

УДК 621.165

В.И. ГНЕСИН, д-р техн. наук, Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ, канд. техн. наук,  
А.Н. СЛИПЧЕНКО, аспирант

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины  
г. Харьков, e-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua*

## **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ САМОВОЗБУЖДАЮЩИХСЯ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ ТУРБОМАШИНЫ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА**

Представлено чисельний метод розв'язання зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопатевого вінця турбомашини у тривимірному потоці в'язкого газу.

Нестационарні осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса інтегруються з використанням різницевої схеми Годунова, рухомої гібридної Н-О сітки та алгебраїчної моделі турбулентності Болдвіна-Ломакса. Достовірність чисельних результатів підтверджена порівнянням з експериментальними даними для 4-ої та 11-ої міжнародних стандартних конфігурацій. Представлено аналіз самозбудних коливань лопатевого вінця осевого компресора.

The numerical method calculation of coupled problem of unsteady aerodynamics and turbine blade row elastic oscillations in 3D viscous gas flow is presented.

The unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes equations are integrated with use of Godunov's difference scheme, moving hybrid H-O grid and Baldwin-Lomax algebraic model. Faithfulness of the numerical results is confirmed by comparison with experimental data for the 4<sup>th</sup> and 11<sup>th</sup> International Standard Configurations. There were presented the numerical analysis of self-exciting oscillations for axial compressor blade row.

При проектировании или модернизации современных турбомашин повышенной удельной мощности и соответственно высокими аэродинамическими нагрузками чрезвычайно актуальной является проблема аэроупругого поведения лопаток и прогнозирования аэроупругой неустойчивости (флаттер, резонансные колебания). Особую важность эта проблема приобретает при разработке высоконагруженных компрессорных и вентиляторных венцов, а также последних ступеней паровых и газовых турбин, работающих в нерасчетных условиях.

Прогнозирование нестационарных аэродинамических нагрузок и аэроупругого поведения лопаток может включать расчет ударных волн, взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем, отрыв пограничного слоя, которые не могут быть рассчитаны в рамках модели идеального газа. Для преодоления этого ограничения полная система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса может быть использована для моделирования переходных аэроупругих процессов, особенно на нерасчетных режимах.

В последнее время новые подходы для прогнозирования трехмерного вязкого флаттера, основанные на заданном априори гармоническом законе колебаний лопаток обсуждались в работах [1-8].

В данной работе авторами предложен численный метод решения связанной задачи нестационарной аеродинаміки (осереднені по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) и упругих колебаний лопаток под действием аэродинамических нагрузок (с использованием модального подхода). Интегрирование исходных уравнений осуществлялось с использованием явной разностной схемы Годунова со 2-м порядком аппроксимации по времени и пространственным координатам и движущейся гибридной Н-О структурной сетки.

С использованием предложенного метода представлен численный анализ самовозбуждающихся колебаний лопаток рабочего колеса осевого компрессора.

Трехмерное нестационарное трансзвуковое течение вязкого газа через лопаточный венец описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в дивергентной форме во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  декартовой системе координат [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + H = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $U$  – символический вектор консервативных переменных,  $E, F, G$  и  $R, S, Q$  – символические векторы невязких и вязких потоков соответственно,  $H$  – источниковый член в неинерциальной системе координат.

Для расчета «вязких» потоков в уравнениях (1) применяется алгебраическая модель турбулентности, основанная на оригинальной двухслойной модели, развитой Себеси и Смитом [9] и модифицированная Болдвинном и Ломаксом [10].

В силу неперIODичности потока в окружном направлении на шаге венца из-за колебаний лопаток уравнения (1) интегрируются в расчетной области, включающей полную дугу окружности, т.е. количество межлопаточных каналов равно количеству лопаток. Разностная сетка разбивается на сегменты, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу ротора. Каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной Н-О сетки (рис. 1), при этом внешняя Н-сетка остается неподвижной, а внутренняя О-сетка перестраивается на каждой итерации в соответствии с перемещением лопатки.

Дискретная форма уравнений (1) получена с использованием разностной схемы Годунова 2-го порядка точности, обобщенной на случай произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде [8]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-U_n w_n + E - R)\sigma]_{i+1} - \\ & - [(-U_n w_n + E - R)\sigma]_i + [(-U_n w_n + F - S)\sigma]_{j+1} - [(-U_n w_n + F - S)\sigma]_j + \\ & + [(-U_n w_n + G - Q)\sigma]_{k+1} - [(-U_n w_n + G - Q)\sigma]_k + H_n\Omega_n = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь нижние и верхние индексы соответствуют «старым» и «новым» ячейкам;  $\sigma$  и  $w_n$  – площадь и нормальная скорость центра грани. Газодинамические параметры на «средних» гранях находятся из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва.

Динамическая модель колеблющейся лопатки в линейной постановке описывается матричным уравнением

$$[M]\{\ddot{u}(x,t)\} + [C]\{\dot{u}(x,t)\} + [K]\{u(x,t)\} = [F], \quad (3)$$

где  $[M]$ ,  $[C]$  и  $[K]$  – матрицы масс, механического демпфирования и жесткости лопатки соответственно;  $\{u(x,t)\}$  – перемещение лопатки;  $[F]$  – вектор нестационарных аэродинамических нагрузок.

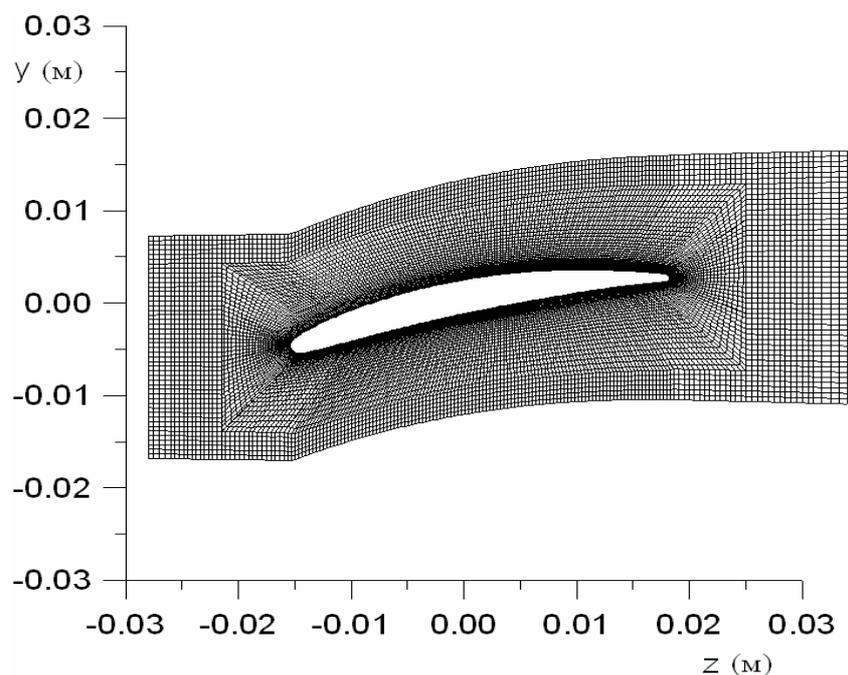


Рис. 1. Разностная сетка

С использованием модального подхода

$$\{u(x, t)\} = [U(x)]\{q(t)\} = \sum_{i=1}^N \{U_i(x)\}q_i(t),$$

где  $U_i(x)$  – вектор перемещения лопатки по  $i$ -й моде,  $q_i(t)$  – модальный коэффициент, и условия ортогональности собственных форм колебаний матричное уравнение (3) приводится к системе независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t). \quad (4)$$

Здесь  $h_i$  – коэффициент механического демпфирования  $i$ -й моды;  $\omega_i$  – собственная частота  $i$ -й формы;  $\lambda_i$  – модальная сила, соответствующая перемещению по  $i$ -й форме, которая рассчитывается на каждой итерации по мгновенному распределению давления на поверхности лопатки

$$\lambda_i = \frac{\iint_{\sigma} p \bar{U}_i \cdot \bar{n}^\circ d\sigma}{\iiint_v \rho \bar{U}_i^2 dv},$$

где  $p$  – давление на поверхности лопатки.

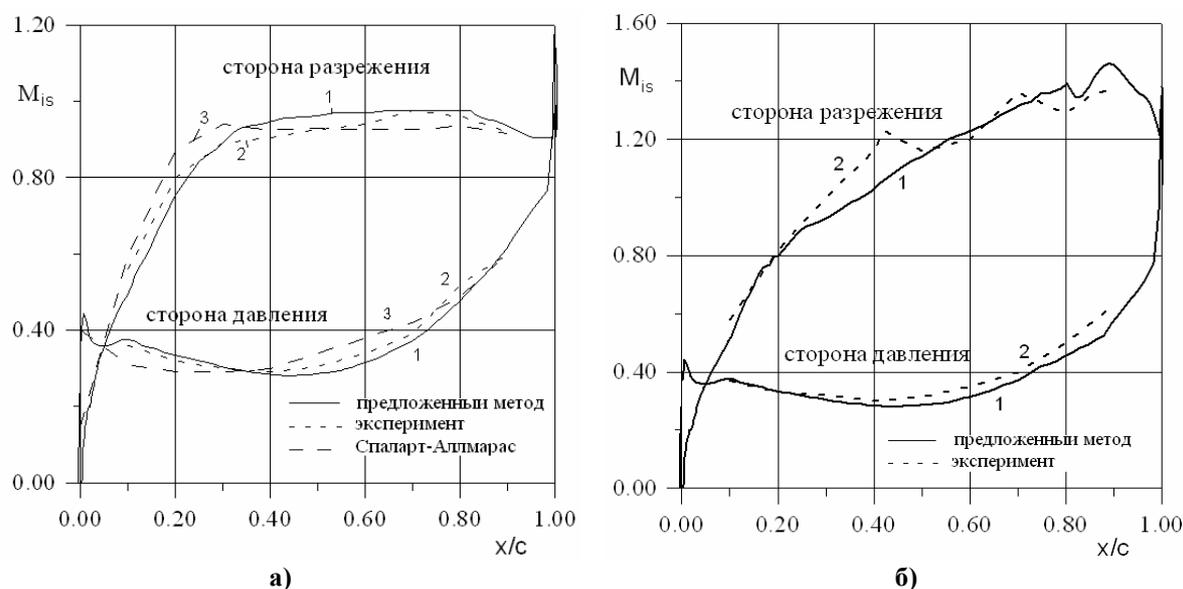
Определив модальные коэффициенты  $q_i$  из системы дифференциальных уравнений (4), получим перемещение и скорость лопатки в виде

$$u(x,t) = \sum_i U_i(x)q_i(t), \quad \dot{u}(x,t) = \sum_i \dot{U}_i(x)q_i(t).$$

Для подтверждения достоверности предложенного метода проведено сопоставление численных результатов с экспериментальными данными для 4-ой и 11-ой стандартных конфигураций [11, 12], которое показало удовлетворительное качественное и количественное согласование осредненных и нестационарных характеристик.

Экспериментальные данные для 4-ой стандартной конфигурации относятся к кольцевой турбинной решетке, лопасти которой совершают гармонические колебания по 1-ой изгибной моде при заданном межлопаточном угле сдвига по фазе колебаний лопаток (МЛФУ). Рассматриваются трансзвуковой и сверхзвуковой режимы обтекания с изоэнтропическим числом Маха  $M_{2из}$  на выходе равным 0,9 и 1,19 соответственно. Вязкие расчеты выполнялись с использованием O-сетки с  $233 \times 42$  ячейками, при этом среднее значение  $y^+$  для первой ячейки вблизи стенки равно 1,0.

На рис. 2а,б приведены распределения числа Маха  $M_{из}$  по обводу профиля в среднем сечении для каждого из стационарных режимов. Цифры «1» соответствуют численным результатам предложенного метода, цифры «2» – экспериментальным данным, цифры «3» – численным результатам, полученным с использованием модели турбулентности Спаларта-Аллмараса и представленным в [12]. Расчеты показывают хорошее согласование прогнозируемых результатов с экспериментальными данными.



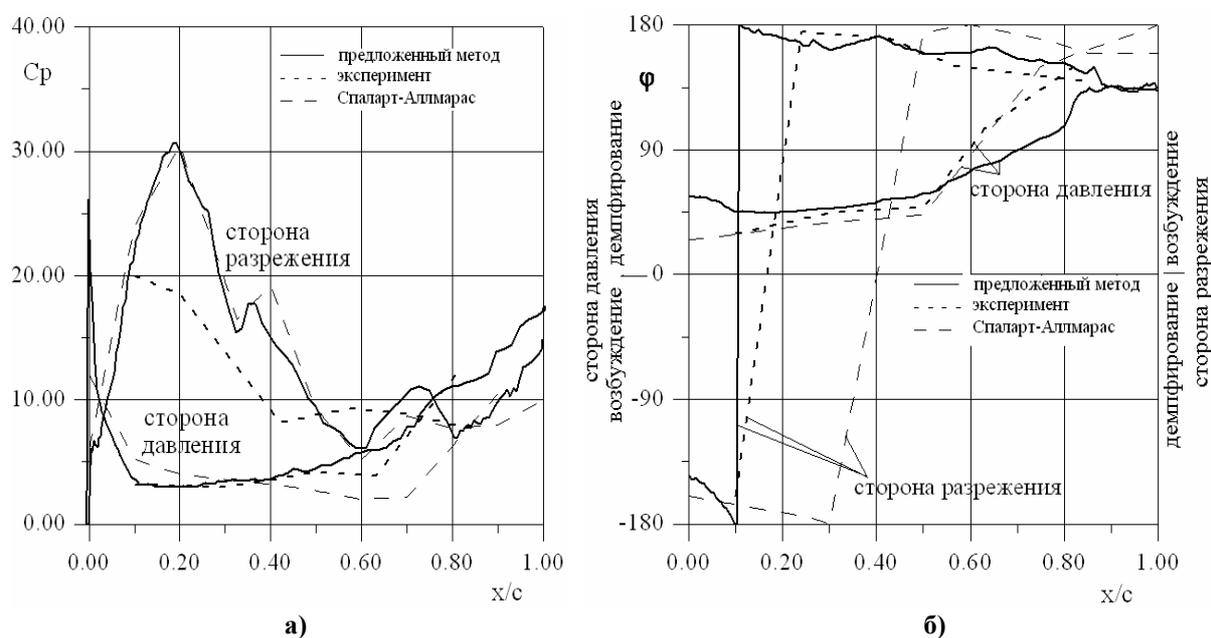
а) дозвуковой режим ( $M_{2из} = 0,9$ ); б) сверхзвуковой режим ( $M_{2из} = 1,19$ )

Рис. 2. Распределение скорости по обводу профиля (4-я стандартная конфигурация)

Стационарное решение используется как начальное условие для нестационарных расчетов.

На рис. 3а,б приведены распределения амплитуды и фазы 1-ой гармоники нестационарного давления вдоль хорды профиля при трансзвуковом режиме обтекания ( $M_{2из} = 0,9$  и МЛФУ =  $180^\circ$ ). Представленные результаты получены с использованием рядов Фурье для обработки нестационарных характеристик потока. Как видно из

графиков, численные результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.



а) амплитуда; б) фаза

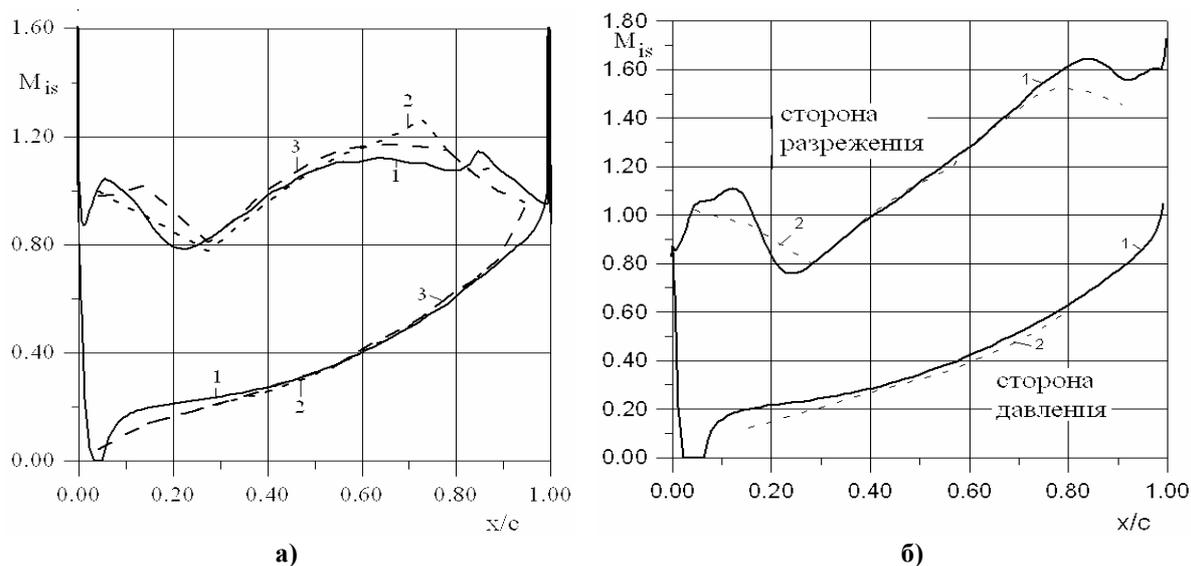
Рис. 3. Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, транзвуковой режим ( $M_{2из} = 0,9$ ;  $МЛФУ=180^\circ$ )

Ниже представлены некоторые результаты численного исследования аэродинамических характеристик 11-ой стандартной конфигурации при заданном гармоническом законе колебаний лопаток при различных межлопаточных углах сдвига по фазе соседних лопаток.

На рис. 4а,б приведено сопоставление в распределении изоэнтропического числа Маха по обводу профиля, полученного предложенным методом (кривые «1»), с экспериментальными данными (кривые «2») и численными результатами, полученными другими авторами [11], для двух тестовых экспериментов: транзвуковой нерасчетный (режим  $M_{2из} = 0,99$ ) с углом атаки на входе в решетку  $\sim 18^\circ$ , отрывным пузырем на стороне разрежения на расстоянии 30 % хорды от входной кромки, и сверхзвуковой нерасчетный режим ( $M_{2из} = 1,42$ ) с углом атаки  $\sim 33^\circ$ . Рисунок 4 показывает удовлетворительное соответствие расчетных результатов с экспериментальными данными и результатами других авторов. Мы наблюдаем скачок уплотнения и отрыв потока на стороне разрежения на расстоянии  $\sim 30\%$  от входной кромки. Затем поток ускоряется, и транзвуковой режим характеризуется скачком уплотнения вблизи выходной кромки. Отрывной пузырь на стороне разрежения при сверхзвуковом режиме обтекания хорошо наблюдается на рис. 5, на котором показано распределение линий тока в окрестности входной кромки. Следует подчеркнуть, что только модель вязкого газа может корректно прогнозировать отрывные течения на нерасчетных режимах.

Нестационарные аэроупругие характеристики 11-ой стандартной конфигурации для нерасчетного транзвукового режима приведены на рис. 6, 7. Как видно из графиков, имеет место качественное и удовлетворительное количественное соответствие численных результатов, полученных предложенным методом, с

экспериментальными и результатами других авторов по амплитуде и фазе нестационарного давления.



а) транзвуковой режим ( $M_{2из} = 0,99$ ); б) сверхзвуковой режим ( $M_{2из} = 1,42$ )  
Рис. 4. Распределение скорости по обводу профиля

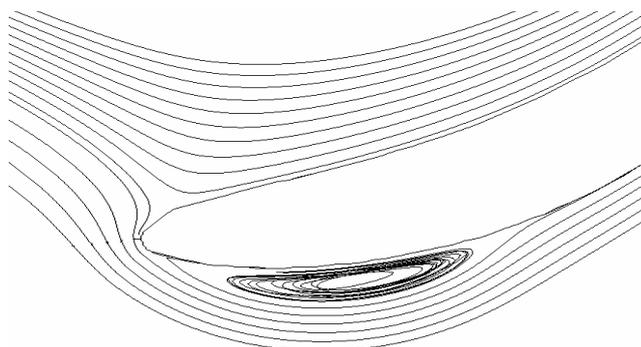


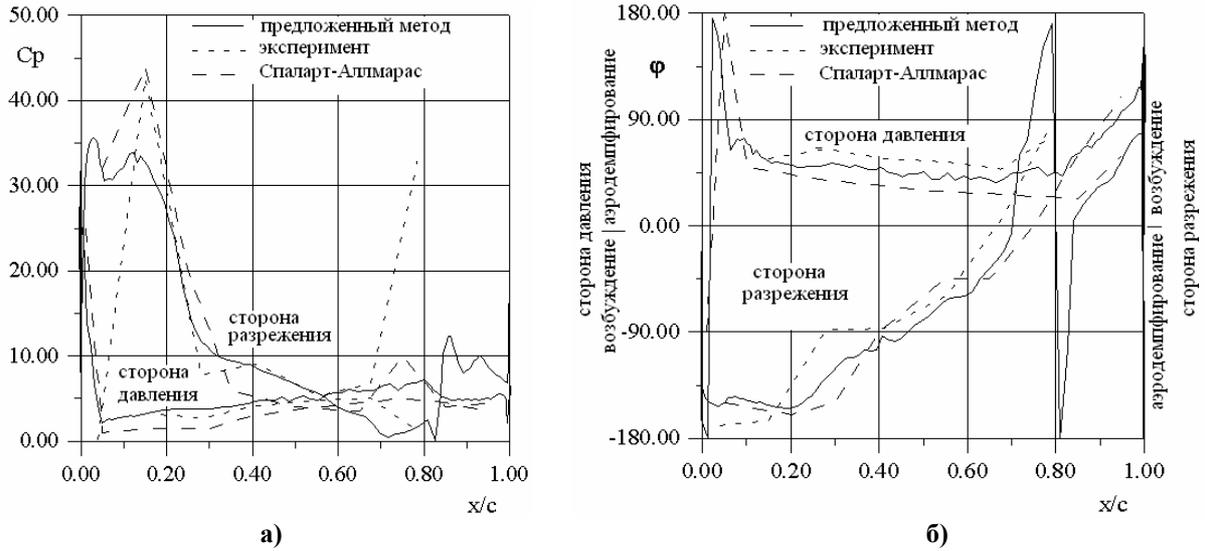
Рис. 5. Линии тока в окрестности входной кромки ( $M_{2из} = 1,42$ )

Предложенный численный метод позволяет прогнозировать нестационарное возмущение давления на скачке уплотнения на стороне разрежения профиля. Следует заметить, что численные результаты, полученные с использованием моделей турбулентности Болдвина-Ломакса и Спаларта-Аллмараса, демонстрируют хорошее соответствие с экспериментальными данными за исключением окрестности выходной кромки на стороне разрежения. Расхождение результатов можно объяснить несовершенством модели турбулентности, а также возможной погрешностью экспериментальных данных.

Аэроупругая устойчивость системы «поток газа – лопаточный венец» без учета механического демпфирования определяется коэффициентом аэродемпфирования

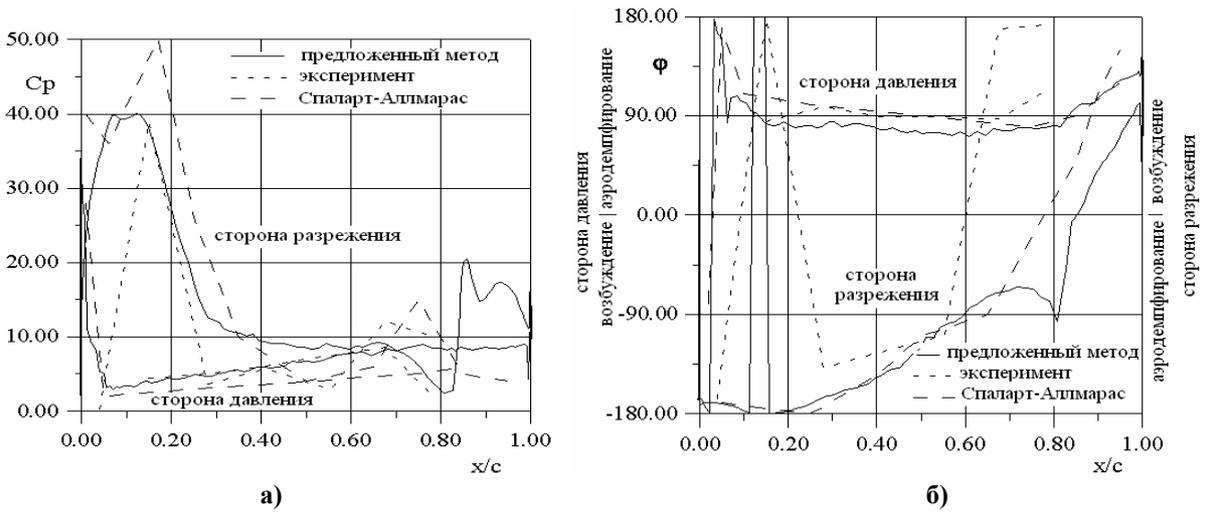
$$D = -\int_0^1 \int_0^L (\vec{F} \cdot \vec{v} + \vec{M} \cdot \vec{\omega}) dt dL, \text{ где } \vec{F} \text{ и } \vec{M} - \text{аэродинамические сила и момент; } \vec{v} \text{ и } \vec{\omega} -$$
  
 векторы линейной и угловой скоростей;  $L$  – длина лопатки.

Положительное значение коэффициента аэродемпфирования соответствует рассеиванию энергии колеблющейся лопатки в потоке газа (аэродемпфирование), отрицательное значение соответствует подводу энергии от основного потока к лопатке (самовозбуждение).



а) амплитуда; б) фаза

Рис. 6. Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, трансзвуковой режим (МЛФУ = 144°)



а) амплитуда; б) фаза

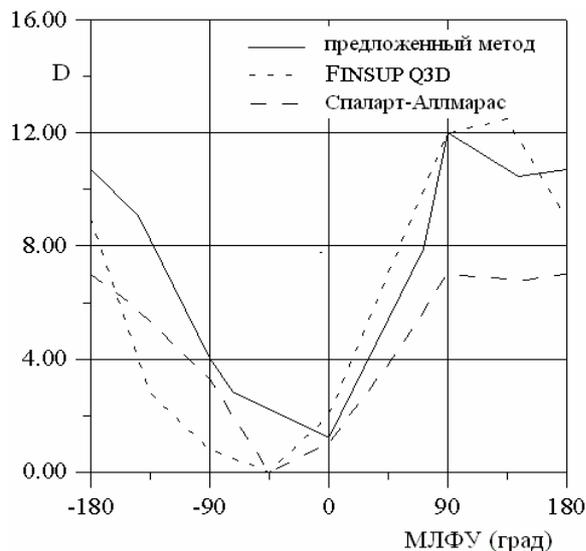
Рис. 7. Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, трансзвуковой режим (МЛФУ = -144°)

Обмен энергией между потоком и колеблющейся лопаткой на трансзвуковом режиме при различных значениях МЛФУ показан на рис. 8. Положительное аэродемпфирование характерно для всех значений углов сдвига по фазе колебаний лопаток. Графики демонстрируют хорошее соответствие коэффициента аэродемпфирования, рассчитанного предложенным методом, с использованием модели турбулентности Спаларта-Аллмараса и с помощью FINSUP Q3D метода [11, 12].

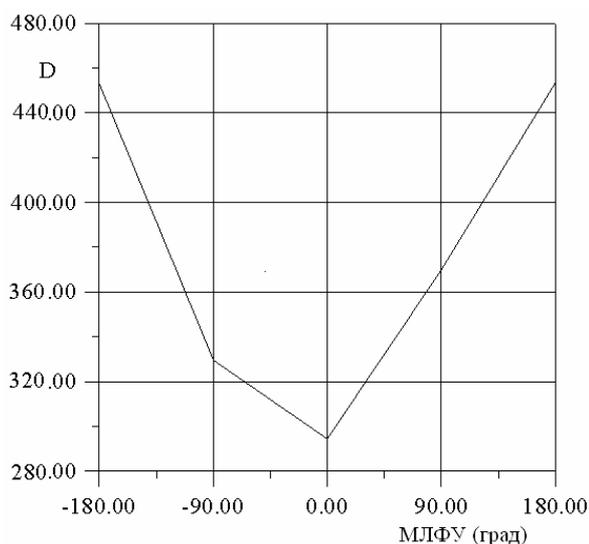
Рассмотрим некоторые результаты численного анализа аэроупругих характеристик лопаточного венца осевого компрессора. На 1-ом этапе выполнены расчеты вязкого газа через колеблющийся по гармоническому закону лопаточный венец с учетом первых 5-ти собственных форм колебаний. Зависимость коэффициента аэродемпфирования от МЛФУ показана на рис. 9. Минимальное аэродемпфирование соответствует диапазону МЛФУ =  $-90 \div 0$  град.

Окончательная оценка устойчивости (неустойчивости) может быть получена только на основании расчета связанных колебаний.

В некоторый момент времени гармонические колебания прекращаются, а движение лопатки осуществляется под действием мгновенных аэродинамических сил, действующих на лопатку, которые в свою очередь, зависят от колебаний лопатки.

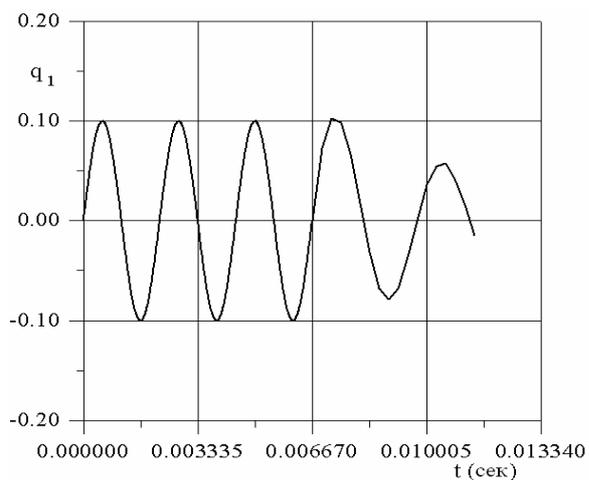


**Рис. 8. Коэффициент аэродемпфирования лопаточного венца 11-й стандартной конфигурации**

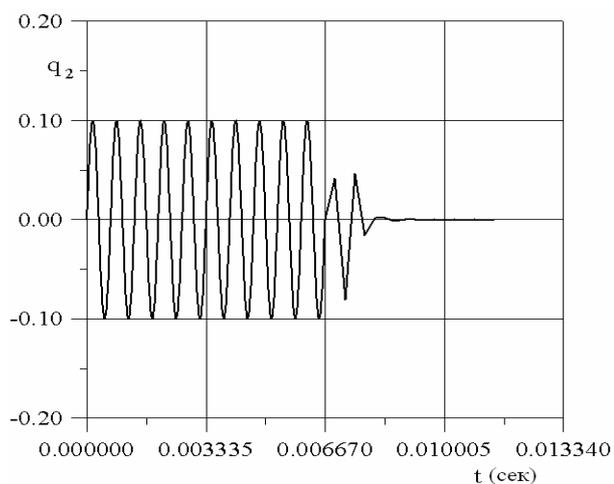


**Рис. 9. Коэффициент аэродемпфирования рабочего колеса осевого компрессора**

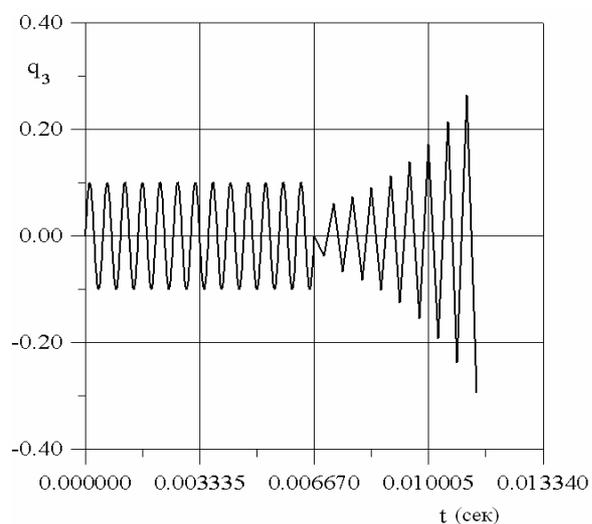
На рис. 10 показано изменение модальных коэффициентов, соответствующих 5-ти собственным формам, при гармонических и связанных колебаниях. Как видно из графиков, колебания по 1-ой, 2-ой, 4-ой и 5-ой собственным формам демпфируются, в то время как колебания по 3-ей собственной форме возбуждаются, что приводит к возникновению флаттера.



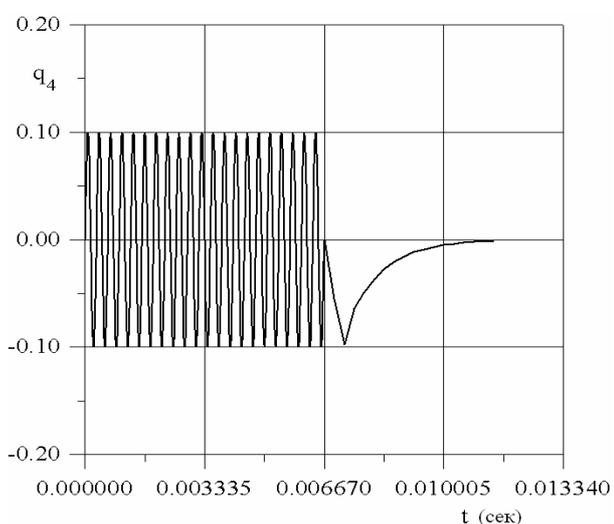
а)



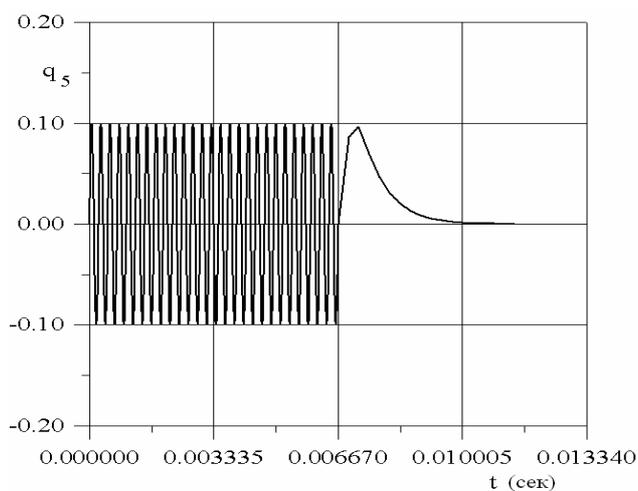
б)



в)



г)



д)

а) 1-я мода; б) 2-я мода; в) 3-я мода; г) 4-я мода; д) 5-я мода  
Рис. 10. Изменение модальных коэффициентов

Литература

1. *Bölcs A., Fransson T. H.* Aeroelasticity in Turbomachines – Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results // Communication du LTAT-EPFL, Lausanne, Switzerland. – 1986. – No 13. – 174 p.
2. *Abhari R. S., Giles M.* A Navier-Stokes Analysis of Airfoils in Oscillating Transonic Cascades for the Prediction of Aerodynamic Damping // Journal ASME of Turbomachinery. – 1997. – vol. 119. – pp. 77-84.
3. *Weber S., Gallus H. E., Peitsch D.* Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations for Unsteady Unstalled and Stalled Flow in Turbomachinery Cascade with Oscillating Blades, in book T.H. Fransson ed.: Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines // Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Symposium held in Stockholm. – Sweden. – 14-18 September 1997. – Kluwer Academic Publishers. – 1998. – pp. 478-491.
4. *Grubber B., Carstens V.* Computation of the Unsteady Transonic Flow in Harmonically Oscillating Turbine cascades Taking into Account Viscous Effects // ASME Journal of Turbomachinery. – 1998. – vol. 120. – pp. 104-120.
5. *Ji S., Liu F.* Flutter Computation of TurboMachinery Cascades Using a Parallel Unsteady Navier-Stokes Code // Journal AIAA. – 1999. – vol. 37. – No 3. – pp. 320-327.
6. *Weber S., Platzer M. F.* A Navier-Stokes Analysis of the Stall Flutter Characteristics of the Buffum Cascade // ASME Journal of Turbomachinery. – 2000. – vol. 122. – pp. 769-776.
7. *Vasanthakumar P., Chen T., He L.* Three-Dimensional Viscous Computation of Blade Flutter and Forced Response Using Nonlinear Harmonic Approach, in book P. Farrand, S. Auber: Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and Aeroelasticity of Turbomachines // Proceedings of the 9th International Symposium held in Lyon, France. – 4-8 September, 2000. – Presses Universitaires de Grenoble. – 2001. – pp. 649-665.
8. *Гнесин В. И., Колодяжная Л. В.* Численное моделирование трехмерного потока вязкого газа через вибрирующий лопаточный венец турбомашин // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Сборник научных работ. Тематический выпуск: «Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – No 5. – с. 21–29.
9. *Cebeci T., Smith A. M.* Analysis of Turbulent Boundary Layers. – N. Y.: Academic Press. – 1974.
10. *Baldwin B., Lomax L.* Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow // AIAA Paper 78-0257. – 1978.
11. *Fransson T. H., Jöcker M., Bölcs A., Ott P.* Viscous and Inviscid Linear/Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration // ASME Journal of Turbomachinery. – 1999. – vol. 121. – pp. 717-725.
12. *Cinnella P., Palma P. De., Pascazio G., Napolitano M. A.* Numerical Method for Turbomachinery Aeroelasticity // Journal of Turbomachinery. – 2004. – vol. 126. – pp. 310-316.

© Гнесин В.И., Колодяжная Л.В., Слипченко А.Н., 2007