

УДК 621.165

В.И. ГНЕСИН, д-р техн. наук, Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ, канд. техн. наук

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины,  
г. Харьков, Украина, e-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua*

## **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ АЭРОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБИННОЙ СТУПЕНИ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА**

Розроблено математичну модель та чисельний метод розрахунку просторових нестационарних в'язких течій в ступенях турбомашин на основі розв'язання зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток. Проведено чисельний аналіз нестационарної взаємодії аеродинамічних сил, діючих на лопатки, та пружних коливань лопаток на номінальному та частковому режимах роботи останньої ступені парової турбіни 200 МВт.

The mathematical model and numerical method for calculation of 3D unsteady viscous flows in a turbomachine stage with taking into account the elastic blade oscillations on the base of solving the coupled problem of unsteady aerodynamics and elastic blades vibrations are developed. There performed the numerical analysis of unsteady interaction of aerodynamical forces acting on blades and elastic blade oscillations for the steam turbine last stage 200 MW on nominal and partial regimes.

Одной из важнейших проблем в области аэромеханики энергомашин является развитие теории и численных методов исследования пространственных течений в турбомашинах с учетом таких эффектов, как нестационарность, вязкость, аэроупругость, с целью повышения экономичности и надежности лопаточных машин.

Нестационарные явления, вызванные движением лопаток под действием возмущающих сил любой природы, характеризуются обменом энергией между потоком газа и колеблющимися лопатками и составляют основу физического механизма самовозбуждающихся колебаний – флаттера (при подводе энергии от потока к лопаткам) или аэродемпфирования (при рассеивании энергии колеблющихся лопаток в потоке газа).

В последнее время развиты новые подходы для исследования аэроупругого поведения лопаточных венцов в трехмерном потоке идеального [1–4] или вязкого газа [5, 6], основанные на последовательном по времени интегрировании уравнений движения жидкости при заданном априори гармоническом законе колебаний лопаток.

Необходимость моделирования переходных аэроупругих процессов, особенно на нерасчетных режимах течения, требует разработки численных методов решения связанных задач нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток в трехмерном потоке вязкого газа.

В данной работе авторами предложен численный метод одновременного интегрирования уравнений течения вязкого газа (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) и уравнений колебаний лопаток под действием мгновенных нестационарных нагрузок (с использованием модального подхода).

Частично-интегральный метод использован для решения связанной аэроупругой задачи расчета трехмерного потока газа через турбинную ступень с колеблющимися лопатками. Он включает раздельное интегрирование уравнений движения газа и лопаток с обменом информацией на каждом временном шаге так, что решение одной из задач (аэродинамической или упругой) является граничным условием для другой задачи.

Параллельно-последовательное интегрирование уравнений движения потока и лопаток позволяет получить корректную оценку обмена энергии в турбинной ступени с учетом аэродемпфирования и механического демпфирования.

Трехмерное нестационарное транзвуковое течение вязкого газа через ступень осевой турбомашины описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в дивергентной форме во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  декартовой системе координат [7]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + H = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $U$  – символический вектор консервативных переменных,  $E, F, G$  и  $R, S, Q$  – символические векторы невязких и вязких потоков соответственно,  $H$  – источниковый член в неинерциальной системе координат.

Применение осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (1) требует дополнительных «замыкающих» соотношений для описания турбулентных (рейнольдсовых) напряжений. В данной работе для расчета «вязких» потоков применена алгебраическая двухслойная модель турбулентности Болдвина-Ломакса [8].

Динамическая модель колеблющейся лопатки с использованием модального подхода описывается системой независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм [9]

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t), \quad (2)$$

где  $h_i$  – коэффициент механического демпфирования  $i$ -й моды;  $\omega_i$  – собственная частота  $i$ -й формы;  $\lambda_i$  – модальная сила, соответствующая перемещению по  $i$ -й форме, которая рассчитывается на каждой итерации по мгновенному распределению давления на поверхности лопатки.

Определив модальные коэффициенты  $q_i$  из системы дифференциальных уравнений (2), получим перемещение и скорость лопатки в виде

$$u(x, t) = \sum_i U_i(x) q_i(t), \quad \dot{u}(x, t) = \sum_i \dot{U}_i(x) q_i(t),$$

где  $U_i(x)$  – вектор перемещения лопатки по этой моде.

В общем случае направляющий аппарат (НА) и рабочее колесо (РК) содержат неравное число лопаток произвольной конфигурации. Учитывая неперIODичность потока в окружном направлении из-за колебаний лопаток, следует в расчетную область включать все лопатки НА и РК.

На рис. 1 показан фрагмент тангенциального корневого сечения турбинной ступени.

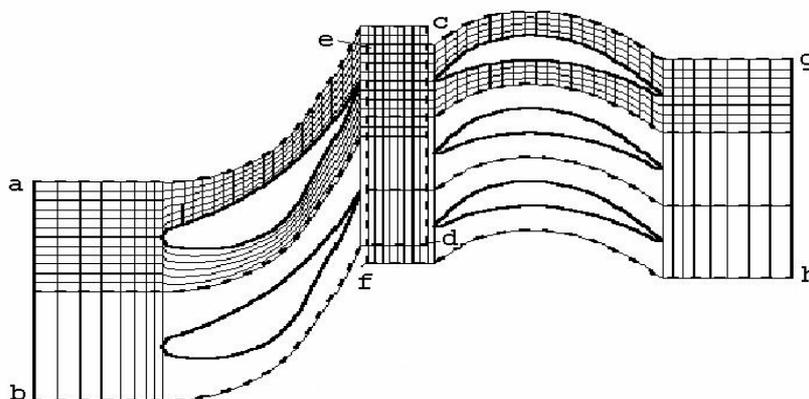


Рис. 1. Тангенциальное сечение турбинной ступени

Расчетная область делится на две подобласти ( $abcd$ ) и ( $efgh$ ), имеющие общую часть в осевом зазоре. В каждой из подобластей геометрические и аэродинамические характеристики описываются в абсолютной или относительной системах координат, жестко связанных с неподвижным направляющим аппаратом или вращающимся рабочим колесом соответственно.

Пусть статор и ротор содержат  $z_1$  и  $z_2$  лопаток соответственно. Очевидно, что в каждый момент времени структура потока в турбинной ступени характеризуется периодичностью с минимальным угловым шагом

$$T_{\min} = \frac{2\pi}{z_1 - z_2} (k_1 - k_2),$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – взаимно простые натуральные числа, пропорциональные  $z_1$  и  $z_2$  соответственно ( $z_1:z_2 = k_1:k_2$ ).

В этом случае расчетная область имеет угловую протяженность в окружном направлении, равную  $T_{\min}$ , и включает  $k_1$  – межлопаточных каналов статора и  $k_2$  – межлопаточных каналов ротора.

Разностная сетка разбивается на  $(k_1 + k_2)$  – сегментов, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу статора или ротора.

В свою очередь, каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной  $H$ – $O$  сетки для каналов статора и ротора (рис. 2). При этом внешняя  $H$ –сетка остается неподвижной в течение всего расчета, а внутренняя  $O$ –сетка перестраивается на каждой итерации по заданному алгоритму так, что ее внешние узлы остаются неподвижными, а внутренние жестко связаны с колеблющейся лопаткой.

Дискретная форма уравнений (1) получена с использованием разностной схемы Годунова 2-го порядка точности, обобщенной на случай произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде [10]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-U_n w_n + E - R)\sigma]_{i+1} - \\ & - [(-U_n w_n + E - R)\sigma]_i + [(-U_n w_n + F - S)\sigma]_{j+1} - [(-U_n w_n + F - S)\sigma]_j + \\ & + [(-U_n w_n + G - Q)\sigma]_{k+1} - [(-U_n w_n + G - Q)\sigma]_k + H_n \Omega_n = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

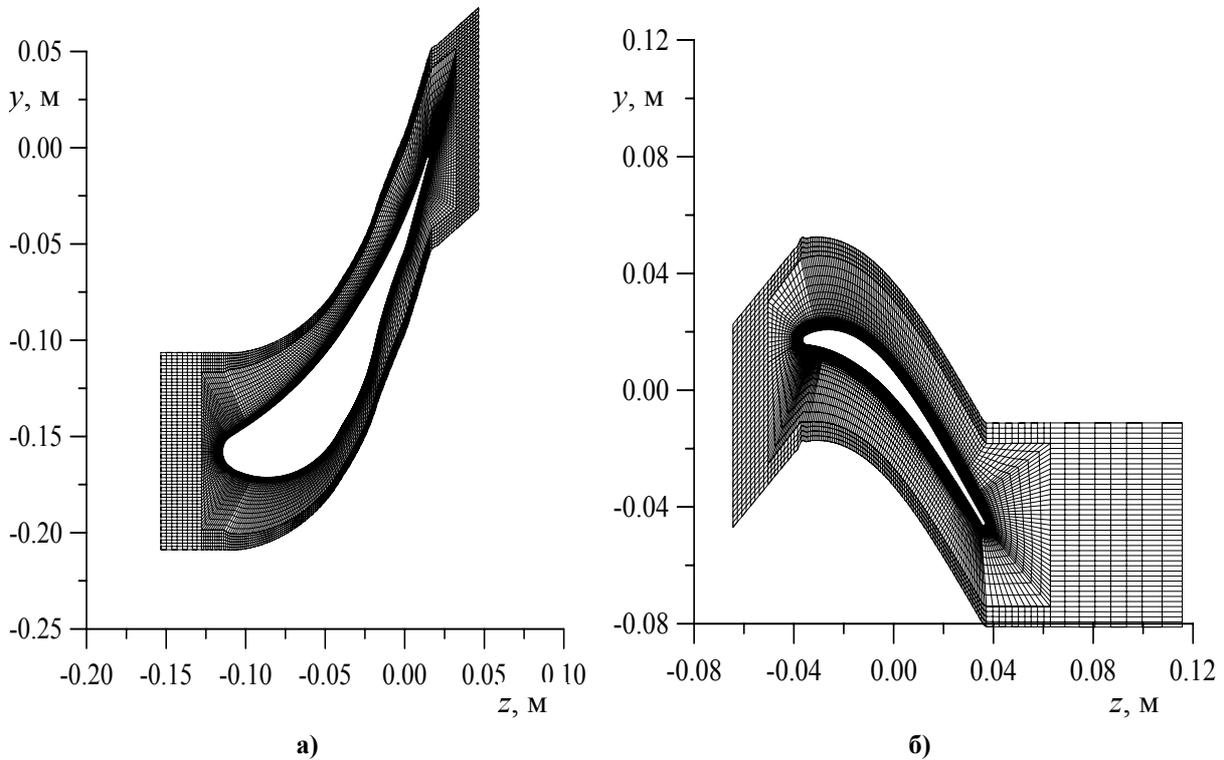
Здесь нижние и верхние индексы соответствуют «старым» и «новым» ячейкам;  $\sigma$  и  $w_n$  – площадь и нормальная скорость центра грани. Газодинамические параметры на «средних» гранях находятся из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва.

Полная система уравнений Навье-Стокса (1) в нестационарной постановке является параболически-гиперболической по времени и пространству.

Для большинства течений при высоких числах Рейнольдса поле потока на бесконечности перед твердым телом подобно течению идеального газа. Поэтому при расчете течений вязкого газа в турбинной ступени граничные условия на входной и выходной границах расчетной области основаны на одномерной теории характеристик для нестационарного потока, т.е. аналогично граничным условиям для системы уравнений Эйлера.

Принимается, что нестационарные возмущения в потоке вызваны вращением рабочего колеса в неравномерном потоке и колебаниями лопаток под действием нестационарных нагрузок, а поток на бесконечности перед направляющим аппаратом и

за рабочим колесом предполагается содержащим лишь малые отклонения от невозмущенного потока.



а – среднее сечение лопатки статора; б – среднее сечение рабочей лопатки  
 Рис. 2. Тангенциальные сечения разностной сетки межлопаточных каналов статора и ротора

В общем случае, принимая, что осевая скорость во входном и выходном сечениях расчетной области является дозвуковой, граничные условия определяются заданием приходящих на границы волн фиксированными значениями параметров потока, т.е. во входном сечении задаются полное давление  $p_0$ , полная температура  $T_0$  и углы потока в тангенциальном и меридиональном сечениях  $\beta$ ,  $\gamma$ ; на выходной границе – статическое давление  $p_2$ .

Полная система граничных условий может быть представлена в виде:

– на входе в ступень

$$T_0 = T_0(x, y), p_0 = p_0(x, y), \alpha = \alpha(x, y), \gamma = \gamma(x, y), d\left(v_3 - \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0;$$

– на выходе за рабочим колесом

$$p = p(x, y), dp - a^2 dp = 0, dv_1 - (\omega^2 r - 2\omega v_2) dt = 0, \\ dv_2 + 2\omega v_1 dt = 0, d\left(v_3 + \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0.$$

На «твердых» стенках расчетной области задаются:

– условие «прилипания»  $\vec{v} = \vec{v}_w$ , где  $\vec{v}_w$  – скорость перемещения стенки в рассматриваемой системе координат;

– тепловой поток  $q_w$ , в частности, для адиабатической стенки  $q_w = 0$ ;

– соотношение для давления, полученное проектированием на нормаль к стенке уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \text{grad}_n \tau.$$

Переход решения от момента времени  $t$  к моменту  $t + \Delta t$  рассчитывается для каждого из лопаточных венцов (статор и ротор) с учетом их относительного положения и газодинамических параметров на предыдущем временном слое.

При переходе от абсолютной системы координат (статор) к относительной (ротор) и наоборот статические параметры не изменяются, а полные параметры и кинематические характеристики определяются соотношениями

$$i_{0c} - v_{2c} \omega r = i_{0\omega} - \frac{(\omega r)^2}{2} = \text{const}, \quad \frac{p_{0w}}{p_{0c}} = \left( \frac{T_{0w}}{T_{0c}} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left( \frac{\rho_{0w}}{\rho_{0c}} \right)^k,$$

$$v_{1w} = \cos \varphi (v_{1c} - \omega r \sin \varphi_c) - \sin \varphi (v_{2c} + \omega r \cos \varphi_c),$$

$$v_{2w} = \sin \varphi (v_{1c} - \omega r \sin \varphi_c) + \cos \varphi (v_{2c} + \omega r \cos \varphi_c),$$

где индексы «с» и «w» соответствуют абсолютной и относительной системам координат; индекс «0» определяет полные параметры;  $\varphi_c$  – угловая координата центра ячейки;  $\varphi$  – угол между неподвижной и вращающейся системами координат.

Шаг интегрирования  $\Delta t$  определяется из условия устойчивости разностной схемы (3) и может быть представлен в виде

$$\Delta t = \frac{\tau_{x_1} \cdot \tau_{x_2} \cdot \tau_{x_3}}{\tau_{x_1} \cdot \tau_{x_2} + \tau_{x_1} \cdot \tau_{x_3} + \tau_{x_2} \cdot \tau_{x_3}}, \quad \tau_{x_i} = \frac{h_{x_i \min}}{\max(|\bar{v}_i| + a, a - |\bar{v}_0|)},$$

где  $i = 1, 2, 3$ ;  $a$  – скорость звука.

Численная дискретизация задачи при интегрировании связанной системы уравнений (1), (2) заключается в параллельном решении на каждом шаге по времени аэродинамической и динамической задач с обменом результатов расчета каждой из задач на предыдущей итерации в качестве исходных данных на последующей итерации. В качестве таких данных в динамической задаче используются мгновенные аэродинамические нагрузки, полученные из решения аэродинамической задачи на предыдущем временном слое, в аэродинамической задаче принимаются в качестве граничных условий новые положение и скорости колебаний лопаток, полученные из решения динамической задачи.

Для подтверждения достоверности предложенного метода проведено сопоставление численных результатов с экспериментальными данными для 4-й и 11-й стандартных конфигураций [11], которое показало удовлетворительное согласование осредненных и нестационарных характеристик [7].

Численный анализ проведен для последней ступени паровой турбины мощностью 200 МВт с длиной рабочей лопатки  $L = 765$  мм и соотношением чисел лопаток статора и ротора  $z_1:z_2 = 56:84$  ( $k_1:k_2 = 2:3$ ).

Рассматривались два режима работы последней ступени: номинальный – с постоянным по окружности противодавлением и частичный – с повышенным и неравномерным по окружности давлением за рабочим колесом.

Расчеты выполнены для режимов с параметрами:

– на входе в турбинную ступень  $p_0 = 12800$  Па,  $T_0 = 323$  К;

– на выходе за рабочим колесом  $p_2 = 2300$  Па ( $p_2/p_0 = 0,18$ ) – номинальный режим;  $p_2 = 9000$  Па ( $p_2/p_0 = 0,7$ ) – частичный режим.

Колебания рабочих лопаток определялись с учетом первых десяти собственных форм колебаний и механического демпфирования. Значения собственных частот и

коэффициентов механического демпфирования по каждой из собственных форм приведены в таблице.

**Таблица. Собственные частоты и коэффициенты механического демпфирования**

Номер моды	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\nu_i$ , Гц	99	160	268	297	398	598	680	862	1040	1124
$h_i$ , Гц	0,149	0,304	0,62	0,8	1,23	2,1	2,65	3,7	4,89	5,73

Направляющий аппарат и рабочее колесо содержат соответственно 56 и 84 лопаток. Очевидно, что в каждый момент времени структура потока в турбинной ступени характеризуется периодичностью с минимальным угловым шагом

$$T_{\min} = \frac{2\pi}{(z_1 - z_2)}(k_1 - k_2) = \frac{2\pi}{56 - 84}(2 - 3).$$

В этом случае расчетная область включает 2 межлопаточных канала статора и 3 межлопаточных канала ротора.

Разностная сетка разбивается на (2 + 3) сегмента, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу статора и ротора.

На рис. 2 приведены разностные сетки для межлопаточных каналов статора и ротора в тангенциальном сечении на среднем радиусе.

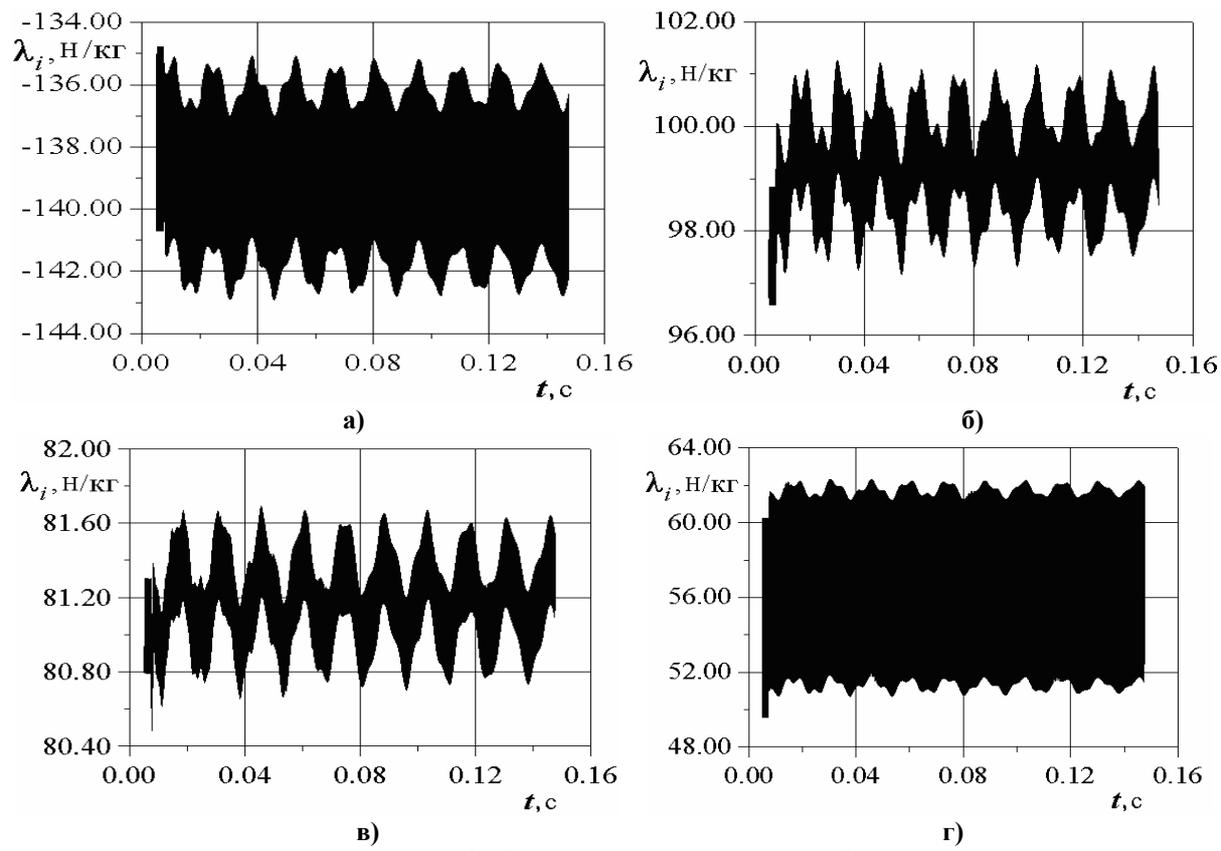
Разностная сетка для каждого канала статора содержит 798336 ячеек, для канала ротора – 693504 ячейки.

Одним из важнейших аспектов нестационарного аэродинамического взаимодействия статора и ротора является реакция (аэроупругое поведение) рабочих лопаток, вызванная совместным влиянием неравномерности основного потока и колебаниями лопаток под действием нестационарных аэродинамических нагрузок.

На рисунках 3, 4 представлены графики изменения нестационарных аэродинамических модальных сил, действующих на лопатку (первая, вторая, четвертая и восьмая моды) в течение семи полных оборотов ротора и амплитудно-частотные спектры этих сил.

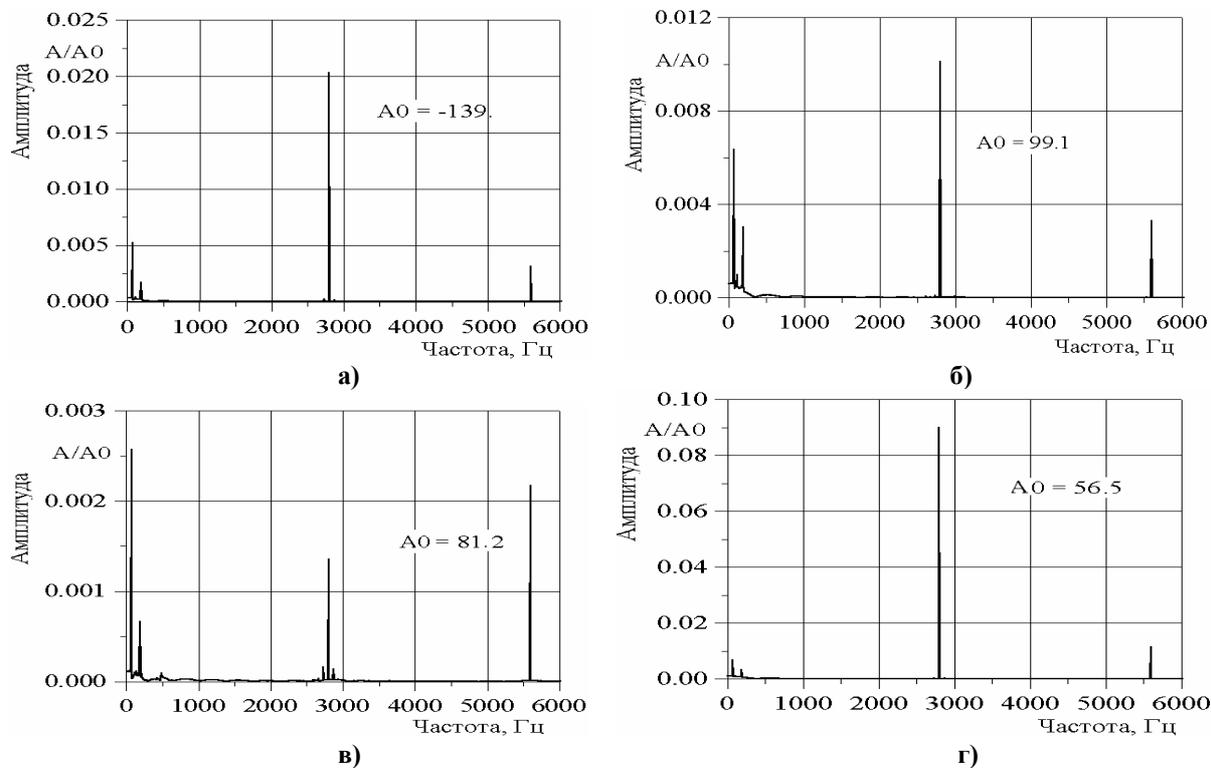
Как видно из графиков, нестационарные силы включают высокочастотные гармоники (с частотами 2800; 5600 Гц), соответствующие времени перемещения ротора на один шаг статора, и низкочастотные гармоники, вызванные низкочастотными формами колебаний лопаток. В низкочастотной части амплитудно-частотного спектра преобладают две низкие частоты (70 и 180 Гц). Характерным является отсутствие строгой периодичности в изменении нестационарных сил на шаге статора или на одном обороте ротора, что объясняется не кратностью собственных частот колебаний лопаток и частоты вращения ротора.

Движение лопаток под действием аэродинамических сил в форме амплитудно-частотных спектров колебаний лопаток представлено на рисунке 5. Видно, что только первые две собственные формы колебаний вносят ощутимый вклад в движение лопаток. Колебания лопаток по первой и второй формам приближаются к устойчивой форме автоколебаний, причем частоты колебаний лопаток в газе меньше собственных частот колебаний лопаток в вакууме на 20–30 %. Колебания лопаток по более высоким модам включают колебания с частотой близкой к собственной частоте и низкочастотные колебания, вызванные первыми двумя формами колебаний лопатки. Пренебрежимо малыми являются колебания лопаток с частотами кратными частоте вращения ротора и числу лопаток статора (2800; 5600 Гц).



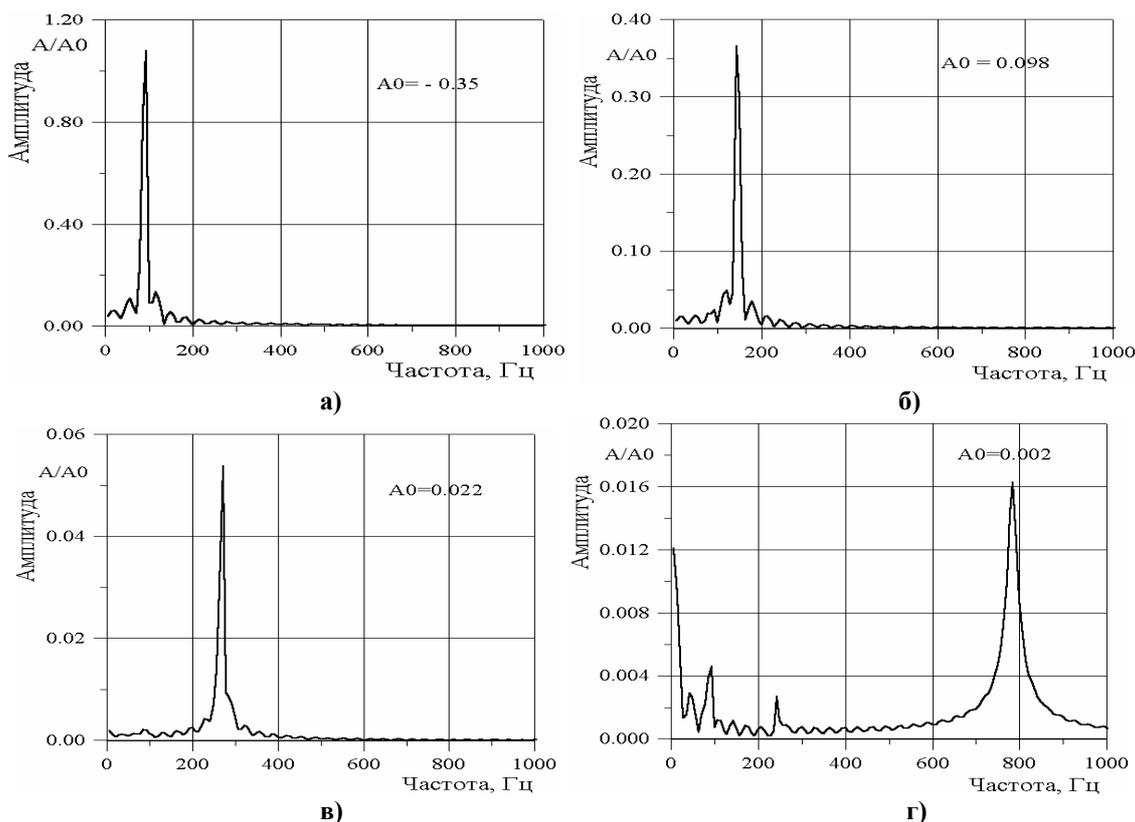
а – 1-я мода; б – 2-я мода; в – 4-я мода; г – 8-я мода

Рис. 3. Изменение нестационарных модальных сил, действующих на первую лопатку



а – 1-я мода; б – 2-я мода; в – 4-я мода; г – 8-я мода

Рис. 4. Амплитудно-частотный спектр нестационарных сил, действующих на первую лопатку



а – 1-я мода; б – 2-я мода; в – 4-я мода; г – 8-я мода

Рис. 5. Амплитудно-частотный спектр колебаний лопаток

На рис. 6–10 представлены некоторые результаты расчета этой же ступени турбомашин на частичном режиме работы с повышенным противодавлением ( $p_2/p_0 = 0,7$ ) и неравномерным его распределением по окружности за рабочим колесом. На основании анализа экспериментальных данных был принят синусоидальный закон распределения противодавления, как показано на рис. 6. Целые числа на оси абсцисс соответствуют номерам лопаток ротора.

На рис. 7, 8 приведены графики изменения модальных сил, действующих на первую лопатку, для первой, второй, четвертой и восьмой мод (цифрами указаны номера мод) в течение одного оборота ротора и амплитудно-частотные спектры этих сил.

Основной вклад в пульсационную составляющую нестационарной нагрузки вносит 1-я гармоника с частотой вращения ротора 50 Гц (см. рис. 8), амплитуды высокочастотных составляющих нестационарных сил на порядок ниже амплитуды первой гармоники.

На рис. 9, 10 представлен амплитудно-частотный спектр колебаний лопатки по первой, второй, четвертой и восьмой модам. Как следует из расчета, все формы колебаний лопатки – устойчивы. Преобладающими частотами для всех форм колебаний являются низшая частота возмущающей силы (50 Гц) и частота близкая к частоте колебаний первой собственной формы колебаний (~ 70 Гц).

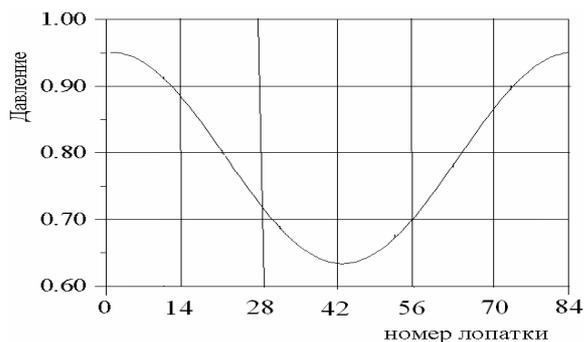


Рис. 6. Распределение давления за рабочим колесом

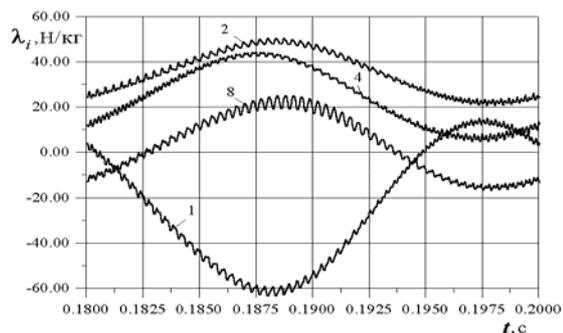
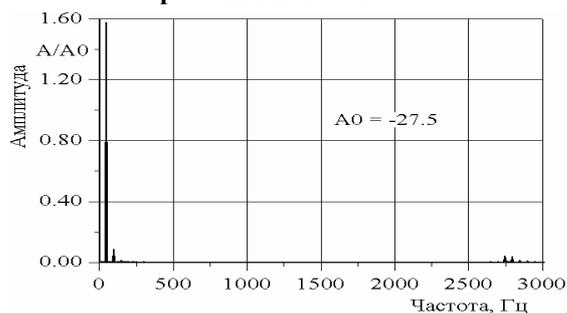
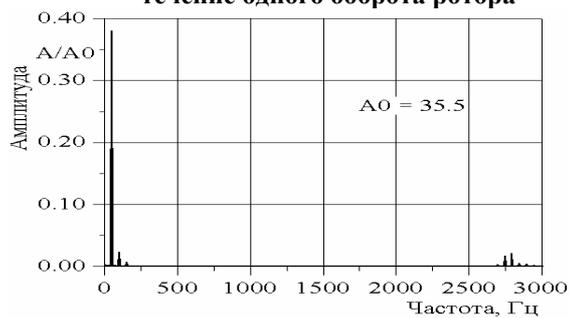


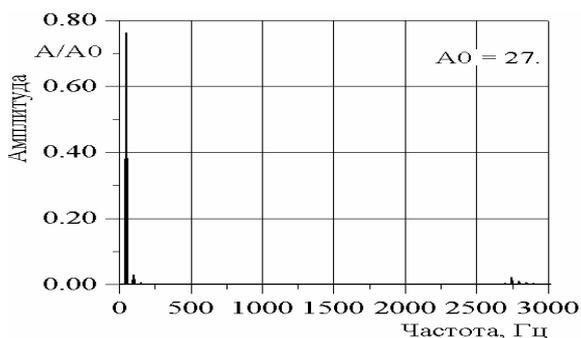
Рис. 7. Изменение модальных сил в течение одного оборота ротора



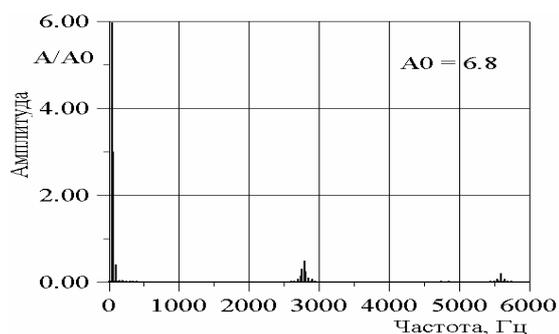
а)



б)



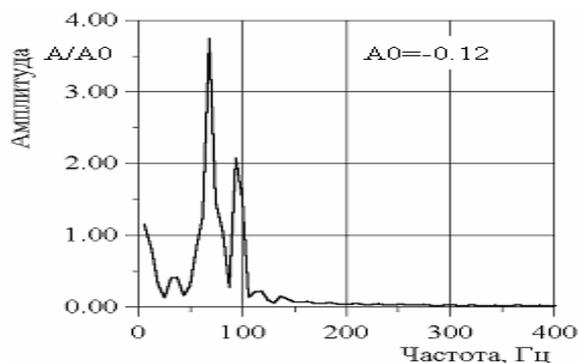
в)



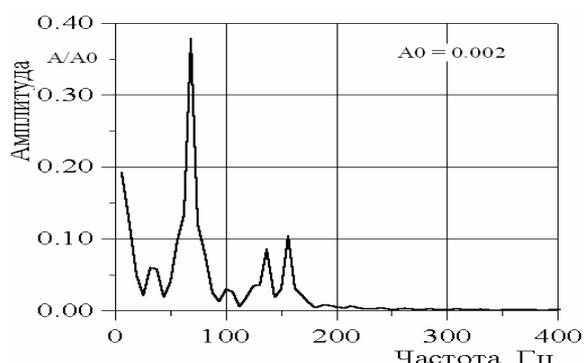
г)

а – 1-я мода; б – 2-я мода; в – 4-я мода; г – 8-я мода

Рис. 8. Амплитудно-частотный спектр модальных сил



а)



б)

а – 1-я мода; б – 2-я мода

Рис. 9. Амплитудно-частотные характеристики колебаний лопатки на частичном режиме

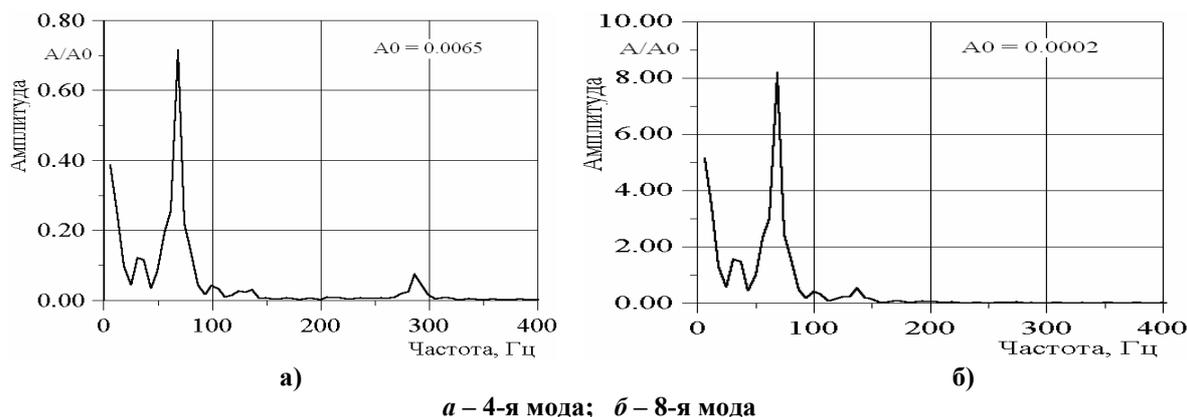


Рис. 10. Амплитудно-частотные характеристики колебаний лопатки на частичном режиме

Литература

1. *Bolcs A., Fransson T.H.* Aeroelasticity in Turbomachines – Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results // Communication du LTAT-EPFL, Lausanne, Switzerland. – 1986. – No 13. – 174 p.
2. *He L.* Integration of 2D Fluid – Structure Coupled Systems for Calculation of Turbomachinery Aerodynamic, Aeroelastic Instabilities // J. of Comp. Fluid Dynamics. – 1994. – V.3. – P. 217-231.
3. *Gnesin V.I., Kolodyazhnaya L.V.* Numerical Modelling of Aeroelastic Behaviour for Oscillating Turbine Blade Row in 3D Transonic Ideal Flow // Problems in Machinery Engineering. – 1999. – V.1, No 2. – P. 65-76.
4. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. – М.: Мир, 1991. – 552 с.
5. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: Мир, 1990. – 360 с.
6. *Yershov S.V., Rusanov A.V.* Modification of algebraic turbulence model used in code Flower// Modelowanie turbulencji w zastosowaniach technicznych: Zeszyty Naukowe IMP PAN 486/1448/97. – Gdansk, 1997. – P. 95-102.
7. *Гнесин В.И., Колодяжная Л.В., Слипченко А.Н.* Численный анализ самовозбуждающихся колебаний лопаточных венцов турбомшины в трехмерном потоке вязкого газа // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. научн. трудов. – 2007. – № 2. – С. 16-25.
8. *Baldwin B., Lomax L.* Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow // AIAA Paper 78-0257. – 1978. – P. 45.
9. *Gnesin V., Rzadkowski R., Kolodyazhnaya L.* A Coupled Fluid-Structure Analysis for 3D Flutter in Turbomachines // ASME 2000-GT-380, Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congress, Munich, Germany, 8-11<sup>th</sup>, May. – 2000. – P. 1-9.
10. *Гнесин В.И., Колодяжная Л.В.* Численный анализ нестационарных явлений в турбинной ступени с учетом колебаний лопаточных аппаратов // Проблемы машиностроения. – 2002. – Т. 5, № 1. – С. 20-28.
11. *Cinnella P., Palma P.De., Pascasio G., Napolitano M. A.* Numerical Method for Turbomachinery Aeroelasticity // Journal of Turbomachinery. – 2004. – Vol. 126. – P. 310-316.