УДК 621.31.

Ю.А.СИРОТИН, канд.тех.наук , доц., НТУ «ХПИ»

ТОК, МОЩНОСТЬ И УРАВНЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ В ТРЕХФАЗНОЙ СИСТЕМЕ

Для трифазної системи при несиметричній синусоїдальній напрузі в точці підключення несиметричного навантаження розглянуті два ортогональних розкладання повного трифазного струму. Отримано два рівняння потужності.

Для трехфазной системы при несимметричном синусоидальном напряжении в точке подключения несимметричной нагрузки рассмотрены два ортогональных разложения полного трехфазного тока. Получены два уравнения мощности.

For three-phase system with an asymmetric sinusoidal voltage at the point of connection asymmetrical loading two orthogonal decomposition of full three-phase current are considered. Two power equations are obtained.

В однофазной цепи передача энергии от источника с синусоидальным напряжением в линейную нагрузку происходит с переменной скоростью [1]. В трехфазной цепи это не так. Так, в симметричном режиме (нагрузка и напряжение симметричны) мгновенная мощность не имеет пульсирующей составляющей – режим *уравновешен* [1]. В реальной ситуации режим несимметричен (нагрузку и/или напряжение несимметричны), что приводит к появлению пульсаций мгновенной мощности (ММ).

В 3–проводной системе при *симметричном* напряжении и *несимметричной* нагрузке ток обратной последовательности определяет и *мощность пульсаций* (МП) и *мощность несимметрии* (МН) нагрузки. В этом режиме эти мощности равны. Это стало основанием предположить, что МП должна входить в уравнение мощности вместо МН (мощности *небаланса* в 3–проводной системе) и при *несимметричном* напряжении [2]. Как отмечено в [3] это предположение оказалось неправильным (однако соответствующее уравнение опубликовано в ряде монографий).

Действительно, если напряжение несимметрично, а нагрузка симметрична (для 3–проводной системы сбалансирована), то МН нагрузки равна нулю, однако пульсации наблюдаются [4,5]. При симметричном напряжении в 4–проводной цепи МН определена как током обратной последовательности, так и током нулевой последовательности, а пульсации – только током обратной последовательности [6]. Таким образом, в различных режимах присутствие или отсутствие этих мощностей может быть не одновременным, а при их наличии они имеют разные значения. МП и МН

- различные характеристики энергетических процессов. Однако они связаны между собой.

Задача заключается в установлении этой связи в общей ситуации несимметрии нагрузки и несимметрии напряжения .

Уравнение мощности потерь – квадратичное разложение полной (кажущейся) мощности на мощность баланса и мощность небаланса – характеризует качественный и количественный состав энергетических процессов в цепи с точки зрения дополнительных потерь (на один Ом) [7, 8]. Однако, это уравнение мощности не определяет наличие или отсутствие пульсаций в цепи [6]. В работе показано, что пульсации обусловлены компонентой тока, которая полностью определяет МП. Эта компонента определена ортогональной проекцией вектора полного тока на *сопряженный* вектор комплексных действующих значений напряжений и названа *током пульсаций.* Ортогональное дополнение тока пульсаций до полного тока определяет *непульсирующий ток*. Ток пульсаций и непульсирующий ток дают новое квадратичное разложение кажущейся мощности (*уравнение мощности пульсаций*). Это *уравнение* характеризует энергетические процессы с точки зрения скорости потока энергии в точке подключения нагрузки.

Энергетические процессы в точке подключения нагрузки

В точке подключения нагрузки потребителя к распределительной сети в трёхпроводном сечении $<a,b,c>$ трехфазной (трех/четырехпроводной) системы с синусоидальными процессами мгновенные значения трехфазного напряжения и трехфазного тока

$$\boldsymbol{u}(t) = (u_a(t), u_b(t), u_c(t))^{\top} = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{U}e^{j\omega t}], \tag{1.а}$$

$$\boldsymbol{i}(t) = (i_a(t), i_b(t), i_c(t))^{\top} = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{I}e^{j\omega t}] \tag{1.б}$$

однозначно определены трехмерными комплексными векторами напряжения (3d-комплексами) $\boldsymbol{U} = (\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c)^{\top}$ и тока $\boldsymbol{I} = (\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c)^{\top}$ – векторами комплексных *действующих значений* (*д.з.*):

$$\boldsymbol{U} = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T \boldsymbol{u}(t)e^{-j\omega t}dt, \qquad \boldsymbol{I} = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_0^T \boldsymbol{i}(t)e^{-j\omega t}dt, \tag{2}$$

где $\top$ – знак транспонирования, T – период ($T\omega = 2\pi$).

При синусоидальных процессах мгновенную мощность

$$p(t) = u_a(t)i_b(t) + u_b(t)i_b(t) + u_c(t)i_c(t) \tag{3.а}$$

можно представить как

$$p(t) = \boldsymbol{u}(t)^{\top}\boldsymbol{i}(t) = \Re e[\dot{S} + \dot{N}e^{j2\omega t}] . \qquad (3.б)$$

Стандартная *комплексная мощность* (СКМ) равна *комплексному* скалярному произведению векторов напряжения и тока [4, 6]

$$\dot{S} = \boldsymbol{U}^{\top}\boldsymbol{I}^{*} = \dot{U}_a I_a^{*} + \dot{U}_b I_b^{*} + \dot{U}_c I_c^{*} , \qquad (4.а)$$

$$\dot{S} = \boldsymbol{U}^{\top}\boldsymbol{I}^{*} = (\boldsymbol{U}, \boldsymbol{I}) . \qquad (4.б)$$

СКМ – комплексное число $P + jQ$, ее реальная часть равна средней (активной) мощности за интервал наблюдения $[\tau, \tau + T]$

$$P = \Re e\dot{S} = \Re e(P + jQ) = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} p(t)dt . \qquad (5)$$

Мнимая часть СКМ $\Im m\dot{S} = Q$ определяет реактивную мощность.

Комплексная амплитуда пульсирующей мощности (*мощность пульсаций*)

$$\dot{N} = |\dot{N}| e^{j\arg\dot{N}} = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c , \qquad (6.а)$$

равна *комплексному* скалярному произведению вектора тока и *комплексно сопряженного* (КС) вектора напряжения $\boldsymbol{U}^{*} = (U_a^{*}, U_b^{*}, U_c^{*})^{\top}$ [4,6]

$$\dot{N} = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{U} = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{U}^{*}) . \qquad (6.б)$$

Полная (*кажущаяся*) мощность определена произведением

$$S_B = U \cdot I = |\boldsymbol{U}||\boldsymbol{I}| \qquad (7)$$

д.з. напряжения и *д.з.* тока

$$|\boldsymbol{U}| = \sqrt{\boldsymbol{U}^{\top}\boldsymbol{U}^{*}} = \sqrt{|\dot{U}_a|^2 + |\dot{U}_b|^2 + |\dot{U}_c|^2} , \qquad (8.а)$$

$$|\boldsymbol{I}| = \sqrt{\boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{I}^{*}} = \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2} . \qquad (8.б)$$

Справедливо неравенство Шварца [9]

$$|(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{I})| \le |\boldsymbol{U}||\boldsymbol{I}| \quad \Rightarrow \quad S_G \le S_B \qquad (8.в)$$

где $S_G = |\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$ - геометрическая мощность, равная модулю СКМ.

Несбалансированный режим, ток баланса и баланса

В (8.в) равенство достигается, только если вектор полного тока (*комплексно*) пропорционален вектору напряжения ($\boldsymbol{I} \parallel \boldsymbol{U}$)

$$\boldsymbol{I} = \dot{Y}_S \boldsymbol{U} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\dot{I}_a}{\dot{U}_a} = \frac{\dot{I}_b}{\dot{U}_b} = \frac{\dot{I}_c}{\dot{U}_c} = \dot{Y}_S = |\dot{Y}_S| e^{j\varphi_S} , \qquad (9)$$

что определяет *сбалансированный режим* [8–9]. Если нагрузка симметрична, то режим сбалансирован. Однако обратное утверждение верно не для любой нагрузки. В 4–проводной цепи сбалансированность режима и симметричность нагрузки – эквивалентные понятия. В 3–проводной цепи режим может быть сбалансированным и при несимметричной нагрузке. Так, схема симметризации Штейнметца реализует *несимметричную* Δ *нагрузку*, и при симметричном напряжении обеспечивает сбалансированный режим (даже с единичным коэффициентом мощности $\lambda = P/S_B$) [5,7].

В сбалансированном режиме реактивная мощность характеризует фазовый сдвиг между векторами тока и напряжения. Геометрическая мощность равна полной мощности, что определяет сокращенное уравнение мощности и дает формулу для вычисления *коэффициента мощности* λ через фазовый сдвиг между векторами тока и напряжения ($\dot{Y}_S = |\dot{Y}_S| e^{jY\varphi_S}$)

$$\boldsymbol{I} = \dot{Y}_S \boldsymbol{U} \quad \Rightarrow \quad S_G = S_B , \quad \Rightarrow \quad \underbrace{|\boldsymbol{I}||\boldsymbol{U}|}_{S_B} = \underbrace{\sqrt{P^2 + Q^2}}_{S_G} , \qquad (10.а)$$

$$\lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos\varphi_S . \qquad (10.б)$$

Если *режим несбансирован*, то ортогональная проекция вектор тока на вектор напряжения определяет *ток баланса* [8–9]

$$\boldsymbol{I_b} = \frac{\boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{U}^{*}}{|\boldsymbol{U}|^2}\boldsymbol{U} = \underbrace{(S^{*}/U^{2})}_{\dot{Y}_S}\boldsymbol{U} = \dot{Y}_{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{U} , \qquad (11.а)$$

а *ток небаланса*

$$\boldsymbol{I}_u = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}_b \qquad (11.б)$$

равен ортогональному дополнению вектора тока баланса до вектора тока. Справедливо ортогональное разложение полного тока

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_b + \underbrace{(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}_b)}_{\boldsymbol{I}_u} = \boldsymbol{I}_b + \boldsymbol{I}_u, \qquad (11.в)$$

Ток баланса связан с СКМ и обладает однозначным энергетическим смыслом: «Среди всех токов, которые при заданном напряжении в нагрузку поставляют энергию с такой же комплексной мощностью, что и полный ток, ток баланса имеет *минимальное д.з.*».

Именно ортогональное разложение полного тока приводит (теорема Пифагора для компонент тока) к уравнению мощности потерь и изменяет формулу для коэффициента мощности

$$|\boldsymbol{I}|^2 = |\boldsymbol{I_b}|^2 + |\boldsymbol{I_u}|^2 \;\Rightarrow\; S_B^2 = S_G^2 + D_u^2 \;\Rightarrow$$

$$S_B^2 = P^2 + \underbrace{Q^2 + D_u^2}_{\text{дополнительные потери}}, \qquad \lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D_u^2}}. \qquad (12)$$

Где $D_u = |\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{I}| - д.з.$ вектора мощности небаланса [8,9]. Здесь и далее $\times$ – знак операции векторного произведения.

Уравновешенный режим и ток пульсаций

Из (6) следует, что если вектор тока ортогонален КС вектору фазных напряжений $\boldsymbol{U}^*$, то пульсации отсутствуют (режим *уравновешен*). Понятия уравновешенности и сбалансированности не совпадают. Однако, если режим сбалансирован ($\boldsymbol{I} = \dot{Y}\boldsymbol{U}$), а $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{U}^*$ ортогональны ($\boldsymbol{U} \perp \boldsymbol{U}^*$), то вектор тока ортогонален $\boldsymbol{U}^*$ и пульсации отсутствуют $\dot{N} = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{U}^*) = \dot{Y}(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{U}^*) = 0$. Так, если напряжение симметрично прямой последовательности $\boldsymbol{U} = \dot{U}\boldsymbol{e_1}$, то КС вектор напряжения является вектором обратной последовательности.

$$\boldsymbol{U} = \dot{U}\boldsymbol{e_1} \Rightarrow \boldsymbol{U}^* = (\dot{U}\boldsymbol{e_1})^* = U^* \underbrace{(\boldsymbol{e_1})^*}_{\boldsymbol{e_2}} = U^*\boldsymbol{e_2}$$

Поэтому 3d-комплексы $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{U}^*$ при симметричном напряжении также ортогональны и, если нагрузка симметрична, то пульсации отсутствуют (симметричный режим уравновешен).

Здесь и дальше

$$\boldsymbol{e_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha^* \\ \alpha \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{e_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ \alpha^* \end{pmatrix} \qquad (13)$$

- нормированные вектора (орты $|\boldsymbol{e_1}| = 1, |\boldsymbol{e_2}| = 1$) прямой и обратной последовательности. ($\alpha = e^{j2\pi/3}$) [6].

Если режим неуравновешен, то *ортогональная* проекция вектора тока на *комплексно сопряженный* вектор напряжения определяет 3d компоненту тока

$$\boldsymbol{I_p} = \frac{(\boldsymbol{I}, \boldsymbol{U}^*)}{(\boldsymbol{U}, \boldsymbol{U}^*)}\boldsymbol{U}^* = \frac{\boldsymbol{I}^\top \boldsymbol{U}}{|\boldsymbol{U}|^2}\boldsymbol{U}^* = \frac{\dot{N}}{U^2}\boldsymbol{U}^*, \qquad (14.а)$$

которая названа *током пульсаций*.

Непульсирующий ток определяется как ортогональное дополнение тока пульсаций до полного тока

$$\boldsymbol{I}_n = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I_p}. \qquad (14.б)$$

Справедливо ортогональное разложение полного тока

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_p + \underbrace{(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{I_p})}_{\boldsymbol{I}_n} = \boldsymbol{I}_p + \boldsymbol{I}_n \qquad (14.в)$$

Так как $\boldsymbol{I_p} \parallel \boldsymbol{U}^*$ и $\boldsymbol{I_n} \perp \boldsymbol{U}^*$, то МП полного тока обусловлена только током пульсаций

$$\dot{N} = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{U}^*) = (\boldsymbol{I_p} + \boldsymbol{I_n}, \boldsymbol{U}^*) = (\boldsymbol{I_p}, \boldsymbol{U}^*) + \underbrace{(\boldsymbol{I_n}, \boldsymbol{U}^*)}_{=0} = \boldsymbol{I_p}^\top \boldsymbol{U}, \qquad (14.г)$$

Тем самым, *ток пульсаций имеет минимальное д.з. среди всех токов, которые при заданном напряжении имеют такую же мощность пульсаций, что и полный ток.* Конкретизируем полученные результаты для трехпроводной цепи.

Энергетические процессы в трехпроводной цепи

В трехпроводной цепи напряжение можно измерять относительно искусственной точки заземления (Рис.1) ,

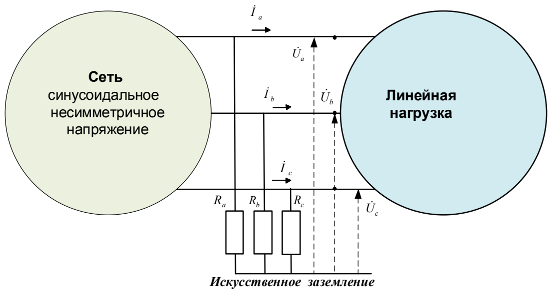


Рис.1 – Трехфазная трехпроводная система

что совместно с 1 законом Кирхгофа дает [9]

$$\boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e_0} = (\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c)\big/\sqrt{3} = 0\,; \tag{15.а}$$

$$\boldsymbol{U}^{\top}\boldsymbol{e_0} = (\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c)\big/\sqrt{3} = 0\ . \tag{15.б}$$

Здесь $\boldsymbol{e_0} = (1,1,1)^{\top}\big/\sqrt{3}$ - нормализованный вектор (орт) нулевой последовательности

Тем самым, энергетические синусоидальные процессы, происходящие в трехпроводном сечении $< a,b,c >$ *3-проводной* цепи, характеризуются 3d-комплексами, которые *ортогональны орту нулевой последовательности.* Такие 3d-комплексы (комплексные вектора) образуют *двумерное подпространство*. Орты прямой и обратной последовательности (13) определяют *базис* этого подпространства [9] . Однако такой базис не единственен.

Ортонормированные базисы потерь и пульсаций

При несимметричном напряжении 3d-комплексы $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{U}^*$ не ортогональны. Однако 3d- комплекс *межфазных напряжений*

$$\boldsymbol{U}_{\nabla} = \sqrt{3}(\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{e_0}) = \begin{bmatrix} \dot{U}_b - \dot{U}_c \\ \dot{U}_c - \dot{U}_a \\ \dot{U}_a - \dot{U}_b \end{bmatrix} \tag{16}$$

комплексно ортогонален КС 3d-комплексу напряжений $\boldsymbol{U}^*$, так как смешанное напряжение с двумя одинаковыми векторами равно нулю

$$(\boldsymbol{U}_{\nabla}, \boldsymbol{U}^*) = \boldsymbol{U}_{\nabla}^{\top}\boldsymbol{U} = \sqrt{3}(\boldsymbol{U}\times\boldsymbol{e_0})^{\top}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{0}\ .$$

Это позволяет определить два ортонормированных базиса: *базис потерь* и КС к нему *базис пульсаций*

$$\mathcal{B} = \{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_{\nabla}\}\,, \qquad \mathcal{B}^* = \{\boldsymbol{m}^*, \boldsymbol{m}_{\nabla}^{\ *}\}\ . \tag{17}$$

Здесь орты 3d-комплексов: $\boldsymbol{m} = \boldsymbol{U}\big/|\,\boldsymbol{U}\,|$ – *фазных напряжений*,
$\boldsymbol{m}_{\nabla} = \boldsymbol{m}^*\times\boldsymbol{e_0}$ – КС *межфазных напряжений*, и
$\boldsymbol{m}^* = \boldsymbol{U}^*\big/|\,\boldsymbol{U}^*\,|$ – КС *фазных напряжений*,
$\boldsymbol{m}_{\nabla}^{\ *} = \boldsymbol{m}\times\boldsymbol{e_0}$ – *межфазных напряжений.*

Раскладывая орты одного базиса по ортам другого базиса, можно показать, что орты базисов (17) связаны векторно-матричными уравнениями

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{m} \\ \boldsymbol{m}_{\nabla} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\eta} & \dot{\mu} \\ \mu^* & \dot{\eta} \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{m}_{\nabla}^* \\ \boldsymbol{m}^* \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \boldsymbol{m}_{\nabla}^* \\ \boldsymbol{m}^* \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta^* & \dot{\mu} \\ \mu^* & \eta^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^{-1}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{m} \\ \boldsymbol{m}_{\nabla} \end{bmatrix}\ ; \tag{18}$$

Матрицы преобразований $\mathcal{A}$ и $\mathcal{A}^{-1}$ ортогональны (даже унитарны так как $\mathcal{A}^{-1} = (\mathcal{A}^{\top})^* = (\mathcal{A}^*)^{\top}$).

Комплексные коэффициенты матриц $\mathcal{A}$ и $\mathcal{A}^{-1}$:

$$\dot{\mu} = (\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}^*) = \boldsymbol{m}^{\top}\boldsymbol{m}\ , \quad \mu^* = \boldsymbol{m}_{\nabla}^{\top}\boldsymbol{m}_{\nabla} = (\boldsymbol{m}^{\top}\boldsymbol{m})^*\,, \tag{19.а}$$

$$\dot{\eta} = \boldsymbol{m}_{\nabla}^{\top}\boldsymbol{m} = \boldsymbol{m}^{\top}\boldsymbol{m}_{\nabla}\quad \eta^* = (\boldsymbol{m}_{\nabla}^{\top}\boldsymbol{m})^* = -\dot{\eta} \tag{19.б}$$

удовлетворяют условию $|\,\dot{\mu}\,|^2 + |\,\dot{\eta}\,|^2 = 1$.

Если напряжение симметрично $\boldsymbol{U} = U_1\boldsymbol{e_1}$, то $\dot{\mu} = 0$, $\dot{\eta} = j$ и введенные нормированные вектора (17) с точностью до фазового множителя совпадают с ортами прямой и обратной последовательностей (13)

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{e_1}, \qquad \boldsymbol{m}_{\nabla} = j\boldsymbol{e_2}\,, \qquad \boldsymbol{m}^* = (\boldsymbol{e_1})^* = \boldsymbol{e_2}\,, \qquad \boldsymbol{m}_{\nabla}^* = -j\boldsymbol{e_1}\,. \tag{20}$$

Ток баланса и небаланса

Разложение вектора тока

$$\boldsymbol{I} = \dot{I}_b \boldsymbol{m} + \dot{I}_u \boldsymbol{m}_{\triangledown} = \boldsymbol{I_b} + \boldsymbol{I_u} \tag{21}$$

по введенному базису $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_{\triangledown}\}$ определено ортогональными проекциями вектора тока на орты базиса (координатами $\dot{I}_b$, $\dot{I}_u$)

$$\dot{I}_b = \boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{m}^* = S^* / U \;, \qquad \dot{I}_u = \boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{m}^*_{\triangledown} = (\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{U})^{\top} \boldsymbol{e_0} / U = \dot{D}_0 / U \;. \tag{22.а}$$

Здесь $\dot{D}_0 = (\boldsymbol{I} \times \boldsymbol{U})^{\top} \boldsymbol{e_0} = \boldsymbol{I}^{\top} (\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{e_0}) = \boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{U}_{\triangledown} / \sqrt{3}$ алгебраическая проекция 3d–комплекса мощности небаланса $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{I}$ на орт $\boldsymbol{e_0}$.

$$\dot{D}_0 = \boldsymbol{D}^{\top} \boldsymbol{e_0} == \frac{1}{\sqrt{3}} [\dot{I}_a (\dot{U}_b - \dot{U}_c) + \dot{I}_b (\dot{U}_c - \dot{U}_a) + \dot{I}_c (\dot{U}_a - \dot{U}_b)]$$

Введенные компоненты вектор тока *комплексно* параллельны 3d–комплексам фазных ($\boldsymbol{I_b} \| \boldsymbol{U}$) и КС межфазных ($\boldsymbol{I_u} \| \boldsymbol{U}_{\triangledown}^*$) напряжений:

$$\boldsymbol{I_b} = \dot{I}_b \boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{U}^*}{|\boldsymbol{U}|^2} \boldsymbol{U} = \frac{S^*}{U^2} \boldsymbol{U} \,, \tag{22.б}$$

$$\boldsymbol{I_u} = \dot{I}_u \boldsymbol{m}_{\triangledown} = \frac{\dot{D}_0}{U^2} (\boldsymbol{U}^* \times \boldsymbol{e_0}) = \frac{\sqrt{3} \dot{D}_0}{|\boldsymbol{U}_{\triangledown}|^2} \boldsymbol{U}_{\triangledown}^* \;. \tag{22.в}$$

Разложение (21) характеризуется парой комплексных мощностей ($S^* = \dot{I}_b \cdot U \,, \dot{D}_0 = \dot{I}_u \cdot U$) и дает квадратичное разложение кажущейся мощности (*уравнение потерь*)

$$|\boldsymbol{I}|^2 = |\boldsymbol{I_b}|^2 + |\boldsymbol{I_u}|^2, \qquad |\dot{I}|^2 = |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_u|^2 \tag{23.а}$$

$$\Rightarrow \quad S_B^2 = |S^*|^2 + |\dot{D}_0|^2 \tag{23.б}$$

Пульсирующая и непульсирующая компоненты тока

Другое разложение полного тока дает комплексно сопряженный базис $\mathcal{B}^* = \{\boldsymbol{m}^*_{\triangledown}, \boldsymbol{m}^*\}$

$$\boldsymbol{I} = \dot{I}_p \boldsymbol{m}^* + \dot{I}_n \boldsymbol{m}^*_{\triangledown} = \boldsymbol{I_p} + \boldsymbol{I_n} \tag{24}$$

В базисе $\mathcal{B}^*$ ортогональные проекции вектора тока на орты базиса (координаты $\dot{I}_p$, $\dot{I}_n$) определяют: комплекс $\dot{N}$ пульсирующей мощности и комплекс $\dot{K}$ непульсирующей мощности

$$\dot{I}_p = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{m}^*) = \boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{m} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{N} = \dot{I}_p \cdot U \,, \tag{25.а}$$

$$\dot{I}_n = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{m}^*_{\triangledown}) = \boldsymbol{I}^{\top} \boldsymbol{m}_{\triangledown} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{K} = \dot{I}_n \cdot U \;. \tag{25.б}$$

Взаимно ортогональные 3d-комплексы разложения (24) ($\boldsymbol{I_p} \perp \boldsymbol{I_n}$) определяют мгновенные компоненты полного тока

$$\boldsymbol{I_p} = \dot{I}_p \boldsymbol{m}^* \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i_p} = \boldsymbol{i_p}(t) = \sqrt{2} \Re e [\boldsymbol{I_p} e^{j\omega t}] \,, \tag{26.а}$$

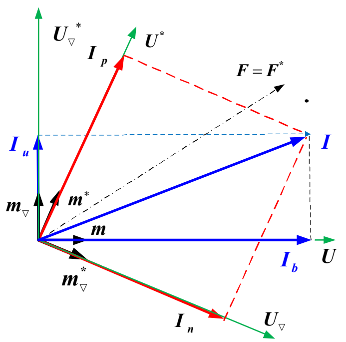
$$\boldsymbol{I_n} = \dot{I}_n \boldsymbol{m}^*_{\triangledown} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{i_n} = \boldsymbol{i_n}(t) = \sqrt{2} \Re e [\boldsymbol{I_n} e^{j\omega t}] \,, \tag{26.б}$$

Так как компоненты разложения (24), ортогональны ($\boldsymbol{I_p} \perp \boldsymbol{I_n}$), то для них справедлива теорема Пифагора. Это дает квадратичное разложение кажущейся мощности (*уравнение пульсаций*), которое не совпадает с (23.б)

$$|\boldsymbol{I}|^2 = |\boldsymbol{I_p}|^2 + |\boldsymbol{I_n}|^2, \qquad |\dot{I}|^2 = |\dot{I}_p|^2 + |\dot{I}_n|^2 \tag{27.а}$$

$$S_B^2 = |\dot{N}|^2 + |\dot{K}|^2 \tag{27.а}$$

Таким образом, уравновешенный и сбалансированный режим – различные энергетические понятия , так как являются компонентами двух несовпадающих (при несимметричном напряжении) разложений (см. Рис.2.)



($\{\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}_\nabla\}$ - базис потерь; $\{\boldsymbol{m}_\nabla^*, \boldsymbol{m}^*\}$ - базис пульсаций)

Рис.2. Разложение 3d-комплекса полного тока в базисах

Однако введенные токи (мощности) разложения (24) связаны с токами (мощностями) баланса и небаланса (21). Установим эту связь.

Связь токов и мощностей введенных разложений

Матрицы (18) связывают базисы (17), транспонированные к ним матрицы определяют координаты 3d–комплексов в одном базисе через координаты в другом базисе. Так, для координат тока справедливо

$$\begin{bmatrix} \dot I_b \\ \dot I_u \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta^* & \mu^* \\ \dot\mu & \eta^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^*} \begin{bmatrix} \dot I_n \\ \dot I_p \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \dot I_n \\ \dot I_p \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot\eta & \mu^* \\ \dot\mu & \dot\eta \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^\top} \begin{bmatrix} \dot I_b \\ \dot I_u \end{bmatrix} \tag{28}$$

Умножая тождества (28) на *д.з.* 3-фазного напряжения U получим связь между мощностями двух уравнений мощности (23.б) и (27.б)

$$\begin{bmatrix} S^* \\ \dot D_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta^* & \mu^* \\ \dot\mu & \eta^* \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^*} \begin{bmatrix} \dot K \\ \dot N \end{bmatrix}, \qquad \begin{bmatrix} \dot K \\ \dot N \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \dot\eta & \mu^* \\ \dot\mu & \dot\eta \end{bmatrix}}_{\mathcal{A}^\top} \begin{bmatrix} S^* \\ \dot D_0 \end{bmatrix} \tag{29}$$

В явном виде имеем представление для токов и мощностей

$$\begin{cases} \dot I_b = \eta^* \dot I_n + \mu^* \dot I_p \\ \dot I_u = \eta^* \dot I_p + \dot\mu \dot I_n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^* = \eta^* \dot K + \mu^* \dot N \\ \dot D_0 = \eta^* \dot N + \dot\mu \dot K \end{cases}; \tag{30.а}$$

$$\begin{cases} \dot I_n = \dot\eta \dot I_b + \mu^* \dot I_u \\ \dot I_p = \dot\mu \dot I_b + \dot\eta \dot I_u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot K = \dot\eta S^* + \mu^* \dot D_0 \\ \dot N = \dot\mu S^* + \dot\eta \dot D_0 \end{cases}. \tag{30.б}$$

Коэффициент $\dot\mu = (\boldsymbol{m}, \boldsymbol{m}^*) = \boldsymbol{m}^\top \boldsymbol{m} = (\boldsymbol{U}^\top \boldsymbol{U}) \;/ U^2$, характеризует *качество напряжения* [4] .

В частности, если *напряжение симметрично*, то $\dot\mu = 0$, $\dot\eta = j$ и:

- ток прямой последовательности равен току баланса и (с точностью до фазового множителя) совпадает с *непульсирующим* током $\dot I_1 = \dot I_b = e^{-j\pi/2} \dot I_n$ (СКМ не вызывает пульсаций);
- ток обратной последовательности равен току *пульсаций* и (с точностью до фазового множителя) совпадает с током небаланса $\dot I_2 = \dot I_p = e^{j\pi/2} \dot I_u$ (только несбалансированный ток вызывает пульсации);
- $\dot N = j\dot D_0$ и уравнения мощности (23) и (27) совпадают .

Ток Fryze и уравнение мощности потерь

Ток баланса содержит две составляющие [6]: активный ток (ток Fryze) и реактивный ток

$$\boldsymbol{I}_b = \frac{S^*}{U^2}\boldsymbol{U} = \frac{P - jQ}{U^2}\boldsymbol{U} = \underbrace{\frac{P}{U^2}\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{I}_A} + \underbrace{\frac{Qe^{-j\pi/2}}{U^2}\boldsymbol{U}}_{\boldsymbol{I}_r} = \boldsymbol{I}_A + \boldsymbol{I}_r\,. \tag{31}$$

вектор тока можно представить суммой двух составляющих: активного тока *Fryze* и *неактивного* тока *Fryze*

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_b + \boldsymbol{I}_u = \underbrace{\boldsymbol{I}_A + \boldsymbol{I}_r}_{I_b} + \boldsymbol{I}_u = \boldsymbol{I}_A + \underbrace{\boldsymbol{I}_r + \boldsymbol{I}_u}_{\substack{\textit{неактивный} \\ \textit{ток Fryze}}} = \boldsymbol{I}_A + \boldsymbol{I}_F\,. \tag{32}$$

Среди всех токов, которые при заданном напряжении в нагрузку поставляют энергию с такой же активной мощностью, что и полный ток, активный ток *Fryze* имеет *минимальное д.з.*

Неактивный ток *Fryze* полностью определяет дополнительные потери (от реактивного и несбалансированного тока). Уравнение мощности определяет коэффициент мощности через активный и *неактивный* ток *Fryze*

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_A + \underbrace{\boldsymbol{I}_r + \boldsymbol{I}_u}_{\boldsymbol{I}_F} \quad\Rightarrow\quad |\,\boldsymbol{I}\,|^2 = |\,\boldsymbol{I}_A\,|^2 + \underbrace{|\,\boldsymbol{I}_r\,|^2 + |\,\boldsymbol{I}_u\,|^2}_{\substack{\textit{дополнительные} \\ \textit{потери}}} \quad\Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{P}{S_B} = \frac{|\boldsymbol{I}_A|}{|\boldsymbol{I_A}+\boldsymbol{I_F}|} = \frac{I_A}{\sqrt{I_A^2+I_F^2}} \quad . \tag{33}$$

При *несимметричном* напряжении ($\dot\mu \neq 0$) активный, реактивный ток и ток небаланса вызывают пульсации

$$\dot N = (\boldsymbol{I_A}+\boldsymbol{I_r}+\boldsymbol{I_u})^{\top}\boldsymbol{U} = \dot N_A + \dot N_r + \dot N_u = \underbrace{\dot\mu P}_{\dot N_A} + \underbrace{\dot\mu Q e^{-j\pi/2}}_{\dot N_r} + \underbrace{\dot\eta \dot D_0}_{\dot N_u} \quad . \tag{34}$$

с комплексными амплитудами: $\dot N_A, \dot N_r, \dot N_u$.

При *симметричном* напряжении $\dot I_p = e^{j\pi/2}\dot I_u$ и устранение дополнительных потерь (компенсация *неактивного* тока *Fryze*) приводит и к устранению пульсаций ММ ($\lambda = 1 \;\Rightarrow\; \dot N = 0$). Обратное утверждение не верно, так как реактивный ток (компонента прямой последовательности при симметричном напряжении) не вызывает пульсаций

Из (21.б) и (20.а) следует, что при синусоидальных процессах мгновенную мощность можно представить как

$$p(t) = \boldsymbol{u}(t)^{\top}\boldsymbol{i}(t) = U[I_A + \Re e(\dot I_p e^{j2\omega t})]$$

При *несимметричном* напряжении ($\mu \neq 0$):

- оптимальное устранение дополнительных потерь ($\lambda = 1$) приводит к тому, что полный ток становится равным активному току $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_A$, однако при этом пульсации полностью не устранены и обусловлены асимметрией напряжения ($\dot N = \dot N_A = \dot\mu P \neq 0$) [5].
- устранение пульсаций мощности $\dot N = 0$ ($\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I_n}$) не устраняет полностью ток небаланса, так как оставшийся непульсирующий ток ($\dot I_n \neq 0$) имеет в своем составе сбалансированный ток ($\dot I_b = \eta^* \dot I_n$) и несбалансированный ток ($\dot I_u = \dot\mu \dot I_n$). Тем самым, после устранение пульсаций коэффициент мощности меньше единицы, $\lambda \le \eta < 1$.
-

Заключение

1. При несимметричном напряжении мощность небаланса и мощность пульсаций различные энергетические понятия. Мощность небаланса обусловлена током небаланса (который равен нулю и при симметричной нагрузке), а мощность пульсаций обусловлена током пульсаций (который отличен от нуля и при симметричной нагрузке). Ток

небаланса ортогонален току баланса и вектору напряжений. (Величина тока баланса характеризуется комплексной мощностью.) Вектор тока пульсаций коллинеарен комплексно сопряженному вектору напряжений.

2. При несимметричном напряжении вектор напряжений и КС вектор напряжений не ортогональны, поэтому ток пульсаций и ток баланса не ортогональны, а ток пульсаций не совпадает с током небаланса. Мощность небаланса и мощность пульсаций входят в различные уравнения мощностей, которые с разных сторон описывают энергетические процессы в трехфазной цепи.

3. При не*симметричном* напряжении рассмотренные два дуальных метода разложения полного тока дополняют друг друга и приводят к различным методам компенсации ненужных компонент тока. Каждый из этих методов оптимален только по одному критерию. Это приводит к необходимости постановки и решения двухкритериальной задачи компенсации, в рамках повышения качества поставляемой и потребляемой энергии.

Список литературы: **1.** *Зевеке Г.В.* Основы теории цепей / *Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин*. – М. - Л. : «Госэнергоиздат», 1955.–216 с. **2.** *Кузнецов В.Г.* Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях / *А.Н.Милях, А.К.Шидловский, В.Г. Кузнецов*. – К.: Наукова думка, 1973. –218с. **3.** *Кузнецов В. Г.* Повышение качества энергии в электрических сетях /*А. К Шидловский., В. Г. Кузнецов.* – К.: Наукова думка, 1985. – 266 с. **4.** *Сиротин Ю. А.* Пульсации и осцилляции мощности при сбалансированной нагрузке / *Ю. А Сиротин* // Вісник НТУ «ХПІ». – 2011. – №.3.–121-136, [Электрон*ный* ресурс]. – Режим доступа: http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/Vcpi/Ente/2011_3/index.html. **5.** *Sirotin. Iu. A.* Fryze's compensator and Fortescue transformation*/ Iu. A. Sirotin //* Przeglad Elektrotechniczny (Electrical Review). –2011.–vol. 1.–101-106. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://pe.org.pl/abstract_pl.php?nid=4568. **6.** *Сиротин Ю. А.* Мощность разбаланса и пульсации мгновенной мощности при симметричном напряжении / *Ю. А. Сиротин* // Электрика. – 2009. – № 11.– С. 15-21, [Электрон*ный* ресурс]. – Режим доступа: http://www.nait.ru/journals. ***7.*** *Сиротин Ю. А.* Δ –симметризатор - компенсатор Фризе / *Ю. А. Сиротин* // Вісник НТУ «ХПІ», Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Энергетика: надежность и энергоэффективность. - Харьков: НТУ «ХПИ». – 2010. – №. 45. – С. 145-157**,** [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.nbuv.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2010_1/index.html.***8.*** *Сиротин Ю. А.* Сбалансированная и разбалансированная составляющие тока в трехфазной несимметричной системе /*Ю. А. Сиротин* // Вісник ПДТУ.– 2008. – Вип. №18. – С. 81-87, [Электронный ресурс].– Режим доступа: www.nbuv.gov.ua/portal/Natural/VPDTU/2008_18_2/C2/ ***9.*** *Сиротин Ю. А.* Анализ энергетических процессов в трехпроводной схеме / *Ю. А. Сиротин* // Вісник НТУ «ХПІ», Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Энергетика: надежность и энергоэффективность. - Харьков: НТУ «ХПИ». – 2011. – №.41. – С. 118-133. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.nbuv.gov.ua/portal/natural/vcpi/Ente/2011_41/index.html.

Поступила в редколлегию 15.04.2012