

електропередач і можуть бути обчислені згідно з їх геометричних характеристик, що наводяться в довідниках [8, 9].

Сумарна активна провідність дроту фази, що враховує провідність між фазами, фазою і землею та фазою і тросом обчислюється за формулою [9]

$$G = \frac{\Delta P}{U_{\text{ном}}} I [C_{\text{М}}].$$

Зазвичай, сумарне значення втрат на корону визначають експериментально, тому точне визначення значення кожного виду активної провідності не можливе. При врахуванні втрат на корону під час моделювання можна сумарну активну провідність рівномірно розділити між всіма видами провідності.

Висновки. Таким чином, за допомогою наведеної математичної моделі можна створити комп'ютерну модель ЛЕП для дослідження як перехідних, так і усталених режимів з отриманням миттєвих значень реальних фізичних величин при різних режимах роботи електричної системи.

Список літератури. 1. *Закарюкин В.П.* Сложносимметричные режимы электрических систем / В.П.Закарюкин, А.В.Крюков ; под. ред. А.В.Крюкова. – Иркутск : Изд-во ИргУПС. – 2005. – 273с. 2. *Веприк Ю.Н.* Математическое моделирование воздушных линий с тросами в несимметричных режимах / Ю.Н. Веприк // Восточно-Европейский журнал передовых технологий, 2012. – 5/8(59). – С.30-34. 3. Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник / О.В. Кириленко, М.С.Сегеда, О.Ф. Буткевич, Т.А. Мазур. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 608с. 4. *Бернас С.* Математические модели элементов электроэнергетических систем / С.Бернас, З.Цек ; пер. с польск. – М.: Энергоиздат, 1982. – 312с. 5. Справочник по электрическим сетям 35-1150 кВ. – М.: ОАО «Энергосетьпроект», 2004. – 109с. 6. *Ульянов С.А.* Электромагнитные переходные процессы / С.А. Ульянов. – М.: Энергия, 1970. – 520с. 7. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники / Л.А. Бессонов. – М.: Высш. шк., 1964 – 750с. 8. Справочник по проектированию линий электропередачи / М.Б. Вязьменский, В.Х. Ишкин, К.П. Крюков и др. ; под ред. М.А. Реута, С.С. Рокотяна. – М.: Энергия, 1980. – 296с. 9. *Гологорский Е.Г.* Справочник по строительству и реконструкции линий электропередачи напряжением 0,4-750кВ / Е.Г.Гологорский, Кравцов А.Н., Узелков Б.М.; под ред. Е.Г.Гологорского. – М.: Энас, 2007. – 560с.

Надійшла до редколегії 5.11.2013

УДК 621.314

Математична модель лінії електропередач в фазних координатах для дослідження електромагнітних перехідних процесів / Рудевич Н.В. // Вестник НТУ «ХПИ». Серія: Енергетика: надійність і енергоефективність. – Харков: НТУ «ХПИ». – № 59 (1032). – С. 117 – 123

В статье рассмотрено математическую модель линии электропередач в фазных координатах для исследования электромагнитных переходных процессов. Ил.: 2. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: математическая модель, линия электропередач.

In the article the mathematical model of the power lines in the phase coordinates for the study of electromagnetic transients

Keywords: mathematical model, power line.

УДК 621.311

Г.А. СЕНДЕРОВИЧ, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»

ИЗМЕРЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕКУЩЕМ РЕЖИМЕ ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

В статье обоснованы подходы цифро-аналогового преобразования дискретных выборок трехфазного периодического сигнала в частотные составляющие, представляемые комплексными числами. Особенностью преобразования является получение токов и напряжений трехфазной электрической сети, а также их гармонических составляющих, в виде векторов на единой комплексной плоскости.

Ключевые слова: контрольно-измерительные комплексы, трехфазная электрическая сеть, высшие гармоники, единая комплексная плоскость

Введение. При оценке качества электрической энергии (КЭ) с определением долевого участия поставщиков и потребителей в ответственности и за нарушения требований ГОСТ [1] спектральный анализ несинусоидальных кривых напряжений, широко используемый для оценки КЭ, оказывается недостаточным. Возникает потребность в получении токов и напряжений трехфазной электрической сети, а также их гармонических составляющих, в виде векторов на единой комплексной плоскости. Решать эту задачу для текущих режимов электрической сети позволяют современные контрольно-измерительные комплексы.

Целью статьи является обоснование цифро-аналогового преобразования выборок трехфазного периодического сигнала в гармонические составляющие токов и напряжений, связанные единой комплексной плоскостью. Цифровой регистратор фиксирует дискретные значения трех напряжений и фазных токов. Преобразование дискретных выборок продолжительного периодического сигнала для заданной временной области в частотные составляющие, представляемые комплексными числами, не является задачей новой, решается путем использования дискретных преобразований Фурье. Для сорока рассматриваемых гармоник напряжений, что соответствует требованиям [1], и m выборок прямые дискретные преобразования Фурье можно представить в матричной форме через комплексные числа [2]:

$$\begin{bmatrix} U(A_1) \\ \vdots \\ U(A_n) \\ \vdots \\ U(A_p) \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & W^k & \dots & W^{k(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W^{2k} & \dots & W^{2k(m-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W^{(m-1)k} & \dots & W^{(m-1)k(m-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(t_0) \\ \vdots \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{bmatrix} \quad (1)$$

© Г.А. Сендерович, 2013

где $\underline{U}(f_k)$ – комплексное значение k -ой гармоники напряжения;

\underline{W} – единичный вектор ($\underline{W} = e^{-j\frac{2\pi}{m}}$);

$u(t_i)$ – i -я выборка из m значений напряжения для заданного диапазона усреднения;

В сжатом виде уравнение (1) можно записать как

$$\overline{\underline{U}}(f_k) = \frac{1}{m} \cdot \overline{\underline{W}}^{ki} \cdot \overline{\underline{u}}(t_i), \quad (2)$$

где $\overline{\underline{U}}(f_k)$ – вектор-столбец сорока гармонических составляющих напряжения;

$\overline{\underline{u}}(t_i)$ – вектор-столбец m значений выборок напряжения;

$\overline{\underline{W}}^{ki}$ – матрица размера $m \times 40$ единичных векторов ($\underline{W} = e^{-j\frac{2\pi}{m}ki}$).

Систему комплексных уравнений (1) представим в вещественном виде. Так, для k -го уравнения можно записать, что

$$\underline{U}(f_k) = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\underline{W}^{ki} \cdot u(t_i)] = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [(\cos \psi_{ki} + j \sin \psi_{ki}) \cdot u(t_i)], \quad (3)$$

где $\psi_{ki} = -k \frac{2\pi i}{m}$.

Комплексное уравнение (3) заменим системой двух вещественных уравнений, составленных для его действительной и мнимой составляющих.

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \underline{U}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\cos \psi_{ki} \cdot u(t_i)]; \\ \operatorname{Im} \underline{U}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^{m-1} [\sin \psi_{ki} \cdot u(t_i)]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Аналогично уравнениям (4) систему комплексных уравнений (1) заменим двумя системами вещественных уравнений:

$$\left[\begin{array}{c} \operatorname{Re} \underline{U}(f_1) \\ \vdots \\ \operatorname{Re} \underline{U}(f_k) \\ \vdots \\ \operatorname{Re} \underline{U}(f_{40}) \end{array} \right] = \frac{1}{m} \cdot \left[\begin{array}{cccc} 1 & \cos \frac{2\pi}{m} & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} (m-1) \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{m} k & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} k(m-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos \frac{2\pi}{m} 40 & \dots & \cos \frac{2\pi}{m} 40(m-1) \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{array} \right] \quad (5)$$

$$\left[\begin{array}{c} \operatorname{Im} \underline{U}(f_1) \\ \vdots \\ \operatorname{Im} \underline{U}(f_k) \\ \vdots \\ \operatorname{Im} \underline{U}(f_{40}) \end{array} \right] = -\frac{1}{m} \cdot \left[\begin{array}{cccc} 1 & \sin \frac{2\pi}{m} & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} (m-1) \\ 1 & \sin \frac{2\pi}{m} k & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} k(m-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \sin \frac{2\pi}{m} 40 & \dots & \sin \frac{2\pi}{m} 40(m-1) \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_{m-1}) \end{array} \right] \quad (6)$$

Комплексное матричное уравнение (2) преобразуется в систему вещественных матричных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \overline{\underline{U}}(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}(t_i); \\ \operatorname{Im} \overline{\underline{U}}(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}(t_i). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Система уравнений (7) описывает измерение ортогональных составляющих гармоник напряжений одной фазы. Для получения напряжений по трем фазам в единой комплексной плоскости следует произвести одновременное сканирование фазных напряжений, что приведет к расширению системы уравнений (7):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \underline{U}_A(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_A(t_i); \\ \operatorname{Im} \underline{U}_A(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_A(t_i); \\ \operatorname{Re} \underline{U}_B(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_B(t_i); \\ \operatorname{Im} \underline{U}_B(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_B(t_i); \\ \operatorname{Re} \underline{U}_C(f_k) &= \frac{1}{m} \cdot \overline{\cos \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_C(t_i); \\ \operatorname{Im} \underline{U}_C(f_k) &= -\frac{1}{m} \cdot \overline{\sin \frac{2\pi}{m} ki} \cdot \overline{\underline{u}}_C(t_i). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Определение модулей комплексных величин известно и для k -й гармоники фазных напряжений выглядит как

$$\left. \begin{aligned} U_A(f_k) &= \sqrt{\operatorname{Re}U_A^2(f_k) + \operatorname{Im}U_A^2(f_k)}; \\ U_B(f_k) &= \sqrt{\operatorname{Re}U_B^2(f_k) + \operatorname{Im}U_B^2(f_k)}; \\ U_C(f_k) &= \sqrt{\operatorname{Re}U_C^2(f_k) + \operatorname{Im}U_C^2(f_k)}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Аргументы комплексных значений k -х гармонических составляющих фазных напряжений должны определяться для всей комплексной плоскости с областью изменения $0 \leq \Psi < 2\pi$:

$$\left. \begin{aligned} \psi_A(f_k) &= \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im}U_A(f_k)}{\operatorname{Re}U_A(f_k)}; \\ \psi_B(f_k) &= \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im}U_B(f_k)}{\operatorname{Re}U_B(f_k)}; \\ \psi_C(f_k) &= \operatorname{Arctg} \frac{\operatorname{Im}U_C(f_k)}{\operatorname{Re}U_C(f_k)}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Обратные тригонометрические функции в общем случае являются многозначными и дают однозначный ответ только на главной ветви. Для арктангенсов главная ветвь соответствует области: $-\pi/2 < \operatorname{arctg} \Psi < \pi/2$. Значения аргумента Ψ комплексного значения напряжения \underline{U} можно определить, зная квадрант, в котором расположен вектор и угол ψ , определяемый соотношением проекций вектора на оси комплексной плоскости. При этом достаточно использовать область изменения угла $0 \leq \operatorname{arctg} \psi < \pi/2$:

$$\psi = \operatorname{arctg} \left| \frac{\operatorname{Im}U}{\operatorname{Re}U} \right|. \quad (11)$$

В зависимости от квадранта расчет по формуле (11) дает угол ψ , расположенный по-разному относительно вектора напряжения (рис. 1). Расчет аргумента Ψ в зависимости от квадранта приведен в табл. 1. Там же даны признаки определения квадрантов и аргументов при попадании вектора напряжения на оси комплексной плоскости.

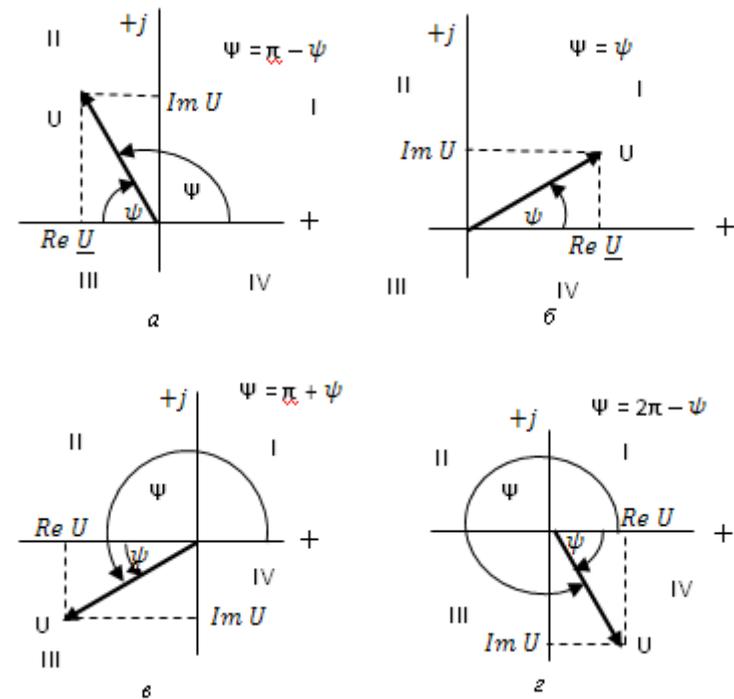


Рис. 1 - Расчет аргумента комплексного значения при расположении вектора напряжения в разных квадрантах: а - в II; б - в I; в - в III; г - в IV.

Таблица – Расчетные выражения для определения аргумента вектора напряжения

Расположение вектора	Re	Im	Ψ	Расчет Ψ
Ось + Re	$\operatorname{Re} \underline{U} > 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} = 0$	$\Psi = 0$	–
I квадрант	$\operatorname{Re} \underline{U} > 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} > 0$	$0 < \Psi < \pi/2$	$\Psi = \psi$
Ось + jIm	$\operatorname{Re} \underline{U} = 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} > 0$	$\Psi = \pi/2$	–
II квадрант	$\operatorname{Re} \underline{U} < 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} > 0$	$\pi/2 < \Psi < \pi$	$\Psi = \pi - \psi$
Ось – Re	$\operatorname{Re} \underline{U} < 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} = 0$	$\Psi = \pi$	–
III квадрант	$\operatorname{Re} \underline{U} < 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} < 0$	$\pi < \Psi < 3\pi/4$	$\Psi = \pi + \psi$
Ось – jIm	$\operatorname{Re} \underline{U} = 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} < 0$	$\Psi = 3\pi/4$	–
IV квадрант	$\operatorname{Re} \underline{U} > 0$	$\operatorname{Im} \underline{U} < 0$	$3\pi/4 < \Psi < 2\pi$	$\Psi = 2\pi - \psi$

При определении гармонических составляющих фазных напряжений выполняется расчет проекций векторов фазных напряжений на ортогональные оси комплексной плоскости для сорока

гармоник ($k = 1 \rightarrow 40$) в соответствии с (8). Расчет проекций всех фазных напряжений производится в единой (общей) комплексной плоскости для каждой k -й гармоники по дискретным выборкам в диапазоне усреднения Δt ($\Delta t = 3$ с в соответствии с [1]). Количество выборок m за период основной частоты T зависит от схемотехники и класса точности прибора (в АНТЭС АК-3Ф $m = 100$). Расчет модулей (9), аргументов (10) комплексных значений выполняется для каждой из трех фаз в соответствии с табл. 1. Аргументы всех комплексных величин приведены к вектору напряжения первой гармоники фазы А, который принят за начальный вектор ($\arg \underline{U}_A(f_1) = 0$). Так, для k -й гармоники

$$\left. \begin{aligned} \arg \underline{U}_A(f_k) &= \Psi_A(f_k) - \Psi_A(f_1); \\ \arg \underline{U}_B(f_k) &= \Psi_B(f_k) - \Psi_A(f_1); \\ \arg \underline{U}_C(f_k) &= \Psi_C(f_k) - \Psi_A(f_1). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Расчет симметричных составляющих фазных токов выполняется с применением формул аналогичных (1)-(12). Аргументы комплексных значений гармонических составляющих токов также должны быть приведены к вектору напряжения первой гармоники фазы А. Соответственно, в формулах (12), представленных для токов, используется тоже вычитаемое $\Psi_A(f_1)$.

Выводы. Рассмотренные цифро-аналоговые преобразования позволяют получить в заданном интервале времени математическое описание векторных значений гармонических составляющих токов и напряжений трехфазной электрической сети, связанных общей комплексной плоскостью.

Список литературы: 1. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 13109-97. – [Введ. в Украине 01.01.2000]. – Минск: ИПК. Изд-во стандартов, 1998. – 30 с. – (Межгосударственный стандарт стран СНГ). 2. Арриллага Дж. Гармоники в электрических сетях: Пер. с англ / Дж. Арриллага, Д. Брэдли, П. Боджер. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

Надійшла до редколегії 27.09.2013

УДК 621.311

Измерение гармонических составляющих токов и напряжений в текущем режиме трехфазной электрической сети / Сендерович Г.А. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетика: надійність та енергоефективність. – Харків. НТУ «ХПІ». – 2013. № 59 (1032). С. 124 - 130

У статті обґрунтовані підходи цифро-аналогового перетворення дискретних вибірок трифазного періодичного сигналу в частотні складові, що представляються

комплексними числами. Особливістю перетворення є одержання струмів і напруг трифазної електричної мережі, а також їх гармонійних складових, у виді векторів на єдиній комплексній площині.

Ключові слова: контрольні-вимірювальні комплекси, трифазна електрична мережа, вищі гармоніки, єдина комплексна площина

Approaches of digital-to-analog transformation of discrete selections of a three-phase periodic signal in the frequency components represented by complex numbers are proved in the article. Obtaining current and voltage three-phase network, as well as their harmonic components as vectors in the complex plane is a unified feature of the conversion.

Keywords: control and measuring complexes, three-phase electric network, the highest harmonics, uniform complex plane