистрации упругих волн, но и фундаментальному закону естествознания – закону сохранения энергии. Последующие за этим работы Комарова В.А. (см. монографию [11]) не столько внесли ясности, сколько окончательно запутали дело. Публикации [12. 13. 141. помещенные в малодоступных изданиях. остались формирование незамеченными не никакого влияния на И оказали теоретических основ расчета И проектирования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа. Своеобразным доказательством отсутствия практически значимой теории ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа является статья В.Я. Грошева [15] в журнале «Дефектоскопия», в котором систематически публикуются статьи, где обсуждаются те или иные аспекты этой теории. В первой строке текста статьи В.Я. Грошев пишет «данная работа является обобщением результатов практических исследований, проведенных автором...».

Таким образом, можно констатировать, что в настоящее время отсутствует универсальная И адекватная реальным объектам И происходящим в них процессам методика построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема (регистрации) ультразвуковых волн в пластинах И стержнях ИЗ ферромагнитных и неферромагнитных металлов.

Целью настоящей статьи является изложение основных положений нового, адекватного реальным ситуациям, метода расчета и демонстрация его работоспособности на примере построения математической модели полисекционного накладного преобразователя.

## Общая схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн

Словосочетанием «математическая модель» ультразвукового преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн в настоящем изложении определяется аналитическая конструкция, которая связывает компоненты вектора смещения материальных частиц в объеме деформируемого металла, т. е. входное воздействие, с разностью электрических потенциалов на электрическом выходе преобразователя.

Предположим, что в некотором объеме V металла существует напряженно-деформированное состояние, изменяющееся во времени по гармоническому закону  $e^{i\omega t}$ . Все без исключения параметры и характеристики этого состояния определяются вектором смещения  $\vec{u}(x_k,t) = \vec{u}(x_k)e^{i\omega t}$ материальных частиц. Будем считать, что пространственно-развитая амплитуда  $\vec{u}(x_k)$  гармонически изменяющегося векторного поля  $\vec{u}(x_k,t)$  известна по определению. времени BO Предположим, что в объеме V существует постоянное во времени магнитное поле с напряженностью  $\vec{H}^0(x_k)$ . Если металл является ферромагнетиком, то его деформирование сопровождается изменением его намагниченности. То на фоне постоянной намагниченности появляется переменная есть составляющая  $\vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$ . Изменение намагниченности сопровождается перестройкой магнитного поля, которое существует в окружающем ферромагнитный металл пространстве. Переменное магнитное поле пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля, который является основным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, и на выходных клеммах этого контура возникает разность электрических потенциалов.

Таким образом, в режиме приема ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнетике, поляризованном постоянным магнитным полем  $\vec{H}^0(x_k)$ , реализуется следующая цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\rm _{GbIX}}(\omega)e^{i\omega t}, \qquad (1)$$

где символами  $\Phi$  и  $U_{\text{вых}}(\omega)$  обозначены амплитудные значения потока магнитной индукции через электрический контур преобразователя электромагнитного типа и разности электрических потенциалов на его выходе.

Если деформируемый металл не является ферромагнетиком, то реализуется иная цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{j}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\rm source}(\omega)e^{i\omega t}, \qquad (2)$$

где  $\vec{j}(x_k)$  - амплитудное значение гармонически изменяющегося во времени вектора поверхностной плотности конвективного тока [16], причем  $j_k(x_k) = i\omega r \mu_0 \varepsilon_{kmn} u_n(x_k) H_m^0(x_k)$ , где r – компонент шарового тензора удельной электрической проводимости,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ \Gamma_{H/M}$  - магнитная проницаемость вакуума,  $\varepsilon_{kmn}$  – компонент тензора Леви-Чивиты, равный плюс единице, когда индексы образуют четную перестановку чисел 1, 2, 3; равный минус единице при нечетных перестановках и равный нулю при равенстве любых двух из трех индексов. При записи соотношения для расчета амплитудного значения гармонически изменяющегося во времени компонента вектора плотности конвективного тока принято соглашение о суммировании по дважды повторяющимся индексам. Переменный электрический ток с плотностью  $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$  порождает переменное магнитное поле, которое выходит за пределы деформируемого металла и пронизывает электрический контур приемника магнитного поля составе в преобразователя электромагнитного типа.

Как в алгоритме (1), так и в алгоритме (2), переменный магнитный поток  $\Phi(t)$  индуцирует разность электрических потенциалов  $U_{gbix}(t) = -\partial \Phi(t)/\partial t$  и поэтому амплитудное значение разности электрических потенциалов  $U_{gbix}(\omega) = -i\omega\Phi$ .

Менее очевидно построение соотношения для расчета величины магнитного потока Ф, который пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля в преобразователе электромагнитного типа. В работе [17] доказаны теоремы о наведенном магнитном потоке, математическая формулировка которых имеет следующий вид

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^{np}} \iiint_V \vec{M}(x_k) \cdot \vec{H}^{np}(x_k) dV , \qquad (3)$$

где  $\vec{H}^{np}(x_k)$  - вектор напряженности магнитного поля, которое создает в вакууме приемник переменного магнитного поля при токе I<sup>np</sup> в его электрическом контуре;  $\vec{I}(x_k)$  - амплитудное значение гармонически времени намагниченности изменяющейся во элемента объема dV Интегрирование формуле (3)деформируемого ферромагнетика. в объему выполняется по всему металла. Если регистрируемые электромагнитным способом ультразвуковые волны распространяются в металле, который не обладает ферромагнитными свойствами, то вектор  $\vec{M}(x_k) = \left| \vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k) \right| / 2$  определяет магнитный момент элементарной токовой трубки, образованной конвективным током  $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$ . Радиус  $\vec{R}(x_k)$  токовой кривизны трубки определяется по правилам дифференциальной геометрии, однако в большинстве практически интересный ситуаций вектор  $\vec{R}(x_k)$  определяется геометрией поперечного сечения металлического образца.

Использование теоремы о наведенном магнитном потоке, заменяет процедуру решения сложной граничной задачи электродинамики, которая неизбежно сопровождает определение параметров и характеристик магнитных полей рассеяния, которые излучаются объемами деформируемого металла в окружающее пространство, значительно более простой операцией вычисления объемного интеграла (3).

Поскольку векторная величина  $\tilde{M}(x_k)$  определяется распространяющейся гармонической волной, постольку она всегда может быть представлена в виде произведения  $\tilde{M}(S)F(\gamma)$ , где  $\tilde{M}(S)$  - векторная функция, определенная в произвольной точке поперечного сечения металлического образца;  $F(\gamma)$  – фазовая функция, зависящая от значений волнового числа  $\gamma$  распространяющейся ультразвуковой волны. Если в металлическом образце реализуется плоское напряженно-деформированное состояние или он имеет форму стержня, то ультразвуковая волна распространяется вдоль одной оси (её, для определенности, обозначим символом z) и фазовая функция  $F(\gamma) = e^{\pm i \pi}$ . В этом случае выражение (3) можно записать в следующем виде

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^{np}} \iint_S \vec{M}(S) \cdot \vec{H}^{(\pm)}(S) dS , \qquad (4)$$

где S – поперечное сечение металлического образца;  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  - интегральный образ (Фурье – образ) вектора напряженности магнитного поля, причем

$$\vec{H}^{(\pm)}(S) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}^{np}(x_k) e^{\pm i \varkappa} dz .$$

Необходимо особо подчеркнуть, что определение интегральных образов  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  требует значительно меньших усилий, чем вычисление оригинала векторной функции  $\vec{H}^{np}(x_k)$ . Таким образом, внутренняя логика математической формулировки теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет существенно упростить вычислительные процедуры, которые предваряют собственно расчет наведенного магнитного потока  $\Phi$ .

Предлагаемый метод построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в неферромагнитных металлах фактически сводится к определению Фурье – образов компонентов  $H_m^{(\pm)}(S)$  вектора напряженности магнитного поля, которое создается электрическим контуром приемника

переменного магнитного поля в пустом пространстве и последующему вычислению двойного интеграла (4). Расчет плотности конвективных токов  $\vec{j}(x_k)$  по известному вектору смещения материальных частиц деформируемого металла является тривиальной задачей.

Для ферромагнетиков ситуация несколько усложняется тем, что необходимо корректно определить переменную намагниченность  $\vec{M}(x_{\iota})$ .

Для любого ферромагнетика, вне зависимости от качественного содержания происходящих в нем поляризационных процессов, справедливо [18] следующее определение намагниченности:

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H} , \qquad (5)$$

где  $\vec{M}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  - гармонически изменяющиеся во времени векторы намагниченности, магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Поскольку внешние источники переменного магнитного поля отсутствуют по определению, постольку вектор  $\vec{H}$  следует понимать как вектор напряженности внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за изменения ориентации магнитных доменов в процессе динамического деформирования ферромагнетика.

То, что внутреннее магнитное поле существует в природе, следует из уравнения магнитной поляризации упругой среды с магнитострикционным эффектом, т. е. для деформируемого намагниченного ферромагнетика [19]. Из уравнений состояния деформируемого ферромагнетика [19] можно получить следующее соотношение для определения амплитудных значений гармонически изменяющихся во времени компонентов вектора  $\vec{B}(x_k)$ 

$$B_{k} = m_{pkij} H_{p}^{0}(x_{k}) u_{i,j}(x_{k}) + \mu_{k}^{\varepsilon} H_{k}(x_{k}), \qquad (6)$$

где  $m_{pkij}$  - компонент тензора магнитострикционных констант (для поликристаллических ферромагнетиков это компонент изотропного тензора

четвертого ранга, т. е. 
$$m_{pkij} = m_2 \delta_{pk} \delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pi} \delta_{kj} + \delta_{pj} \delta_{ki}); m_1$$
 и  $m_2 - m_2 \delta_{pk} \delta_{kj} + \delta_{pj} \delta_{kj}$ 

две экспериментально определяемые константы;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера); между индексами обозначает операцию дифференцирования запятая выражения, которое стоит до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой;  $\mu_k^{\varepsilon}$  - компонент тензора второго ранга (индекс Фойгта k подчеркивает то, что матрица этого тензора имеет диагональную структуру) магнитной проницаемости ферромагнетика в режиме постоянства деформаций. Внутреннее магнитное амплитудами поле с  $H_k(x_k)$ возникающее вращения сопровождается из-за доменов, которым деформирование предварительно намагниченного ферромагнетика, так  $B(x_{k})$ дополняет первое слагаемое соотношения (6). что вектор

20

удовлетворяет фундаментальному (в рамках классической электродинамики) условию отсутствия магнитных зарядов, т. е.  $B_{k,k}(x_k) = 0 \forall x_k \in V$ .

Компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, которые для амплитудных значений составляющих электромагнитного поля в пренебрежении токами смещения могут быть записаны в следующем виде

$$\varepsilon_{ijk}H_{k,j}(x_k) = rE_i(x_k), \qquad \varepsilon_{mni}E_{i,n}(x_k) = -i\omega B_m(x_k), \qquad (7)$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – компонент тензора Леви-Чивиты; r – удельная электрическая проводимость (компонент шарового тензора второго ранга);  $\vec{E}(x_k)$  - амплитуда гармонически изменяющегося во времени электрического поля, которое возникает в перемагничиваемом проводнике электрического тока. Из уравнений Максвелла (7) следует дифференциальное уравнение для компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$\varepsilon_{mni}\varepsilon_{ijk}H_{k,jn}(x_k) + i\omega r\mu_m^{\varepsilon}H_m(x_k) = -i\omega rm_{pnij}H_p^0(x_k)u_{i,j}(x_k)\forall x_k \in V, \qquad (8)$$

правая часть которого предполагается известной по сути постановки решаемой задачи.

Решение уравнения (8) (строго говоря – системы уравнений (8)) должны удовлетворять определенным условиям на ограничивающей объем V поверхности S<sub>0</sub>, т. е.

$$\begin{split} & \varepsilon_{ijk} n_j \Big[ H_k(x_k) - \widetilde{H}_k(x_k) \Big] = 0 \forall x_k \in S_0, \\ & n_k \Big[ m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^{\varepsilon} H_k(x_k) - \mu_0 \widetilde{H}_k(x_k) \Big] = 0 \forall x_k \in S_0, \end{split}$$
(9)  
где  $n_j - j$  - й компонент вектора единичной нормали к поверхности  $S_0$  в

где  $n_j - j$  - й компонент вектора единичной нормали к поверхности S<sub>0</sub> в точке с координатами  $x_k$ ;  $\tilde{H}_k(x_k) - k - й$  компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния, которое изменяется во времени по гармоническому закону и удовлетворяет уравнениям Максвелла для пустого пространства. Из этих уравнений следует, что

$$\varepsilon_{mni}\varepsilon_{ijk}\widetilde{H}_{k,jn}(x_k) - k_0^2\widetilde{H}_m(x_k) = 0 \forall x_k \notin V$$
(10)

где  $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \chi_0$ ;  $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \, \Phi/\text{M}$  – диэлектрическая проницаемость вакуума. Решения уравнения (10) должны удовлетворять условиям физической реализуемости поля, т. е.  $\lim_{R\to\infty} \tilde{H}_k(x_k) = 0$ , где R – расстояние от поверхности S<sub>0</sub>. Необходимо подчеркнуть, что граничные условия (9) полностью обеспечивают единственность решения системы уравнений (8), (10) в случае плоскопараллельного или осесимметричного деформированного состояния ферромагнитной пластины или цилиндра.

В более общей ситуации переменные магнитные поля имеют полный набор компонентов вектора напряженности и представленной соотношениями (9) системы граничных условий недостаточно для однозначного определения всех констант, которые появляются в общих решениях уравнений (8), (10). В этом случае граничные условия (9) дополняются условиями отсутствия магнитных зарядов для поля рассеяния и магнитной индукции внутри деформируемого ферромагнетика. Эти условия должны выполняться везде, в том числе и на поверхности  $S_0$ . Дополнительно к этому следует потребовать, чтобы нормальная к поверхности  $S_0$  составляющая вихревого тока, который возникает в объеме деформируемого намагниченного ферромагнетика, обращалась в нуль на этой поверхности.



Рис. 1. Расчетная схема для определения компонентов  $H^{(\pm)}_{\beta}(
ho, \vartheta)$  Фурье – образа вектора напряженности магнитного поля приемника

Это в достаточной мере очевидное условие. Действительно, обусловленные электрической проводимостью среды вихревые токи отсутствуют за пределами объема V, занятого металлом. Именно по этой причине они не имеют права перетекать через ограничивающую этот объем поверхность  $S_0$ т. е. должно выполняться условие

 $n_i \varepsilon_{ijk} H_{j,k} = 0 \forall x_k \in S_0.$ 

Таким образом, предлагаемый метод построения математической модели преобразователя

электромагнитного типа в волн, распространяющихся в

режиме регистрации ультразвуковых ферромагнитных металлах, предполагает решение граничной задачи (8) -(10).которое определяет внутреннее магнитное поле с учетом радиационного демпфирования, т. е. с учетом выноса энергии полями за пределы деформируемого ферромагнетика. После этого рассеяния выполняется оценка динамической намагниченности  $M(x_k)$ И по найденному Фурье – образу  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  производится вычисление магнитного потока Ф.

Рассмотрим реализацию этого метода на примере построения математической модели накладного преобразователя в режиме регистрации продольных волн в ферромагнитном (стальном) стержне и трубе. Предваряя определенной конструкции электрического контура вычисления лля приемника переменного магнитного поля, рассмотрим общие решения двух основных задач, т.е. расчет Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля И определение намагниченности гармонически деформируемого полого ферромагнитного цилиндра, которые неизбежно возникают при расчете любой конструкции преобразователя

22

электромагнитного типа, который используется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах.

## Методика расчета интегрального образа вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром приемника переменного магнитного поля

В общем случае произвольной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля, расчетная схема, используемая при определении Фурье – образа  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  вектора напряженности магнитного поля в пустоте, выглядит так, как это показано на рис. 1. Поскольку конечной целью всех вычислительных процедур является построение математической модели преобразователя электромагнитного типа, который регистрирует упругие волн в стержнях и трубах, постольку определение компонентов векторной функции будем производить в цилиндрической системе координат (р, 9, z), ось Оz которой совмещена с осью металлического стержня. Так как речь идет о пустом пространстве, то контуры поперечного сечения и образующие боковой поверхности трубы показаны на рис. 1 тонкими штриховыми линиями. Предположим, что в некотором объеме V (рис. 1), ограниченном координатными поверхностями  $R_1 \le \rho \le R_2, \ \vartheta_1 \le \vartheta \le \vartheta_2$  и  $\ell_1 \le x \le \ell_2$ , существуют сторонние токи, вектор поверхностной плотности которых  $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$  - известная по суги постановки задачи функция.

Для того, чтобы получить выражения для расчета величин  $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ , введем векторный потенциал  $\vec{A}(\rho, \vartheta, z)$  такой, что  $\vec{H}(\rho, \vartheta, z) = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot}[\vec{A}(\rho, \vartheta, z)]$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Сообразно определению  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  введем Фурье – образ  $A_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$  компонентов векторного потенциала

$$A_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \mathcal{G}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{\beta}(\rho, \mathcal{G}, z) e^{\pm i\gamma z} dz .$$
 (11)

Будем полагать, что магнитное поле сторонних токов удовлетворяет условиям физической реализуемости, т. е. a priori выполняется предельное условие

$$\lim_{|z|\to\infty} \left(\frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n}\right) = 0, \qquad n = 0, 1, 2, \dots$$

В этом случае

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial^n A_{\beta}}{\partial z^n} \right) e^{\pm i\gamma z} dz = (\mp i\gamma)^n A_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) \,. \tag{12}$$

Подставляя определение вектора напряженности магнитного поля сторонних токов через векторный потенциал в квазистационарную формулировку уравнений Максвелла (7), получаем векторное дифференциальное уравнение для потенциала  $\vec{A}(\rho, \theta, z)$ 

$$rotrot\vec{A} = \mu_0 \vec{j} , \qquad (13)$$

где  $\vec{j}$  - поверхностная плотность тока проводимости в пределах объема V (рис. 1).

Векторное дифференциальное уравнение (13) в обязательном порядке дополняется условием

$$div\vec{A} = 0. \tag{14}$$

После определения компонентов векторного потенциала  $\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ , которые удовлетворяют уравнению (13) и условию (14), искомые величины  $H_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$  находятся по формуле  $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = rot[\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)]/\mu_0$ , где операция дифференцирования по переменной z выполняется по формуле (12). Выполнив, с привлечением равенства (12), необходимые операции дифференцирования, получаем систему дифференциальных уравнений для Фурье – образов компонентов векторного потенциала  $\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ . Общее решение этой системы уравнений для внутренней ( $\rho \leq R_1$ ) пустого пространства имеет следующий вид:

$$A_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\beta}^{(\pm)}(\rho) \begin{pmatrix} -\sin n\,\vartheta\\ \cos n\,\vartheta \end{pmatrix}, \quad \beta = \rho, z;$$
$$A_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) \begin{pmatrix} \cos n\,\vartheta\\ \sin n\,\vartheta \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где коэффициенты разложений (15), т. е. величины  $A_{n\lambda}^{(\pm)}(\rho)$  ( $\lambda = \rho, g, z$ ) определяются следующим образом

$$A_{n\rho}^{(\pm)}(\rho) = \left[ \Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma \rho) + \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma \rho) \right] / 2,$$
  
$$A_{ng}^{(\pm)}(\rho) = \left[ \Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma \rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma \rho) \right] / 2, \quad A_{nz}^{(\pm)}(\rho) = C_n^{(\pm)} I_n(\gamma \rho). \quad (16)$$

В формулах (16) символом  $I_{\nu}(\gamma\rho)$  ( $\nu = n, n \pm 1$ ) обозначена модифицированная функция Бесселя порядка  $\nu$ . Константы  $C_n^{(\pm)}$ ,  $\Phi_n^{(\pm)}$  и  $\Psi_n^{(\pm)}$  определяются через компоненты вектора плотности сторонних токов  $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$  следующим образом

$$C_n^{(\pm)} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x j_{nz}^{(\pm)}(x) K_n(\gamma x) dx ,$$

$$\begin{cases} \Phi_n^{(\pm)} \\ \Psi_n^{(\pm)} \end{cases} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x \begin{cases} j_{n\rho}^{(\pm)}(x) + j_{n\beta}^{(\pm)}(x) \\ j_{n\rho}^{(\pm)}(x) - j_{n\beta}^{(\pm)}(x) \end{cases} \begin{cases} K_{n+1}(\gamma x) \\ K_{n-1}(\gamma x) \end{cases} dx,$$
(17)

где

$$j_{\left\{n\rho\right\}}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\left\{\rho\right\}}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) \begin{pmatrix} -\sin(n\,\vartheta)\\\cos(n\,\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\,\vartheta;$$

$$j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) \begin{pmatrix} \cos(n\,\vartheta)\\\sin(n\,\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\,\vartheta, \ k = \begin{cases} 2 & npu \quad n = 0, \\ 1 & npu \quad n \neq 0. \end{cases}$$
(18)

Символами  $I_{\nu}(z)$  и  $K_{\nu}(z)$  в соотношениях (17) обозначены модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда.

По известным компонентам векторного потенциала легко определяются Фурье – образы вектора напряженности магнитного поля, которое создается в вакууме, во внутренней области  $\rho \leq R_1$ , электрическим контуром произвольной конструкции:

$$H_{\rho}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_{0}} \sum_{n=0}^{\infty} \begin{cases} -\frac{n}{\gamma \rho} C_{n}^{(\pm)} I_{n}(\gamma \rho) \pm \\ \pm \frac{i}{2} \left[ \Phi_{n}^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma \rho) - \Psi_{n}^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma \rho) \right] \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos(n\,\vartheta) \\ \sin(n\,\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$H_{g}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_{0}} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \mp \frac{i}{2} \left[ \Phi_{n}^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma \rho) - \Psi_{n}^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma \rho) \right] - \frac{1}{2} \left[ \Phi_{n}^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma \rho) - \Psi_{n}^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma \rho) \right] \right\}$$

$$-C_n^{(\pm)} \left[ I_{n-1}(\gamma \rho) - \frac{n}{\gamma \rho} I_n(\gamma \rho) \right] \left\{ \begin{pmatrix} -\sin(n\,\vartheta) \\ \cos(n\,\vartheta) \end{pmatrix},$$
(20)

$$H_{z}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \frac{\gamma}{2\mu_{0}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \Phi_{n}^{(\pm)} + \Psi_{n}^{(\pm)} \right]_{n} (\gamma \rho) \begin{pmatrix} \cos(n\,\vartheta) \\ \sin(n\,\vartheta) \end{pmatrix}.$$
(21)

## Определение Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром полисекционного накладным преобразователя

схематически показана конструкция Ha рис. 2 накладного полисекционного преобразователя, который применяется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах. Он состоит из двух плоских катушек (позиция 2 на рис.2) которые могут быть включены либо встречно, либо согласно. Вообще говоря, количество плоских катушек может быть произвольным, и так же произвольно они могут быть соединены между собой. Это определяется конкретными условиями решаемой технической задачи. Устройство, создающее постоянное поле подмагничивания, на рис. 2 не показано. Протекающий по плоской катушке накладного преобразователя электрический ток можно представить в виде векторной суммы двух токов - окружного, с поверхностной плотностью  $j_{\mathcal{G}}(\rho, \vartheta, z)$ , существующего в левой и правой трапециях плоской катушки (рис. 2,б), и аксиального, с поверхностной плотностью  $j_z(\rho, \vartheta, z)$ , существующего в верхней и нижней трапециях плоской катушки.



Рис. 2. Расчетная схема накладного ультразвукового преобразователя электромагнитного типа

При последовательном включении двух плоских катушек окружная и аксиальная плотности токов изменяются вдоль криволинейной оси полярных углов  $\vartheta$  так, как это показано на рис. 3,а и рис. 3,б соответственно. Эти компоненты вектора плотности тока проводимости можно записать следующим образом  $j_{\mathcal{G}}(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_{\mathcal{G}}(\rho) \varphi_{\mathcal{G}}(\vartheta, z)$  и  $j_z(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_z(\rho) \varphi_z(\vartheta, z)$ , где  $j_0 = I^{np} N / [(R_2 - R_1)(\ell - d)]$  - плотность тока в пакете из N витков плоской катушки; характер изменения функций  $\varphi_{\mathcal{G}}(\vartheta, z^*)$  и  $\varphi_z(\vartheta, z^*)$  показан на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Символами  $z^*$  в аргументах этих функций обозначено фиксированное значение аксиальной координаты (см. рис. 2,6).

Функция 
$$f_{\beta}(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2]. \end{cases}$$

При таком определении сторонних токов Фурье-трансформанты компонентов вектора поверхностной плотности тока будут задаваться следующим образом. Если в соотношениях (18) принять во внимание только лишь верхние тригонометрические функции и положить при этом n = 0, то при сформулированном выше определении сторонних токов после очевидных вычислений приходим к выводу, что  $j_{0\rho}^{(\pm)}(\rho) = j_{0z}^{(\pm)}(\rho) = 0$ , а

$$j_{0\mathcal{G}}^{(\pm)}(\rho) = \frac{2j_0}{\pi} f_{\mathcal{G}}(\rho) \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{G}(z) e^{\pm i\gamma z} dz , \qquad (22)$$

где  $\vartheta(z)$  – половина углового размера фрагментов витков плоской катушки, которые ориентированы вдоль криволинейной оси полярных углов  $\vartheta$  (рис. 2,6). Величина  $\vartheta(z)$  определяется элементарными геометрическими построениями и может быть описана следующими аналитическими выражениями



Рис. 3. Характер изменения компонентов вектора плотности сторонних токов

Знак минус во второй строке аналитической конструкции (23) учитывает смену направления вектора плотности тока в правой трапеции плоской катушки (рис. 2,б). Подставляя соотношение (23) в формулу (22), получаем

$$j_{0\mathcal{G}}^{(\pm)}(\rho) = \pm i \frac{4j_0}{\gamma} f_{\mathcal{G}}(\rho) W(\Theta_0, \gamma) , \qquad (24)$$

где

$$W(\Theta_0,\gamma) = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{pmatrix} \Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} \end{pmatrix} (\cos \gamma \ell - \cos \gamma d) - \\ -\frac{1}{R_1} (\ell \cos \gamma \ell - d \cos \gamma d) + \frac{1}{R_1 \gamma} (\sin \gamma \ell - \sin \gamma d) \\ \end{pmatrix} \right\}.$$

Подставляя выражение (24) в формулу для расчета коэффициентов  $\Phi_0^{(\pm)}$  и  $\Psi_0^{(\pm)}$  (константа  $C_0^{(\pm)} = 0$ ), получаем

$$\Phi_0^{(\pm)} = -\Psi_0^{(\pm)} = \pm i\mu_0 \frac{4I^{(2)}N}{(\ell-d)\gamma^2} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma),$$

где  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$  - частотная характеристика плоской катушки накладного преобразователя, причем  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = W(\Theta_0, \gamma) R_K(R_1, R_2, \gamma)$ . Функция  $R_K(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$  описывает влияние толщины пакета витков катушки накладного преобразователя на эффективность регистрации ультразвуковых волн на данной частоте и определяется комбинацией модифицированных функций Струве и функций

Макдональда, т. е. 
$$R_K(R_1, R_2, \gamma) = \frac{\pi}{2(1 - R_1/R_2)} (Q_1 - \frac{R_1}{R_2}Q_2),$$

где  $Q_m = K_1(\gamma R_m) \mathbf{L}_0(\gamma R_m) + K_0(\gamma R_m) \mathbf{L}_1(\gamma R_m)$ ; m =1, 2. Функция  $R_K(R_1, R_2, \gamma) = 1$  при  $\gamma \to 0$  и асимптотически устремляется к нулю при  $\gamma \to \infty$ . Скорость уменьшения значений функции  $R_K(R_1, R_2, \gamma)$  прямо пропорциональна толщине пакета витков накладного преобразователя. Функция  $R_K(R_1, R_2, \gamma)$  имеет вполне определенный физический смысл. Её можно назвать коэффициентом потерь эффективности регистрации из-за усреднения магнитных потоков рассеяния по толщине (область  $R_1 \le \rho \le R_2$ ) плоской катушки накладного преобразователя.

На рис. 4 показаны графики модулей функции  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ , т. е. частотные характеристики плоской катушки в составе накладного ультразвукового преобразователя. Во всех расчетах, результаты которых показаны на рис. 4, были зафиксированы размеры  $R_1 = 1,05\alpha_2$  и  $R_2 = 1,10\alpha_2$ . Графики показанные на рис. 4,а,б построены в предположении, что  $\Theta_0 = \pi/4$ , а  $\ell = \alpha_2$  (рис. 4,а) и  $\ell = 1,5\alpha_2$  (рис. 4,б). Для рис. 4,в,г  $\Theta_0 = \pi/3$  и  $\ell = \alpha_2$  (рис. 4,в) и  $\ell = 1,5\alpha_2$  (рис. 4,г). Варьируемым параметром во всех сериях расчетов является величина d – половина размера окна плоской катушки, последовательно принимающая значения  $0,2\ell$ ,  $0,4\ell$ ,  $0,6\ell$  и  $0,8\ell$ . По оси абсцисс откладывается безразмерное волновое число  $\gamma\alpha_2$ .

Характерной особенностью показанных на рис. 4 графиков является то, что при  $\gamma \to 0$  частотная характеристика  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$  устремляется к нулю как  $\omega^2$ . Следует подчеркнуть, что частотные характеристики проходных преобразователей при  $\gamma \to 0$  ( $\omega \to 0$ ) устремляются к своему максимальному значению.

Равенство  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, 0) = 0$  можно прокомментировать следующим образом. При  $\gamma \to 0$  ( $\omega \to 0$ ) расстояние между областями ферромагнитного стержня с противоположными знаками деформации неограниченно

возрастает. Это эквивалентно неограниченному увеличению расстояния между магнитными полюсами, которые являются источниками переменного внутреннего магнитного поля.



Рис. 4. Частотные характеристики плоской катушки в составе ультразвукового накладного преобразователя.

При этом уровни магнитного поля рассеяния устремляются к нулю и, в пределе при  $\omega = 0$ , магнитное поле рассеяния становится равным нулю. При этом становится равным нулю и радиальный компонент вектора

напряженности магнитного поля рассеяния. Именно этот компонент формирует переменный магнитный поток, который пронизывает витки плоской катушки накладного преобразователя. Таким образом, при  $\omega \rightarrow 0$ поток магнитной индукции через плоскую катушку становится равным нулю. Так как частотная характеристика ультразвукового преобразователя отображает все основные особенности его конструкции и происходящих в ней процессов, то, естественно, и тот факт, что при  $\omega \rightarrow 0$  магнитный поток через электрический контур преобразователя равен нулю, также должным образом отображается функцией  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ . С ростом частоты начинает увеличиваться интенсивность магнитного поля рассеяния, и радиальных компонентов вектора начинают возрастать уровни магнитного Этому напряженности поля рассеяния. соответствует возрастание уровня потока магнитной индукции через плоскость витков плоской катушки. Этому соответствует рост абсолютных значений функции  $W_{\mathcal{K}}(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ .

Дальнейшее увеличение частоты (уменьшение длины волны) приводит к тому, что в плоскости катушки возникают встречно ориентированные потоки вектора магнитной индукции. При определенных значениях длины волны, вернее - при определенных сочетаниях длины волны упругого возмущения и размеров плоской катушки, эти потоки полностью компенсируют друг друга и функция  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = 0$ . Чем больше размер окна катушки (параметр d), тем на более низких частотах компенсация встречных наблюдается взаимная потоков магнитной особенности индукции. Описанные выше изменения частотной характеристики присущи всем без исключения конструкциям ультразвуковых накладных преобразователей режиме приема В (регистрации) упругих волн.

Завершая построение математической модели ультразвукового накладного преобразователя, подставим найденные коэффициенты  $\Phi_0^{(\pm)}$  и  $\Psi_0^{(\pm)}$  в формулы (19), ..., (21) и определим Фурье-трансформанты компонентов вектора напряженности осесимметричной составляющей магнитного поля, которое создается в вакууме двумя последовательно включенными плоскими катушками. Очевидно, что  $H_{,g}^{(\pm)}(\rho) = H_{z}^{(\pm)}(\rho) = 0$ , а

$$H_{\rho}^{(\pm)}(\rho) = -\frac{4I^{np}N}{(\ell-d)\gamma} W_{K}(R_{1}, R_{2}, \Theta_{0}, \gamma) I_{1}(\gamma\rho) .$$
<sup>(25)</sup>

Так как речь идет об осесимметричной составляющей магнитного поля, то подстановка выражения (25) в основную формулу (4) дает следующий результат

$$U_{\scriptscriptstyle Bblx}(\omega) = i\omega \frac{8\pi\mu_0 N}{(\ell-d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_\rho^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho.$$
(26)

Интегральный сомножитель в формуле (26) имеет смысл компонента частотной характеристики накладного преобразователя, который учитывает влияние размеров поперечного сечения и физико-механических параметров материала трубы или, при  $\alpha_1 \rightarrow 0$ , стержня на эффективность процесса регистрации ультразвуковых волн в заданном диапазоне частот. Определение функции

$$W_{CT}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_{\rho}^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma \rho) d\rho$$
(27)

становится возможным после решения второй основной задачи теории электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах, которая заключается в расчете характеристик внутреннего магнитного поля и динамической намагниченности деформируемого намагниченного ферромагнетика.

Будем считать, что в ферромагнитном стержне распространяется плоская продольная волна. Пространственно-развитая амплитуда смещений материальных частиц стержня описывается вектором с единственным аксиальным компонентом, причем  $u_z(z) = U_z^{(\pm)} e^{\pm i \varkappa} (U_z^{(\pm)} - амплитуда смещений материальных частиц стержня во фронте плоской продольной волны; <math>\gamma = \omega/v_{cr}$ ). Если материал стержня поляризован (по крайней мере, в области действия накладного преобразователя) постоянным аксиальным магнитным полем  $H_z^0$ , то решение граничной задачи (5) – (7) приводит к следующему результату

$$M_{\rho}^{(\pm)}(\rho) = \frac{m_{1}H_{z}^{0}\gamma^{2}}{\mu_{0}\zeta}U_{z}^{(\pm)} \cdot \frac{I_{1}(\zeta\rho)}{\left[I_{0}(\zeta\alpha_{2}) + \frac{\mu^{\varepsilon}\gamma}{\mu_{0}\zeta} \cdot \frac{I_{1}(\zeta\alpha_{2})}{K_{1}(\gamma\alpha_{2})}K_{0}(\gamma\alpha_{2})\right]}, \quad (28)$$

где  $\zeta = \sqrt{\gamma^2 + i \omega r \mu^{\varepsilon}}$ . Подставляя выражение (28) в формулу (25), получаем аналитическую конструкцию следующего вида

$$U_{gblx}(\omega) = W_z^{(\pm)}(\gamma) U_z^{(\pm)}, \qquad (27)$$

где  $W_z^{(\pm)}(\gamma) = -(\gamma \alpha) U_0 W_{y\Pi}(\gamma)$  - математическая модель (в осесимметричном приближении) накладного преобразователя в режиме регистрации плоской продольной волны; множитель  $\gamma \alpha$  подчеркивает прямую пропорциональность круговой частоте  $\omega$ , т. е. подчеркивает индукционный (электромагнитный) способ регистрации упругой волны;  $U_0$  – абсолютная чувствительность преобразователя (размерность Вольт/метр) к смещениям материальных частиц деформируемого стержня. Величина

 $U_0 = 4\pi \alpha m_1 H_z^0 N v_{cm} / (\ell - d)$ . Порядок  $U_0 \simeq 10^7$  В/м при размерах  $\alpha$ ,  $\ell$  и d в единицы миллиметров.  $W_{VII}(\gamma) = W_K(\alpha_1, \alpha_2, \Theta_0, \gamma) W_{CT}(\alpha, \gamma)$  - частотная характеристика ультразвукового преобразователя, где составляющая, определяемая процессами в стержне  $W_{CT}(\alpha, \gamma)$  определяется для плоской продольной волны следующим образом

$$W_{CT}(\gamma) = \frac{(\gamma/\zeta)}{1 - (\gamma/\zeta)^2} \cdot \frac{2I_1(\zeta\alpha_2)}{\zeta\alpha_2} \cdot \frac{\left[\frac{I_2(\zeta\alpha_2)}{I_1(\zeta\alpha_2)}I_1(\gamma\alpha_2) - \frac{\gamma}{\zeta}I_2(\gamma\alpha_2)\right]}{\left[I_0(\zeta\alpha_2) + \frac{\mu^{\varepsilon}\gamma}{\mu_0\zeta}\frac{I_1(\zeta\alpha_2)}{K_1(\gamma\alpha_2)}K_0(\gamma\alpha_2)\right]}.$$

На рис. 5, *a*, *б* показаны графики модуля частотной характеристики накладного преобразователя  $W_{\text{УП}}(\gamma)$ , построенные для магнитострикционного феррита (r = 1 См·м) (рис. 5,а) и никеля (r = 14,3 МСм·м) (рис. 5,б), в предположении, что тот и другой материал имеют одинаковую относительную магнитную проницаемость  $\mu^{\epsilon}/\mu_0 = 32$ .

Геометрические параметры накладного преобразователя из двух плоских и последовательно включенных катушек таковы:  $\Theta_0 = \pi/3; \ \ell = \alpha;$  $\alpha_1 = 1,05\alpha; \ \alpha_2 = 1,1\alpha; \ \alpha = 2 \cdot 10^{-3}$  м. Для определения стержневой скорости  $v_{cm} = \sqrt{E/\rho_0}$ , без которой нельзя вычислить комплексное волновое число  $\zeta$ , было принято, что никель и феррит имеют одинаковые модули Юнга Е =  $2.15 \cdot 10^{11}$  H/m<sup>2</sup> и плотности  $\rho_0 = 8900$  кг/m<sup>3</sup>. Это, конечно, весьма приблизительно соответствует действительности (такие значения плотностей являются очень большими для ферритов), но этот факт не имеет особого значения при выполнении данной серии расчетов. Варьируемым параметром семейства кривых на рис. 5 является величина d – половинный размер квадратного окна плоской катушки. Значение параметра d проставлено возле каждой кривой. По оси абсцисс на рис. 5 откладывается безразмерное волновое число уа (можно говорить, если угодно, безразмерная частота  $\omega \tau_0$ , где  $\tau_0 = \alpha / v_{cr}$ ).

Основным результатом этой серии расчетов можно считать то, что абсолютные значения  $W_{\rm VII}(\gamma)$  для ферродиэлектриков практически в 50 раз превосходят значения  $W_{\rm VII}(\gamma)$  для токопроводящего ферромагнетика. Объяснить это можно лишь тем, что в токопроводящих ферромагнетиках сколь ни будь заметные уровни намагниченности формируются в узких приповерхностных областях (что-то сродни общеизвестному скин-эффекту). Этот факт учитывается функцией  $W_{\rm CT}(\gamma)$ , которая формирует числовые значения модуля частотной характеристики накладного ультразвукового преобразователя.

Следует подчеркнуть, что графики, показанные на рис. 5, дают представление об эффективности работы преобразователя в широком

диапазоне частот при условии, что произведение  $\gamma \alpha U_z^{(\pm)}$  остается постоянной величиной в этом диапазоне частот. В действительности (см., например [20]) амплитудные значения ультразвуковых волн столь быстро спадают с ростом частоты, что произведение  $\gamma \alpha U_z^{(\pm)}$  изменяется с ростом частоты (по крайней мере, для катушечных преобразователей – источников упругих колебаний) подобно функции  $e^{-m\gamma\alpha}$ , где число т имеет порядок единицы. При этом частотный диапазон эффективной работы накладного преобразователя в режиме регистрации ультразвуковых колебаний ограничивается фактически первым лепестком частотной характеристики  $W_{Y\Pi}(\gamma)$ , т. е. ограничивается сверху значениями безразователя частот  $\omega \tau_0 < 4$ .



Рис. 5. Зависимость модуля частотной характеристики накладного преобразователя от размеров окна плоской катушки в случае ферродиэлектрика (а) и токопроводящего ферромагнетика (б)

**Выводы.** В работе предложена схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн. Эта схема опирается на фундаментальные положения электродинамики и механики деформируемых твердых тел с усложненными

(магнитострикционными) свойствами. Ключевым элементом предлагаемой схемы является теорема о наведенном магнитном потоке, которая исключает из перечня вычислительных процедур решение сложной граничной задачи электродинамики о взаимодействии потоков магнитного поля рассеяния с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Решение граничной задачи о внутренних магнитных полях и последующее использование теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет строить содержательные математические модели преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в ферромагнитных металлах.

Список литературы: 1. Schlawne F., Graff A., Scheider H. Use of EMATs for Inspection of Tubes and Pipes // NDT.net. - 2003. - V.8.- №3. 2. Hutchins D.A., Hu J.K., Young R.P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q.L. Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Am. - 1989 - 85 - №2 - P. 747 - 752. 3. Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R. Health Monitoring of Piping and Plate using the Magnetostrictive Sensor (McS) Guided Wave Technology //NDT.net. -2004. – V.9. - №2. 4. Elshafiey I., Udra L. A New Eddy Current Imaging System for Enhancement of Nondestructive Evaluation // NDT.net. - 2004. - V.9. - №9. 5. Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M. Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Am. - 1999 – 106 - №2 – P. 666 – 665. 6. Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M. Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Am. - 2004 - 115 - №2 - P. 630 - 636. 7. Петрицев О. Н., Шпинь А. П. Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы. – Киев: Изд-во при Киевском ун-те, 1989. – 132 с. 8. Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М. Общие закономерности электромагнитного метода приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №5, 1972. С.63 – 72. 9. Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М. Электромагнитные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №6, 1972. С.62 -68. 10. Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М. Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №1, 1973. С.81 – 89. 11. Комаров В.А. Квазистационарное электромагнитно – акустическое преобразование в металлах (основы теории и применение при неразрушающих исследованиях). - Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986. - 235 с. 12. Петрищев О. Н. Системный подход к исследованию передаточных характеристик ультразвуковых магнитострикционных трактов // Акустика и ультразвуковая техника. - 1984. -Вып. 19. – С. 64–70. 13. Петрищев О. Н., Спасокукоцкий Л. О. Исследование передаточных характеристик электроакустических преобразователей в режиме регистрации кругильных волн в полых магнитострикционных цилиндрах // Акустика и ультразвуковая техника. – 1988. – Вып. 23. – С. 100–111. 14. Петрицев О. Н., Шпинь А. П. Регистрация неосесимметричных (изгибных) волн в магнитострикционных цилиндрах // Вестник Киевского политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника. - 1990. - Вып. 14. - С. 35-42. 15. Грошев В. Я. Анализ влияния конструктивных параметров на чувствительность электромагнитно – акустических преобразователей // Дефектоскопия, №4, 1998. С.32 – 40. 16. Бардзокас Д.И., Кудрявцев Б.А., Сеник Н.А. Распространение волн в электромагнитоупругих средах. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 336 с. 17. Петрищев О. Н. Математическое моделирование преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах // Акуст. вісн. -2005. - 8. - №3. - С. 50 - 59. 18. Тамм И. Е. Основы теории электричества. - М.: Наука, 1976. -616 c. 19. Власов К. Б. Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая. – 1957. – Т. 21. – № 8. – С. 1140-1148. 20. Петрищев О.Н. Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // Электроника и связь. - 2005. - №25. - С. 50 - 61.

Надійшла до редакції 15.04.12