УДК 621.924

Ю.А. СИРОТИН, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

ПУЛЬСАЦИИ И ОСЦИЛЛЯЦИИ МОЩНОСТИ ПРИ СБАЛАНСИРОВАННОЙ НАГРУЗКЕ

Выяснено характеристическое свойство наличия колебаний (пульсации) мгновенной мощности и осциляции потока энергии (ПЭ) в месте подключения потребителя с сбалансированной (симметричной) нагрузкой к распределительной сети с несимметричным напряжением. Возможность осциляции ПЭ (обменных процессов) между нагрузкой и источником (распределительной сетью) обусловлена только фазовым сдвигом между током и напряжением оценена неравенством между введенным коэффициентом самоортогональности напряжения (качеством поставки) и коэффициентом мощности (качеством потребления).

З'ясована характеристична властивість наявності коливань (пульсації) миттєвої потужності і осциляції потоку енергії (ПЕ) в місці підключення споживача із збалансованим (симетричної) навантаженням до розподільної мережі з несиметричною напругою. Можливість осциляції ПЕ (обмінних процесів) між навантаженням і джерелом (розподільною мережею) обумовлена тільки фазовим зсувом між струмом і напругою оцінена нерівністю між введеним коефіцієнтом самоортогональності напруги (якістю поставки) і коефіцієнтом потужності (якістю споживання).

Characteristic property of presence of vibrations (pulsations) of instantaneous power and ostsilyatsii stream of energy (SE) in the place of connecting of user with the balanced (symmetric) loading to the distributive network with asymmetrical tension is found out. The ostsilyatsii SE (exchange processes) possibility between loading and source (by a distributive network) is conditioned only by a phase change between a current and tension is appraised by inequality between the entered coefficient of samoortogonalnosti tension (by quality of delivery) and power-factor (by quality of consumption).

Введение. Для однофазной цепи синусоидального тока между реактивной мощностью Q, коэффициентом мощности λ и обменными процессами имеется однозначная связь. Однако, если для однофазной цепи условие $Q \neq 0$ равносильно наличию обменных процессов (осцилляции ПЭ) между нагрузкой и источником, то для трехфазной цепи это не так. Одним из существенных отличий трехфазной цепи от однофазной цепи синусоидального тока является возможность передачи энергии с постоянной скоростью только в одном направлении: от источника в нагрузку (система уравновешенна [1- 2]). Передача энергии от симметричного синусоидального источника в симметричную линейную нагрузку трехфазной системы происходит с постоянной скоростью.. Мгновенная мощность (ММ) не имеет колебательной компоненты, а ПЭ постоянный и однонаправленный даже при реактивной, но симметричной нагрузке. Нарушение симметрии напряжений или симметрии нагрузки в месте подключения потребителя к распределенной системе (разбаланс интерфейса «поставщик- потребитель») может привести к пульсации ММ [2-3]. Неуравновешенный режим приводит к ухудшению работы нагрузок, чувствительных к колебаниям ММ. Пульсации не преобразуются в полезный вращающий момент вала двигателей, а переходят в тепло и вибрацию, что, в конечном счете, сокращает срок их службы [3-8].

В месте подключения потребителя к сети возможны три типа нарушения уравновешенного режима (разбаланса интерфейса «поставщик-потребитель»):

1) асимметрия нагрузки при симметричном напряжении,
2) несимметрия напряжения при симметричной нагрузке,
3) несимметрия напряжения и асимметрия нагрузки.

Разбаланс интерфейса первого и второго типа - частные случаи разбаланса третьего типа. Однако оба эти интерфейса имеют самостоятельный интерес. Они описывают два крайних случая нарушения уравновешенного режима: первый – только поставщиком, второй – только потребителем.

Исследованию нарушения первого типа посвящены работы [7-15]. В [10] для трехпроводной системы с нагрузкой типа треугольник получено выражение для амплитуды переменной компоненты ММ через мощность небаланса. В четырехпроводной системе для описания переменной компоненты ММ необходимо ввести понятие *вектора* мощности разбаланса [12-15]. В [15]. Показано, что как трех–, так и в четырехпроводной системе пульсации никак не связаны с реактивной мощностью. Анализ колебаний ММ для разбаланса третьего типа в терминах симметричных компонент проведен в [16]. Однако, введение 18 «элементарных» мощностей и придание им смысла амплитуд осцилляций не обосновано и математически не корректно. Эти «элементарные» мощности не инвариантны при преобразованиях координат. Не ясно, что означают эти «элементарные» мощности в фазовых координатах, а их физический смысл сомнителен. Многолетняя дискуссия [10-11, 16-21] о физическом смысле реактивной мощности и ее связи с вектором Пойтинга оставила открытым вопрос о связи обменных процессов как с реактивной мощностью, так и с вектором Пойтинга в разбалансированных системах даже при синусоидальном режиме.

Из трех типов разбаланса интерфейс второго типа наиболее близок к однофазной цепи, так как полная (кажущаяся) мощность полностью определена комплексной мощностью, а уравнение мощности в точке подключения симметричного потребителя имеет такой же вид, как и уравнение мощности для однофазной цепи (не содержит мощность небаланса [14]).

Целью работы является выяснение как фундаментальная энергетическая расчетная величина - реактивная мощность (определяемая во всех случаях синусоидального режима как мнимая часть комплексной мощности $Q = \Im m\dot{S}$), по-разному проявляющаяся во всех вышеприведенных случаях, связана с амплитудой колебательной компонентой ММ в точке подключения симметричного (точнее, сбалансированного) потребителя к сети с несимметричным напряжением.

В предлагаемой работе проведен анализ влияния несимметрии напряжения на ПММ в синусоидальной ситуации. Показано, что система может быть уравновешена (ПММ отсутствуют) и при несимметричном напряжении. Введенный коэффициент самоортогональности (СО) напряжения однозначно характеризует наличие ПММ. Возможность ПММ обусловлена только качеством поставляемого напряжения и никак не связана с реактивной мощностью. Возможность осцилляции ПЭ (обменных процессов) между нагрузкой и источником (распределительной сетью) оценена неравенством между введенным коэффициентом СО напряжения (*качеством поставки*) и коэффициентом мощности (*качеством потребления*).

Однофазная цепь

Представим известные энергетические соотношения для синусоидального режима в общей комплексной математической форме, чтобы показать как равносильные (эквивалентные) утверждения для однофазной цепи для трехфазной цепи становятся неэквивалентными. Рассмотрим однофазную цепь с мгновенными синусоидальными величинами напряжения и тока

$$v(t) = \sqrt{2}V\cos(\omega t + \varphi_V) = \sqrt{2}\Re e[\dot{V}e^{j\omega t}], \tag{1}$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \varphi_I) = \sqrt{2}\Re e[\dot{I}e^{j\omega t}]. \tag{2}$$

Здесь

$$\dot{V} = Ve^{j\varphi_V}, \qquad \dot{I} = Ie^{j\varphi_I} \tag{3}$$

- комплексные действующие величины (фазоры) тока и напряжения.

Для мгновенной мощности из (1) и (2) следует

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = v(t)i(t) = \Re e[\dot{V}\dot{I}^* + \dot{I}\dot{V}e^{j2\omega t)}]\ . \tag{4}$$

$W = W(t)$ -поток энергии между источником и нагрузкой.

Вводя комплексную мощность (КМ) и *комплексную мощность колебаний*

$$\dot{S} \underset{def}{=} \dot{V}\dot{I}^*, \qquad \dot{N} \underset{def}{=} \dot{I}\dot{V} = S^* e^{j2\varphi_V}, \tag{5}$$

представим мгновенную мощность

$$p(t) = \Re e[\dot{S} + \dot{N}e^{j2\omega t)}] = \Re e[\dot{S} + S^* e^{j2(\omega t + \varphi_V)}]\ . \tag{6}$$

Здесь и дальше $\underset{def}{=}$ означает определение левой части через правую часть.

Обозначим фазовый сдвиг между комплексом напряжения $\dot{V}$ и тока $\dot{I}$ как $\Delta\varphi = \varphi_V - \varphi_I$. Тогда из (3) следует, что КМ (5) можно записать как

$$\dot{S} = VIe^{j\Delta\varphi} = P + jQ = \sqrt{P^2 + Q^2}\ e^{j\Delta\varphi}. \tag{7}$$

Вещественная и мнимая части

$$P \underset{def}{=} \Re e(\dot{S}) = VI\cos\Delta\varphi, \qquad Q \underset{def}{=} \Im m(\dot{S}) = VI\sin\Delta\varphi. \tag{8}$$

КМ (5) определяют среднюю за период T ($\omega T = 2\pi$) мощность и фазовый сдвиг между напряжением и током

$$P = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} p(t)dt, \qquad \Delta\varphi = arctg\,(Q/P). \tag{9}$$

Мгновенная мощность

$$p(t) = P + \sqrt{P^2 + Q^2}\cos[2(\omega t + \varphi_V) - arctg\frac{Q}{P}] \tag{10}$$

содержит постоянную составляющую, равную активной мощности $P = \Re e\dot{S}$, и переменную составляющую, амплитуда которой равна полной (кажущейся) мощности

$$|\dot{N}| = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V \cdot I\ .$$

Из (10) следует:

1. Если реактивная мощность $Q = 0$ (чисто активная цепь / резонанс), то

$$p(t) = P[1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_V]; \tag{11}$$

Амплитуда колебаний переменной компоненты равна активной мощности, а ПЭ однонаправлен (для всех моментов времени t выполнено $p(t) = \frac{dW}{dt} \geq 0$).

2 Наличие реактивных элементов в нагрузке (точнее, при $Q \neq 0$) влияет на амплитуду колебания переменной составляющей ММ и приводит к тому, что поток энергии W с комплексной мощностью $\dot{S} = P + jQ$ (точнее с активной мощностью P и фазовым сдвигом между напряжением и током $\Delta\varphi = arctg(Q/P)$) будет двунаправленным (существуют моменты времени t, когда выполнено $p(t) = \frac{dW}{dt} < 0$).

Так как мгновенную мощность можно записать как

$$p(t) = S[\lambda + \cos(2\omega t + 2\varphi_V - \Delta\varphi] , \quad (12)$$

то следующие пять условий эквивалентны:

a.) коэффициент мощности $\lambda = P/S$ равен единице $\lambda = 1$;

b.) реактивная мощность равна нулю $Q = 0$;

c.) фазовый сдвиг между напряжением и током равен нулю $\Delta\varphi = arctg\,(Q/P) = 0$;

d.) поток энергии однонаправленный $\dfrac{dW}{dt} \geq 0$;

e.) амплитуда колебаний переменной компоненты равна активной мощности $|\dot N| = P$.

Нарушение любого из этих пяти условий приведет к нарушению остальных четырех и появлению осцилляции ПЭ между нагрузкой и источником.

Таким образом , для однофазной цепи синусоидального тока:

- ✓ ПММ будут всегда, - даже когда отсутствуют реактивные элементы. ПММ внутренне присущее (ингерентное) свойство однофазной цепи, обусловленное синусоидальным напряжением.
- ✓ Реактивная мощность ($Q \neq 0$) является одним из характеристических свойств двунаправленности ПЭ.

Покажем, что для трёхфазной цепи отличие реактивной мощности от нуля ($Q \neq 0$) не является характеристическим свойством осцилляции ПЭ.

Трехфазный интерфейс «поставщик – потребитель»

В трёхпроводном сечении $<a,b,c>$ трехфазной системы с синусоидальными процессами мгновенные значения напряжения и тока

$$\boldsymbol{v}(t) = (v_a(t), v_b(t), v_c(t))^\top = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{V}e^{j\omega t}], \quad (13a)$$

$$\boldsymbol{i}(t) = (i_a(t), i_b(t), i_c(t))^\top = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{I}e^{j\omega t}] \quad (13б)$$

однозначно определены трехмерными комплексными векторами (3D-комплексами) напряжения $\boldsymbol{V} = (\dot V_a, \dot V_b, \dot V_c)^\top$ и тока $\boldsymbol{I} = (\dot I_a, \dot I_b, \dot I_c)^\top$ – векторами комплексных действующих величин:

$$\boldsymbol{V} = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T \boldsymbol{v}(t)e^{-j\omega t}dt , \quad \boldsymbol{I} = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T \boldsymbol{i}(t)e^{-j\omega t}dt , \quad (14)$$

где $\top$ – знак транспонирования, T – период ($T\omega$=2π).

Пара 3D-комплексов (14) в трёхпроводном сечении $<a,b,c>$ определяет:

- ✓ комплексную мощность (КМ)

$$\dot S \underset{def}{=} \dot V_a I_a^* + \dot V_b I_b^* + \dot V_c I_c^* = |\dot S|\, e^{j\varphi} , \quad (15)$$

$$\dot S = \sqrt{P^2 + Q^2}e^{j\varphi} , \qquad \varphi = \arg \dot S = \operatorname{arc} tg\, Q/P$$

- ✓ и ее квадратурные составляющие

$$\dot S = P + jQ , \qquad P \underset{def}{=} \Re e(\dot S) , \qquad Q \underset{def}{=} \Im m(\dot S) ; \quad (16)$$

- ✓ комплексную мощность пульсаций (МП) [4]

$$\dot N = \dot V_a \dot I_a + \dot V_b \dot I_b + \dot V_c \dot I_c = |\dot N|\, e^{j\arg \dot N} ; \quad (17)$$

- ✓ мгновенную мощность

$$p(t) = \frac{dW}{dt} = \boldsymbol{v}(t)^\top \boldsymbol{i}(t) = \Re e[\dot S + \dot N e^{j2\omega t}] \ . \quad (18)$$

Энергия, переданная через трёхпроводное сечение $<a,b,c>$ за интервал наблюдения $[\tau, \tau + T]$, равна

$$W = \int_\tau^{\tau+T} p(t)dt = \int_\tau^{\tau+T} [P + |\dot N|\cos(2\omega t + \arg \dot N)]dt = P \cdot T \ . \quad (19)$$

Просранство 3D-комплексов и синусоидальные процессы

Комплексное и стандартное скалярное произведение

Рассмотрим множество (пространство) различных 3D-комплексов. Для произвольного 3D-комплекса $\boldsymbol{F} = [\dot F_a, \dot F_b, \dot F_c]^\top$ определим комплексно сопряженный вектор и его норму

$$\boldsymbol{F}^* \underset{def}{=} (F_a^*, F_b^*, F_c^*) , \quad (20)$$

$$|\boldsymbol{F}| \underset{def}{=} \sqrt{|\dot F_a|^2 + |\dot F_b|^2 + |\dot F_c|^2} . \quad (21)$$

Для пары 3D-комплексов $\boldsymbol{H} = (\dot H_a, \dot H_b, \dot H_c)^\top$ и $\boldsymbol{F} = (\dot F_a, \dot F_b, \dot F_c)^\top$ определим *комплексное* скалярное произведение

$$(\boldsymbol{H}, \boldsymbol{F}) \underset{def}{=} \boldsymbol{H}^\top \boldsymbol{F}^* = \dot H_a F_a^* + \dot H_b F_b^* + \dot H_c F_c^* , \quad (22)$$

КМ (15) и комплексная МП (17) выражаются с помощью скалярного произведения (22) как

$$\dot S = (\boldsymbol{V}, \boldsymbol{I}) = \boldsymbol{V}^\top \boldsymbol{I}^* , \qquad \dot N = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{V}^*) = \boldsymbol{I}^\top \boldsymbol{V} . \quad (23)$$

Для 3D комплекса $\boldsymbol{H}$ можно определить синусоидальный (гармонический) трехфазный процесс $\boldsymbol{h}(t)=\sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{H}e^{j\omega t}]$ Для любой пары 3D синусоидальных процессов $\boldsymbol{h}(t)=\sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{H}e^{j\omega t}]$ и $\boldsymbol{f}(t)=\sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{F}e^{j\omega t}]$ справедливо тождество

$$\boldsymbol{h}(t)^{\top}\boldsymbol{f}(t)=\Re e[\boldsymbol{H}^{\top}\boldsymbol{F}^{*}+\boldsymbol{H}^{\top}\boldsymbol{F}e^{j2\omega t}]\,. \tag{24}$$

Из (24) в частности следует [4]

$$p(t)=\boldsymbol{v}(t)^{\top}\boldsymbol{i}(t)=\Re e[\boldsymbol{V}^{\top}\boldsymbol{I}^{*}+\boldsymbol{V}^{\top}\boldsymbol{I}e^{j2\omega t}]\,. \tag{25}$$

Усреднение тождества (24) на интервале $[\tau,\tau+T]$ длиной в период дает

$$\frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\boldsymbol{h}(t)^{\top}\boldsymbol{f}(t)dt=\Re e[\boldsymbol{H}^{\top}\boldsymbol{F}^{*}]\,. \tag{26}$$

Равенство (26) позволяет связать комплексное скалярное произведение (22) в пространстве 3D-комплексов со *стандартным* скалярным произведением

$$(\boldsymbol{h},\boldsymbol{f})\underset{def}{=}\frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\boldsymbol{h}(t)^{\top}\boldsymbol{f}(t)dt\,,\qquad (\boldsymbol{h},\boldsymbol{f})=\Re e(\boldsymbol{H},\boldsymbol{F}) \tag{27}$$

в пространстве синусоидальных процессов.

Для гармонического трехфазного процесса $\boldsymbol{h}(t)=\sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{H}e^{j\omega t}]$ норма его 3D-комплекса (21) и действующая величина равны

$$|\boldsymbol{H}|=|\boldsymbol{h}|=H\,,\qquad H\underset{def}{=}|\boldsymbol{h}|\underset{def}{=}\sqrt{\frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T}\boldsymbol{h}(t)^{\top}\boldsymbol{h}(t)dt}\,,\quad . \tag{28}$$

3D-комплексы $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{F}$ ортогональны, если $(\boldsymbol{H},\boldsymbol{F})=\boldsymbol{H}^{\top}\boldsymbol{F}^{*}=0$.

$\boldsymbol{H}\perp\boldsymbol{F}\Leftrightarrow(\boldsymbol{H},\boldsymbol{F})=0$

Процессы $\boldsymbol{h}(t)$ и $\boldsymbol{f}(t)$ ортогональны если $(\boldsymbol{h},\boldsymbol{f})=0$. Из (27) следует

$(\boldsymbol{H},\boldsymbol{F})=0\;\Rightarrow\;(\boldsymbol{h},\boldsymbol{f})=0$.

Обратное утверждение не верно.

Несимметричное напряжение и сбалансированная я нагрузка

Коллинеарность 3D-комплексов тока и напряжения

Пара 3D-комплексов $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{F}$ *комплексно* коллинеарны $\boldsymbol{H}\,\|\,\boldsymbol{F}$, если их координаты комплексно пропорциональны, т. е. существует комплексное число $\dot\beta$ такое, что $\boldsymbol{H}=\dot\beta\,\boldsymbol{F}$

$$\boldsymbol{H}\,\|\,\boldsymbol{F}\;\underset{def}{\Leftrightarrow}\;\boldsymbol{H}=\dot\beta\,\boldsymbol{F}\,,\qquad \dot\beta=\beta'+j\beta''\neq 0\,. \tag{29}$$

Если $\boldsymbol{H}\,\|\,\boldsymbol{F}$, то соответствующие процессы $\boldsymbol{h}=\boldsymbol{h}(t)$ и $\boldsymbol{f}=\boldsymbol{f}(t)$ уравновешены. Если $\beta''=0$ ($\beta'=0$), то будем говорить, что 3D-комплексы $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{F}$ реально (*мнимо*) параллельны.

Для трёхпроводного сечения $<a,b,c>$ определим эквивалентные проводимости фаз

$$\dot Y_k\underset{def}{=}\dot I_k\Big/\dot V_k=(I_k/V_k)e^{j\Delta\varphi_k}\quad k\in\{a,b,c\}\,, \tag{31}$$

$\Delta\varphi_k$-разность фаз между током и напряжением в $k-$фазе. Если в трёхпроводном сечении подключена нагрузка типа звезды с заземленной нейтралью, то введенные проводимости (31) равны проводимостям фаз нагрузки.

Если проводимости (31) во всех фазах одинаковы

$$\dot Y_k=\dot Y_S=|\dot Y_S|\,e^{j\varphi_S}\qquad k\in\{a,b,c\}\,, \tag{32}$$

то пара 3D-комплексов напряжения и токов комплексно коллинеарны ($\boldsymbol{I}\,\|\,\boldsymbol{V}$)

$$\boldsymbol{i}(t)=|\dot Y_S|\,\boldsymbol{u}(t+\varphi_S/\omega)\quad\Leftrightarrow\quad\boldsymbol{I}=\dot Y_S\boldsymbol{V}\,, \tag{33}$$

Величина $|\dot Y_S|>0$ и имеет размерность проводимости, а φ_S – общий фазовый сдвиг между трёхфазными токами и напряжениями. Если в этом месте подключена нагрузка, то условие (32) означает, что нагрузка сбалансирована (симметрична).

Реактивная мощность и фазовый сдвиг

Если нагрузка сбалансирована (33), то умножая $\boldsymbol{I}=\dot Y_S\boldsymbol{V}$ скалярно справа на $\boldsymbol{V}$ для КМ получим

$$S^{*}=(\boldsymbol{I},\boldsymbol{V})=\dot Y_S\,|\boldsymbol{V}|^2=|\boldsymbol{V}|\,|\boldsymbol{I}|\,e^{j\varphi_S}\,. \tag{35}$$

Откуда следует, что полная (кажущаяся) мощность [23]

$$S_B\underset{def}{=}|\boldsymbol{V}|\,|\boldsymbol{I}| \tag{36}$$

равна геометрической мощности [16] (модулю КМ)

$$S_B=S_G\,,\qquad .\;S_G=|\dot S|=|S^{*}=|\dot S_a+\dot S_b+\dot S_c|\,.$$

Так как $\dot S=P+jQ$, то из (35) следует

$$P=\Re e[\dot Y_S\,|\boldsymbol{V}|^2]=G_S\,|\boldsymbol{V}|^2\,,\qquad Q=\Im m[Y_S^{*}\,|\boldsymbol{V}|^2]=-B_S\,|\boldsymbol{V}|^2\,, \tag{37}$$

что дает уравнение мощности и фазовые соотношения

$$S_B^2=P^2+Q^2\,,\qquad \varphi_S=arctg\frac{B_S}{G_S}=-arctg\frac{Q}{P}\,. \tag{39}$$

Таким образом, при асимметричном напряжении и сбалансированной (симметричной) нагрузке реактивная мощность Q определяет фазовый сдвиг между трехфазными токами и напряжениями, а полная мощность полностью определена комплексной мощностью.

Активный и реактивный токи

Реально сбалансированная нагрузка ($\dot{Y}_S = G_S$) соответствуют *реальной* коллинеарности, а *мнимо* сбалансированная нагрузка ($\dot{Y}_S = jB_S$) – *мнимой* коллинеарности 3D-комплексов напряжения и тока.

Если 3D-комплексы напряжения и тока комплексно коллинеарны, то вектор тока можно представить суммой двух 3D компонент:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I_a} + \boldsymbol{I_r} \tag{40}$$

реально коллинеарной $\boldsymbol{I_a}$ и *мнимо* коллинеарной $\boldsymbol{I_r}$ по отношению к 3D-комплексу напряжения

$$\boldsymbol{I_a} = G_S\boldsymbol{V} = \frac{P}{|\boldsymbol{V}|^2}\boldsymbol{V}, \qquad \boldsymbol{I_r} = jB_S\boldsymbol{V} = \frac{Qe^{-j90^0}}{|\boldsymbol{V}|^2}\boldsymbol{V} \quad . \tag{41}$$

Компоненты (41) задают мгновенный активный и реактивный токи

$$\boldsymbol{i}_a = \sqrt{2}\Re e(\boldsymbol{I}_a e^{j\omega t}) = \sqrt{2}\Re e(\frac{P}{|\boldsymbol{V}|^2}e^{j\omega t}), \tag{42.а}$$

$$\boldsymbol{i}_r = \sqrt{2}\Re e(\boldsymbol{I}_r e^{j\omega t}) = \sqrt{2}\Re e(\frac{Q}{|\boldsymbol{V}|^2}e^{j(\omega t-90^0)}), \tag{42.б}$$

Эти токи определяют мгновенную активную и реактивную мощности

$$p_a(t) = \boldsymbol{u}^\top\boldsymbol{i_a}, \qquad p_r(t) = \boldsymbol{u}^\top\boldsymbol{i_r} \quad . \tag{43}$$

Справедливо разложение

$$\boldsymbol{i}(t) = \boldsymbol{i}_a(t) + \boldsymbol{i}_r(t), \qquad p(t) = p_a(t) + p_r(t) \quad . \tag{44}$$

Активный и реактивный токи ортогональны как синусоидальные процессы

$$(\boldsymbol{i}_a, \boldsymbol{i}_r) = \Re e(\boldsymbol{I}_a, \boldsymbol{I}_r) = \Re e[jB_S G_S\,|\boldsymbol{V}|^2] = 0 \quad . \tag{45}$$

Однако их 3D-комплексы не ортогональны $(\boldsymbol{I}_a, \boldsymbol{I}_r) \neq 0$. Из (24) следует, что при несимметричном напряжении

$$p_a(t) = \boldsymbol{u}^\top\boldsymbol{i_a} = G_S\,|\boldsymbol{V}|^2 + G_S\Re e[\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}e^{j2\omega t}], \tag{46}$$

$$p_r(t) = \boldsymbol{u}^\top\boldsymbol{i_r} = B_S\Re e[\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}e^{j(2\omega t+90^0)}]. \tag{47}$$

Если напряжение симметрично, т.е $\boldsymbol{V} = \dot{V}\boldsymbol{e_1}$, где . $\boldsymbol{e_1} = (1, \alpha^*, \alpha)^\top/\sqrt{3}$ нормированный вектор прямой последовательности

($\alpha = e^{j2\pi/3}$, $1 + \alpha + \alpha^* = 0$, $\alpha^2 = \alpha^*$, $\alpha\alpha^* = 1$), то $\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V} = \dot{V}^2(1 + \alpha + \alpha^*) = 0$ и активный ток обеспечивает только ПЭ с постоянной активной мощностью $G_S\,|\boldsymbol{V}|^2 = P$.

При несимметричном напряжении величина $\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V} \neq 0$ и она вносит вклад $G_S\Re e[\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}e^{j2\omega t}] = p_a(t) - P$ в ПММ

$$\Re e[\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{I}e^{j2\omega t}] = (p_a(t) - P) + p_r(t)\,. \tag{48}$$

В силу ортогональности разложения полного тока (44) имеем

$$|\boldsymbol{i}|^2 = |\boldsymbol{i}_a|^2 + |\boldsymbol{i}_r|^2, \qquad |\boldsymbol{i}|^2 \geq |\boldsymbol{i}_a|^2\,. \tag{49}$$

Активный ток является решением условно экстремальной задачи $\min\limits_{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{P}=(\boldsymbol{i},\boldsymbol{u})} |\boldsymbol{i}|^2$ и равен ортогональной проекции полного тока на напряжение в пространстве синусоидальных процессов. Активный ток (42а) имеет однозначный энергетический смысл: *«При заданном напряжении активный ток поставляет ту же самую активную мощность P, что и полный ток, и дает минимальные тепловые потери (на 1Ом):* $\min\limits_{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{P}=(\boldsymbol{i},\boldsymbol{u})} |\boldsymbol{i}|^2 = |\boldsymbol{i}_a|^2$ *»*.

При несимметричном напряжении реактивный ток $\boldsymbol{i}_r = \boldsymbol{i}_r(t)$ вносит вклад равный $B\Re e[\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}e^{j(2\omega t+90^0)}]$ только в пульсации ПММ (48) и дает дополнительные потери $|\boldsymbol{i}_r|^2 > 0$.

Само-ортогональность напряжения

Обозначим $\dot{\mu} \underset{def}{=} \boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}/|\boldsymbol{V}|^2$. Тогда

$$(\boldsymbol{V}, \boldsymbol{V}^*) = \boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V} = |\boldsymbol{V}|^2\,\dot{\mu} \quad , \qquad \dot{\mu} = |\dot{\mu}|\,e^{j\varphi_\mu}\,. \tag{50}$$

Поскольку

$$\boldsymbol{V}^* \perp \boldsymbol{V} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\mu} = 0\,, \tag{51}$$

то $\dot{\mu} = \mu e^{j\varphi_\mu}$ будем называть коэффициентом само–ортогональности (СО). напряжения Если $\boldsymbol{V} \perp \boldsymbol{V}^*$ ($\dot{\mu} = 0$), то будем говорить, что $\boldsymbol{V}$ самоортогонален.

При сбалансированной нагрузке выражение (23) для КМ колебаний

$$\dot{N} = \dot{Y}_S\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V} = \frac{\dot{Y}_S\,|\boldsymbol{V}|^2\,\boldsymbol{V}^\top\boldsymbol{V}}{|\boldsymbol{V}|^2} = S^*\dot{\mu} \tag{52}$$

имеет такую же математическую структуру (5), как и в однофазной цепи. Однако, если для однофазной цепи выполнено

$$\dot{\mu} = e^{j2\varphi_V}\,, \qquad |\dot{\mu}| = 1 \text{ и } \qquad |\dot{N}| = |\dot{S}|,$$

то для трехфазной цепи модуль коэффициента СО напряжения не превосходит единицы

$| \dot{\mu} | \le 1 , \qquad | \dot{N} | \le | \dot{S} | .$

Из (52) следует, что $\dot{N} = S^* \dot{\mu} = \mu P e^{j\varphi_\mu} + \mu Q e^{j(\varphi_\mu - 90^0)}$. Согласно (46) и (47) имеем

$$p_r(t) = \mu Q \cos(2\omega t + \varphi_\mu - 90^0) \ , \qquad (53.а)$$

$$p_a(t) - P = \mu P \cos(2\omega t + \varphi_\mu) \ . \qquad (53.б)$$

Реактивная мощность не равна амплитуде мгновенной реактивной мощности.

Для КМ колебаний и ММ получим

$$| \dot{N} | = \mu \sqrt{P^2 + Q^2} \ , \qquad \arg(\dot{\mu} S^*) = \arg(\dot{N}) = \varphi_\mu - \arg \dot{S} \ ; \qquad (54.а)$$

$$p(t) = P + \mu \sqrt{P^2 + Q^2} \cos(2\omega t + \varphi_\mu - arctq \frac{Q}{P})] \ . \qquad (54.б)$$

При асимметричном напряжении и симметричной нагрузке колебания ММ будут,- даже если реактивная мощность равна нулю. Однако, если ПММ в однофазной цепи с синусоидальным источником будут всегда, то в трехфазной цепи с симметричной нагрузкой ПЭ постоянен, если 3D-комплекс напряжения $\boldsymbol{V}$ самоортогональнен ($\mu = 0$). В частности, ПММ отсутствуют, если напряжение симметрично. Обратное утверждение неверно.

Несимметричное напряжение и уравновешенный режим

Каждый 3D-комплекс $\boldsymbol{V} \in \mathcal{U}$ ($| \boldsymbol{V} | = 1$) из нормированного двухпараметрического семейства

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}(c,d) = \frac{1}{2|c|} \begin{bmatrix} -j\sqrt{2(c^2 - d^2)} \\ c - jd \\ c + jd \end{bmatrix}$$

самоортогонален ($\boldsymbol{V}^T \boldsymbol{V} = V^2 \dot{\mu} = 0$) и обеспечивает передачу энергии с постоянной скоростью.

При $c = -1/2, \quad d = \sqrt{3}/2$ семейство (55) определяет симметричный 3D-комплекс прямой последовательности

$$\boldsymbol{V_1} = \mathcal{U}(-1/2, \sqrt{3}/2) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 - j\sqrt{3}/2 \\ -1/2 + j\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j120^0} \\ e^{j120^0} \end{bmatrix} .$$

Асимметричный 3D-комплекс ($c = -\sqrt{3}, \quad d = -1$)

$$\boldsymbol{V_2} = \mathcal{U}(-\sqrt{3}, -1) = \frac{1}{2\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -2j \\ -\sqrt{3} + j \\ -\sqrt{3} - j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -j \\ e^{j150} \\ e^{-j150} \end{bmatrix} \qquad (55)$$

также содержится в семействе (55) и обеспечивает ПЭ с постоянной скоростью для симметричной нагрузки.

Вектор нулевой последовательности $\boldsymbol{V}_0 = e^{j\varphi} \boldsymbol{e}_0$ ($\boldsymbol{e}_0 = (1,1,1)^\top / \sqrt{3}$ орт прямой последовательности) не принадлежит семейству (53). Для него $\boldsymbol{V}_0^\top \boldsymbol{V}_0 = V^2 \dot{\mu} = e^{j2\varphi}$, $\mu = 1$. При этом $\boldsymbol{V}_0 \| \boldsymbol{V}_0^*$, так как $\boldsymbol{V}_0 = \dot{\beta} \boldsymbol{V}_0^*$, $\dot{\beta} = e^{j2\varphi}$ и осцилляции энергии будут всегда при любой нагрузке. .

Двунаправленность потока энергии

В отличие от однофазной цепи, при $Q \neq 0$, ПЭ с комплексной мощностью $\dot{S} = P + jQ$ может быть как однонаправленным, так и двунаправленным. Действительно из (40)следует, что обменные процессы будут, если

$$P < \mu \sqrt{P^2 + Q^2} \ .$$

Это неравенство дает условие осцилляции

$$Q_0 < | Q | , \qquad (56)$$

где величина $Q_0 = P\sqrt{(\mu^{-2} - 1)} > 0$ и при заданной активной мощности зависит от степени несимметрии напряжения.

Таким образом, т. к. при $| Q | \le Q_0$ отсутствуют обменные процессы, то *осцилляции не могут быть физическим смыслом реактивной мощности*. Физический смысл реактивной мощности (если он существует) должен быть одинаковым вне зависимости от структуры и свойств цепи.

Из (52) следует, что

$$p(t) = S_B [\lambda + \mu \cos(2\omega t + \varphi_\mu - \varphi_S)] \qquad (57)$$

и наличие моментов, когда $p(t) < 0$, возможно если

$$\lambda < \mu \ . \qquad (58)$$

Т.к. λ характеризует качество потребления, а μ – качество поставки, то неравенство (58) можно понимать как: «качество потребления λ хуже качества поставки μ ». Если ввести коэффициент осцилляций

$$\lambda_{osc} \underset{def}{=} \frac{|\dot{N}|}{P} = \frac{\mu}{\lambda} \ ,$$

то для мгновенной мощности имеем

$$p(t) = P[1+\lambda_{osc}\cos(2\omega t+\varphi_\mu-\varphi_S)]$$

и ясно, что при выполнении неравенства $\lambda_{osc} > 1$ ПЭ будет двунаправленным.

Группа из пяти эквивалентных условий осцилляции энергии в однофазной цепи:

a.) коэффициент мощности меньше единицы $\lambda < 1$;

b.) реактивная мощность не равна нулю ($Q \neq 0$):

c.) фазовый сдвиг между напряжением и током не равен нулю $\Delta\varphi = \varphi_V - \varphi_I = arctg\,(Q/P) \neq 0$;

d.) поток энергии $W = W(t)$ двунаправленный;

e.) амплитуда колебаний ММ больше активной мощности $|\dot{N}| > P$

для трехфазной цепи распадается на две группы эквивалентных условий.

Группа 1 эквивалентных условий, связанная с качеством симметричной нагрузки (реактивность) и не связанная с колебаниями ММ:

a.) реактивная мощность отлична от нуля ($Q \neq 0$);

b.) коэффициент мощности меньше единицы $\lambda < 1$;

c.) фазовый сдвиг между током и напряжением не равен нулю $\Delta\varphi = \varphi_V - \varphi_I = arctg\,(Q/P) \neq 0$;

Группа 2 эквивалентных условий, связанная с осцилляцией энергии между нагрузкой и источником:

d.) поток энергии $W = W(t)$ двунаправленный;

e.) амплитуда колебания ММ больше активной мощности $|\dot{N}| > P$;.

дополняется новыми двумя условиями

f.) неравенством $\lambda < \mu$ между коэффициентами качества потребления и поставки:

g.) условием (48) превышения модуля реактивной мощности пороговой величины $Q_0 = P\sqrt{(\mu^{-2}-1)} > 0$.

Вторая группа условий обусловлена влиянием, как качества поставки ($\mu > 0$), так и качества потребления ($\lambda < 1$) на осцилляции энергии между нагрузкой и источником ($\lambda < \mu$)

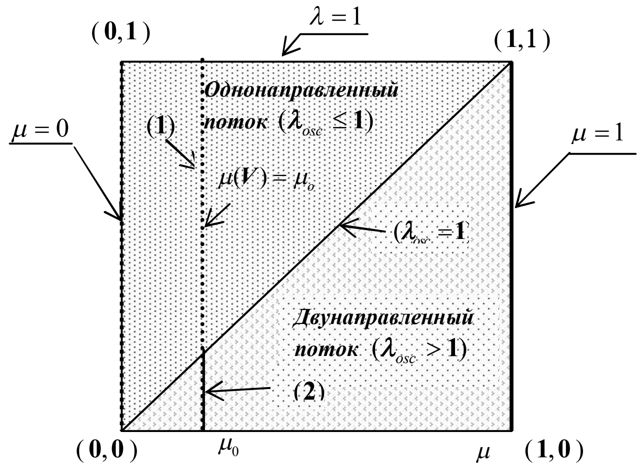

Рис .1 – ($\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}$)-плоскость состояния потока энергии через трехфазное сечение $< a, b, c >$

Безразмерные величины λ и μ независимы. Пара (μ, λ) определяет точку на (μ, λ)-плоскости (μ -абсцисса, λ - ордината) и характеризует качество потребления и поставки через трехфазное сечение $< a, b, c >$ (Рис .1.) . Каждое напряжение поставки $\boldsymbol{V}$ характеризуется коэффициентом СО напряжения $\mu(\boldsymbol{V})$. Для μ_0 ($0 \le \mu_0 \le 1$) уравнение $\mu(\boldsymbol{V}) = \mu_0$ на (μ, λ)-плоскости задает вертикальную прямую.

1. При $\mu(\boldsymbol{V}) = 0$ (ордината ($\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}$)-плоскости) для любой реактивной мощности $|Q| \ge 0$ колебания ММ невозможны.

2. Если $0 < \mu(\boldsymbol{V}) < 1$, то в зависимости от коэффициента мощности возможен как однонаправленный поток (только ММ колебания - отрезок **(1)**) так и двунаправленный поток (осцилляции энергии -отрезок **(2)**).

3. При $\mu = 1$ всегда будут осцилляции энергии между нагрузкой и источником (подобно однофазной ас цепи).

Только неравенство $\mu(\boldsymbol{V}) > 0$ является характеристическим свойством колебаний ММ. При $\mu > 0$ неравенство $\lambda_{osc} = \mu/\lambda > 1$ является *характеристическим* свойством осцилляции энергии между нагрузкой и источником в трехфазном сечении.

Заключение

1. При работе трехфазной системы в условиях, для которых она не проектировалась, возникают ПММ. Введенный коэффициент СО напряжения μ адекватно отражает вклад несимметрии напряжения (обусловленный искажающим воздействием сети) для симметричной нагрузки в колебательную компоненту ММ.

2. В рассматриваемом режиме реактивная мощность не равна амплитуде колебаний ММ. Обменные процессы возникают если реактивная мощность больше некоторой пороговой величины. Тем самым реактивная мощность при сбалансированном токе обусловлена только фазовым сдвигом между трехфазным током и напряжением.

3. При синусоидальном режиме системы с несимметричным напряжением и сбалансированной нагрузкой неравенство $\lambda < \mu$, характеризует наличие обменных процессов. когда качество потребления «хуже» качества поставки. Скомпенсировав реактивный ток (сделав коэффициент мощности $\lambda = 1$ при $\mu > 0$), потребитель уменьшит дополнительные потери поставщика до возможного для него минимума ($|\boldsymbol{i}_r| = 0$), но, тем не менее, не обеспечит поставку энергии с постоянной скоростью. Таким образом, сделав нагрузку сбалансированной (не обязательно чисто активной $\lambda < 1$), потребитель, имеющий чувствительное к колебаниям ММ оборудование, может вполне обосновано предъявить экономические претензии к качеству поставки в рамках несимметрии напряжения

4. Математический аппарат использует понятие скалярного произведения в пространстве 3D- комплексов и пространстве синусоидальных процессов. Все выкладки проведены в векторной форме. При сбалансированной нагрузке характеристическое свойство ПММ ($\mu > 0$) и осцилляции энергии $\lambda_{osc} = \mu/\lambda > 1$ остаются справедливыми для любой N-фазной системы . В однофазной цепи два вектора $\boldsymbol{V}$ и $\boldsymbol{V}^*$ никогда не могут быть ортогональны, так как $(\boldsymbol{V},\boldsymbol{V}^*) = \dot{V}^2 \neq 0$, что дает $\mu = 1$, и поэтому осцилляции являются неотъемлемым свойством однофазных ac цепей .

5. При разбалансе третьего типа уравнение мощности содержит мощность небаланса. Связь квадратурных компонент уравнения мощности (активной, реактивной и мощности небаланса) как с колебательной компонентой ММ, так и с осцилляцией ПЭ, усложняется и требует введения таких энергетических понятий, как ток небаланса и вектор мощности небаланса [12-15].

Список литературы: **1.** *Зевеке Г.В.* Основы теории цепей / *Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин*. - М. - Л. : Госэнергоиздат, 1955. **2.** *Шидловский А. К.* Анализ режимов в трехфазных электрических цепях с несимметричными элементами / *А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов, В.Г. Николаенко* – К. : ИЭД, 1983 **3.** *Милях А.Н.* Схемы симметрирования однофазных на-

грузок в трехфазных цепях / *А.Н. Милях, А. К. Шидловский, А.Г. Кузнецов*. – К. : Наукова думка, 1973 **4.** *Willems J. L.* Reflections on apparent power and power factor in nonsinusoidal polyphase situations / *J. L. Willems* // IEEE Trans. Power Del. – Vol. 19. – No. 2. – P. 835–840. **5.** *Wang Y. J.* Analysis of Effects of Three-Phase Voltage Unbalance on Induction Motors with Emphasis on the Angle oft he Complex Voltage Unbalance Factor / *Y. J. Wang* // IEEE Trans. Energy Conv. – Vol.16. – No. 3. – P. 270- 275. **6.** *Willems J. L.* The computation of the alternating torque of an ac machine / *J. L. Willems* // Int. J. Electr. Eng. Educ. – Vol. 19. – P. 79-85. **7.** *Czarnecki L. S.* Power related phenomena in three phase unbalanced systems / *L. S. Czarnecki* // IEEE Trans. Power Delivery. – Vol. 10. – P. 1168–1176. **8.** *Czarnecki L.S.* Energy flow and power phenomena in electrical circuits: illusions and reality / *L. S. Czarnecki* //Archiv fur Elektrotechnik. – No. 4. – P. 10-15. **9.** *Czarnecki L. S.* Misinterpretations of some power properties of electric circuits / *L. S. Czarnecki* // IEEE Trans. Power Del. – Vol. 9. – No. 34. – P. 1760-1764. **10.** *Czarnecki L.S.* On some misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory / *Czarnecki L. S.* // IEEE Trans. on Power Electronics. – 2004– Vol.10. – No. 3. – P. 828-836. **11.** *Czarnecki L.S.* Could power properties of three-phase systems be described in terms of the Poynting Vector // IEEE Trans. on Power Delivery. – 2006– Vol. 21. – No. 1. – P. 339-344. **12.** *Сиротин Ю. А.* Уравнение мощности и штрафные санкции за асимметричную нагрузку / *Ю. А.Сиротин* // Эффективность и качество электроснабжения промышленных предприятий. VI МНТК. EPQ–2008: сб. трудов. Мариуполь : Изд. ПГТУ, 2008. – С. 211–214. **13.** *Сиротин Ю. А.* Сбалансированная и разбалансированная составляющие трёхфазного тока интерфейса "поставщик–потребитель" / *Ю. А.Сиротин* // Электрика. – 2008. –С. 16-22. **14.** *Сиротин Ю. А* Качество энергоснабжения и энергопотребления в разбалансированной трехфазной системе / *Ю. А.Сиротин* // Электрика. – 2009. – №6. – С. 22-27 **15.** *Сиротин Ю. А.* Мощность разбаланса и пульсации мгновенной мощности при симметричном напряжении / *Ю. А.Сиротин* // Электрика. – 2009. – №11. – С. 15-21. **16.** *Emanuel E.* On the definition of power factor and apparent power in unbalanced polyphase circuits with sinusoidal voltage and currents / E. Emanuel // IEEE Trans. Power Del. – 1993. – Vol. 8. – No. 3. – P. 841–852. **17.** *Francisco de León.* Discussion of “Could Power Properties of Three-Phase Systems Be Described in Terms of the Poynting Vector? / *Francisco de León, José Cohen* // IEEE Trans. on Power Delivery. – 2007. – Vol. 22. – No. 2. **18.** *Ferrero A.* An approach to the nonactive power concept in terms of the Poynting-Park Vector / *A. Ferrero, S. Leva, A.P. Morando* // European Trans. on Electric Power, ETEP. – 2001. – Vol. 11. – No. 5. – P 301-308. **19.** *Cekareski Z.* On the physical meaning of nonactive powers in three-phase systems / *Z. Cekareski, A.E. Emanuel* // Power Engineering Review, IEEE/ – 1999. –Vol.19. – No.7. – P. 46-47. **20** *Emanuel A.E.* Poynting Vector and physical meaning of nonactive powers / *A.E. Emanuel* // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements. – 2005. –Vol. 54. – No. 4. – P.1457-1462. **21.** *Emanuel A.E.* About the Rejection 0n Poyting Vector in Power Systems Analysis / *A.E. Emanuel* // Electrical Power Quality and Utilization Journal. – 2007. – Vol. XIII. – No. 1. – P. 43–49 **22.** *Emanuel A.E.* Intrinsic Power: Some Observation / *A.E. Emanuel* // Electrical Power Quality and Utilization Journal – 2007. – Vol. XIII. – No. 1. – P. 83–87.**23.** *Buchholz F.* Die Drehstrom-Scheinleistung bei ungleich-mepiger Belastung drei Zweige / *F. Buchholz* // Licht und Kraft/ – 1922. –No. 2. – P. 9-11.

Поступила в редколлегию 03.10.2010