

УДК 621.165

В.И. ГНЕСИН, д-р техн. наук, Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ, канд. техн. наук

*Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины,
г. Харьков, Украина, e-mail: gnesin@ipmach.kharkov.ua*

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СООТНОШЕНИЯ ЧИСЕЛ ЛОПАТОК СТАТОРА И РОТОРА НА НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НАГРУЗКИ И РЕЖИМЫ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК

З використанням чисельного методу розв'язання зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток проведено чисельний аналіз впливу співвідношення чисел лопаток статора і ротора на аеропружні характеристики лопатевих вінців. Показано, що вибір оптимального співвідношення чисел лопаток дозволяє суттєво зменшити нестационарні навантаження, діючі на робочі лопатки, та амплітуди коливань лопаток.

Using the numerical method for calculation of coupled problem of unsteady aerodynamics and elastic blade oscillations there performed the numerical analysis for influence of stator-rotor blade number ratio on aeroelastic blade row characteristics. There shown that choice of optimal blade number ratio allows to reduce critically the unsteady loads acting on the rotor blades, and the amplitudes of blade oscillations.

При проектировании или модернизации современных турбомашин повышенной удельной мощности и соответственно высокими аэродинамическими нагрузками чрезвычайно актуальной является проблема аэроупругого поведения лопаток и прогнозирования аэроупругой неустойчивости (флаттер, резонансные колебания). Особую важность эта проблема приобретает при разработке высоконагруженных компрессорных и вентиляторных венцов, а также последних ступеней паровых и газовых турбин, работающих в нерасчетных условиях.

Для исследования аэроупругого поведения лопаточных венцов в трехмерном потоке идеального или вязкого газа развиты подходы, основанные на решении связанной задачи нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток с использованием частично-интегрального метода [1–6].

В данной работе авторами с использованием предложенного численного метода [5, 6] интегрирования уравнений течения вязкого газа (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса) и уравнений колебаний лопаток под действием нестационарных аэродинамических нагрузок (модальный подход) проведен численный анализ влияния соотношения чисел лопаток статора и ротора на аэроупругое поведение лопаточного венца.

Трехмерное нестационарное трансзвуковое течение вязкого газа через ступень осевой турбомашин описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в интегральной форме законов сохранения для конечного объема Ω , ограниченного поверхностью σ во вращающейся с постоянной угловой скоростью ω системе координат [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} d\sigma + \int_{\Omega} H d\Omega = \oint_{\sigma} \vec{R} \cdot \vec{n} d\sigma, \quad (1)$$

где U – символический вектор консервативных переменных; \vec{F} и \vec{R} – символические векторы конвективных и вязких потоков, которые в декартовой системе координат для конечного объема Ω с нормалью к боковой поверхности $\vec{n}(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ ($i = 1, 2, 3$)

записываются в виде $(\bar{F} \cdot \bar{n}) = (F_1, F_2, F_3)$, $(\bar{R} \cdot \bar{n}) = (R_1, R_2, R_3)$; H – источниковый член в неинерциальной системе координат.

Для расчета вязких потоков в уравнениях сохранения (1) применяется алгебраическая модель турбулентности, основанная на оригинальной двухслойной модели, развитой Себеси и Смитом [7] и модифицированной Болдвином и Ломаксом [8].

Динамическая модель колеблющейся лопатки в линейной постановке с использованием модального подхода описывается системой независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм [9]

$$\ddot{q}_i(t) + 2h_i\dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \lambda_i(t), \quad (2)$$

где q_i – модальный коэффициент i -й формы; h_i – коэффициент механического демпфирования i -й формы; ω_i – собственная частота i -й формы; λ_i – модальная сила, соответствующая перемещению по i -й форме, которая рассчитывается на каждой итерации по мгновенному распределению давления на поверхности лопатки, равная

$$\lambda_i = \frac{\iint_{\sigma} p \bar{U}_i \bar{n}^\circ d\sigma}{\iiint_v \rho \bar{U}_i^2 dv},$$

где p , ρ – давление и плотность на поверхности лопатки; $U_i(x)$ – вектор перемещения лопатки по i -й форме.

Определив модальные коэффициенты q_i из системы дифференциальных уравнений (2), получим перемещение и скорость лопатки на каждой итерации в виде

$$u(x, t) = \sum_i U_i(x) q_i(t), \quad \dot{u}(x, t) = \sum_i U_i(x) \dot{q}_i(t),$$

которые используются в качестве граничных условий для аэродинамической задачи.

Учитывая непериодичность потока в окружном направлении из-за колебаний лопаток под действием мгновенных аэродинамических сил, расчетная область в общем случае включает все лопатки направляющего аппарата (НА) и рабочего колеса (РК).

Расчетная область делится на две подобласти, содержащие НА и РК соответственно и имеющие общую часть в осевом зазоре. В каждой из подобластей геометрические и аэродинамические характеристики описываются в абсолютной или относительной системах координат, соответственно связанных с неподвижным направляющим аппаратом или вращающимся рабочим колесом.

Разностная сетка разбивается на $(k_1 + k_2)$ – сегментов, где k_1 и k_2 – взаимно простые натуральные числа, пропорциональные числам лопаток статора z_1 и ротора z_2 ($z_1 : z_2 = k_1 : k_2$). Каждый сегмент включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу статора или ротора.

На рис. 1 показан фрагмент разностной сетки в корневом сечении турбинной ступени, содержащий по одному сегменту статора и ротора. Вся расчетная область включает k_1 – межлопаточных каналов статора и k_2 – межлопаточных каналов ротора, и имеет угловую протяженность в окружном направлении равную

$$T = \frac{2\pi}{z_1 - z_2} (k_1 - k_2).$$

Очевидно, что в каждый момент времени структура потока в турбинной ступени характеризуется периодичностью на угловом шаге T .

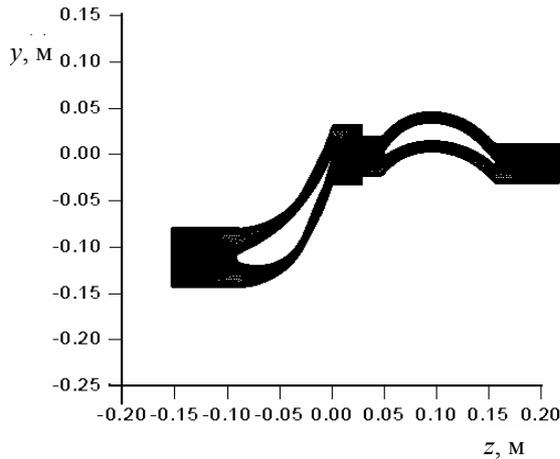


Рис. 1. Фрагмент разностной сетки в корневом сечении турбинной ступени

Каждый из сегментов расчетной области дискретизируется с использованием гибридной $H-O$ сетки для каналов статора и ротора (см. рис. 1). При этом разностная сетка в канале статора и внешняя H -сетка в канале ротора остаются недеформируемыми в течение всего расчета, а внутренняя O -сетка канала ротора перестраивается на каждой итерации по заданному алгоритму в соответствии с перемещением колеблющейся лопатки.

Дискретная форма уравнений (1) получена с использованием разностной схемы Годунова-Колгана 2-го порядка точности [10], обобщенной на случай

произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде [11]

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-Uw_n + F_1 - R_1)\sigma]_{i+1} - \\ & - [(-Uw_n + F_1 - R_1)\sigma]_i + [(-Uw_n + F_2 - R_{21})\sigma]_{j+1} - [(-Uw_n + F_2 - R_2)\sigma]_j + \\ & + [(-Uw_n + F_3 - R_3)\sigma]_{k+1} - [(-Uw_n + F_3 - R_3)\sigma]_k + H_n\Omega_n = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Принимая, что нестационарные возмущения в потоке вызваны вращением рабочего колеса в неравномерном потоке и колебаниями лопаток под действием нестационарных аэродинамических сил, а поток на бесконечности перед направляющим аппаратом и за рабочим колесом содержит лишь малые отклонения от невозмущенного потока, полная система граничных условий в аэродинамической задаче может быть представлена в виде:

– на входе в ступень

$$T_0 = T_0(x, y), \quad p_0 = p_0(x, y), \quad \alpha = \alpha(x, y), \quad \gamma = \gamma(x, y), \quad d\left(v_3 - \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0;$$

– на выходе за рабочим колесом

$$\begin{aligned} p = p(x, y), \quad dp - a^2 dp = 0, \quad dv_1 - (\omega^2 r - 2\omega v_2) dt = 0, \\ dv_2 + 2\omega v_1 dt = 0, \quad d\left(v_3 + \frac{2a}{\lambda - 1}\right) = 0. \end{aligned}$$

На «твердых» стенках расчетной области задаются:

– условие «прилипания» $\vec{v} = \vec{v}_w$, где \vec{v}_w – скорость перемещения стенки в рассматриваемой системе координат;

– тепловой поток q_w , в частности, для адиабатической стенки $q_w = 0$;

– соотношение для давления, полученное проектированием на нормаль к стенке уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \text{grad}_n \tau.$$

Переход решения от момента времени t к моменту $t + \Delta t$ рассчитывается для каждого из лопаточных венцов (статор и ротор) с учетом их относительного положения и газодинамических параметров на предыдущем временном слое.

Шаг интегрирования Δt определяется из условия устойчивости разностной схемы (3) и может быть представлен в виде

$$\Delta t = \frac{\tau_{x_1} \cdot \tau_{x_2} \cdot \tau_{x_3}}{\tau_{x_1} \cdot \tau_{x_2} + \tau_{x_1} \cdot \tau_{x_3} + \tau_{x_2} \cdot \tau_{x_3}}, \quad \tau_{x_i} = \frac{h_{x_i, \min}}{\max(|\bar{v}_i| + a, a - |\bar{v}_0|)},$$

где $i = 1, 2, 3$; a – скорость звука.

Численная дискретизация задачи при интегрировании связанной системы уравнений (1), (2) заключается в параллельном решении на каждом шаге по времени аэродинамической и динамической задач с обменом результатами расчета каждой из задач на предыдущей итерации в качестве исходных данных на последующей итерации.

Сопоставление численных результатов, полученных предложенным методом, с экспериментальными данными для 4-й и 11-й стандартных конфигураций [1], а также с численными результатами других авторов [2, 4] показало удовлетворительное соответствие осредненных и нестационарных характеристик, как на расчетном, так и на нерасчетных режимах, характеризующихся скачком уплотнения и отрывным пузырем на стороне разрежения лопатки [12].

Одним из важнейших аспектов нестационарного аэродинамического взаимодействия статора и ротора с учетом колебаний лопаток является влияние соотношения чисел лопаток статора и ротора на нестационарные нагрузки и аэроупругое поведение рабочих лопаток.

В данной работе приводятся результаты численного исследования последней ступени паровой турбины мощностью 200 МВт с длиной рабочей лопатки $L = 765$ мм на номинальном режиме при различных соотношениях чисел лопаток статора и ротора:

- вариант А – $z_1:z_2 = 42:96$ ($k_1:k_2 = 7:16$);
- вариант Б – $z_1:z_2 = 66:96$ ($k_1:k_2 = 11:16$);
- вариант В – $z_1:z_2 = 78:96$ ($k_1:k_2 = 13:16$).

Параметры потока в номинальном режиме приняты:

- на входе в турбинную ступень $p_0 = 12800$ Па, $T_0 = 323$ К;
- на выходе за рабочим колесом $p_2 = 2300$ Па ($p_2/p_0 = 0,18$).

Колебания рабочих лопаток определялись с учетом первых десяти собственных форм колебаний и механического демпфирования. Значения собственных частот и коэффициентов механического демпфирования по каждой из собственных форм приведены в таблице.

Таблица. Собственные частоты и коэффициенты механического демпфирования

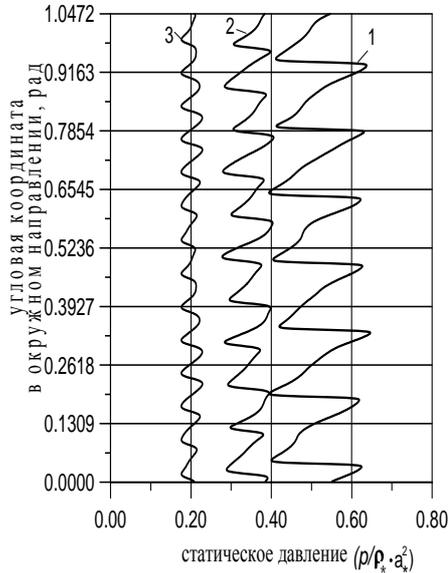
Номер моды	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_i , Гц	99	160	268	297	398	598	680	862	1040	1124
h_i , Гц	0,149	0,304	0,62	0,8	1,23	2,1	2,65	3,7	4,89	5,73

На рисунках 2, 3 представлены графики изменения статического давления и относительной скорости (отнесенной к критической скорости) на входе в РК в окружном направлении в пределах углового шага зоны периодичности.

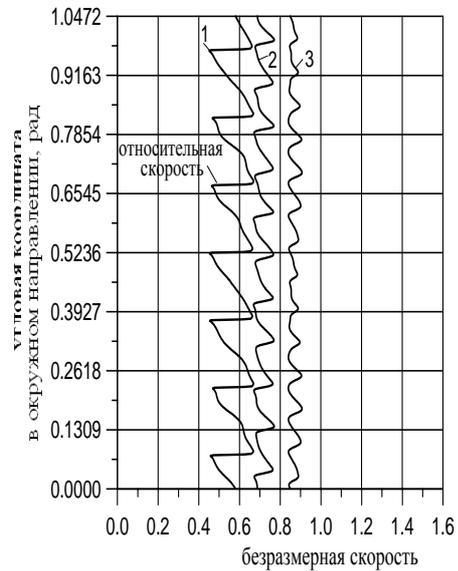
Как видно из графиков неравномерность в окружном распределении параметров существенно уменьшается с увеличением соотношения чисел лопаток от 20 % при соотношении $z_1:z_2 = 7:16$ до 10 % при соотношении $z_1:z_2 = 13:16$.

Очевидно, что неравномерность в распределении параметров потока в окружном направлении является основной причиной возникновения нестационарных аэродинамических нагрузок, действующих на рабочие лопатки.

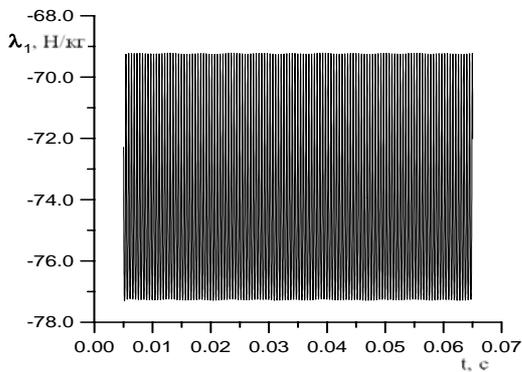
На рисунках 4, 5 представлены графики изменения нестационарных модальных сил, действующих на лопатку (первая и вторая собственные моды) в течение трех оборотов ротора для вариантов А, В (рисунки 4а, 4в, 5а, 5в – соответственно) и амплитудно-частотные спектры этих сил (рисунки 4б, 4г, 5б, 5г).



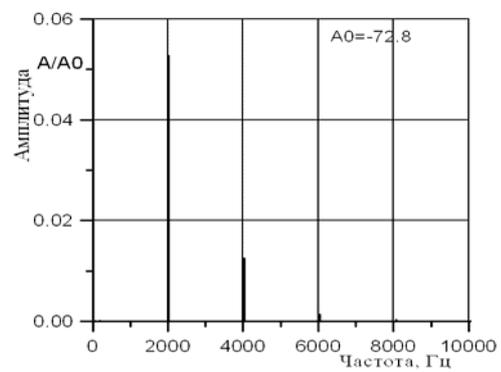
1 – вариант А; 2 – вариант Б; 3 – вариант В
Рис. 2. Изменение статического давления в окружном направлении



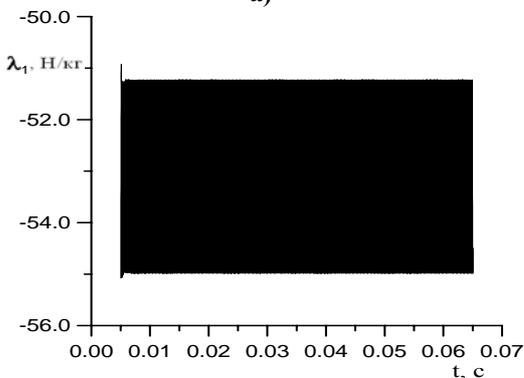
1 – вариант А; 2 – вариант Б; 3 – вариант В
Рис. 3. Изменение относительной скорости в окружном направлении



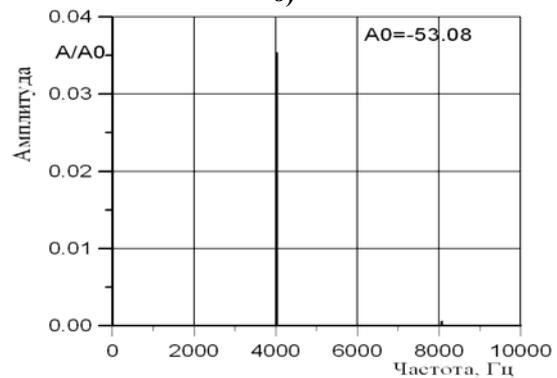
а)



б)

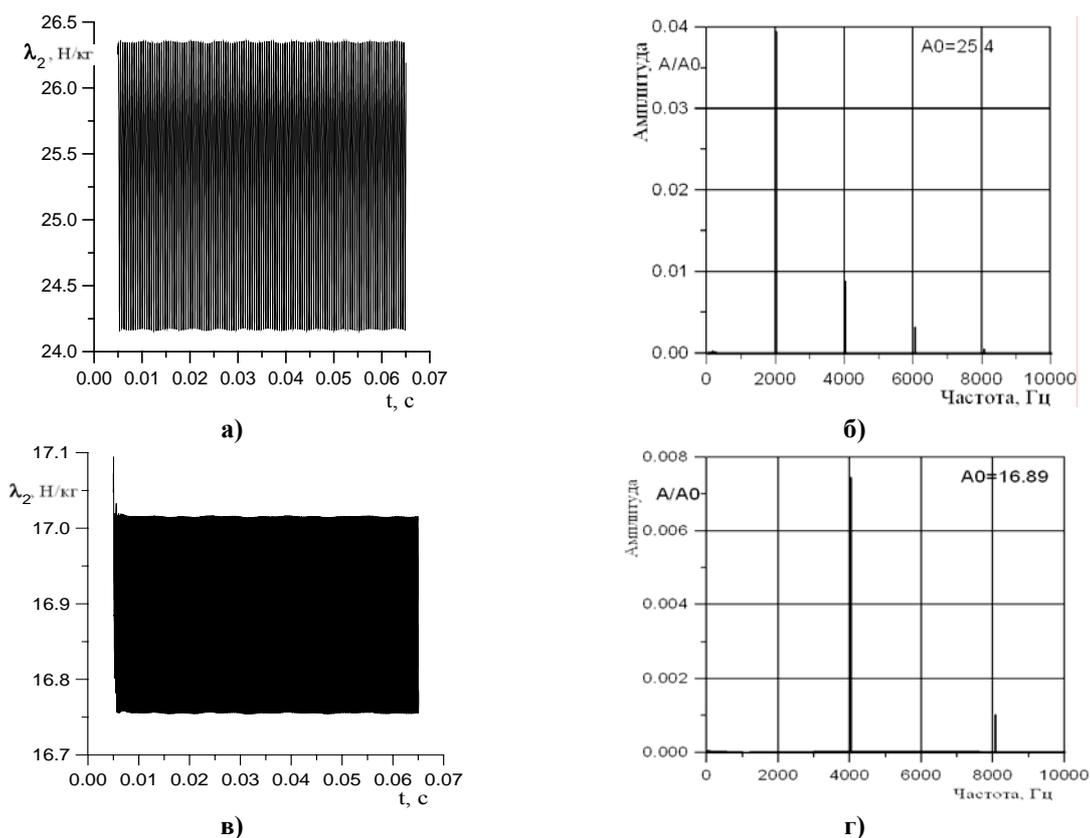


в)



г)

а, б – режим А; в, г – режим В
Рис. 4. Изменение нестационарной модальной силы, соответствующей 1-й собственной форме колебаний лопатки



а, б – режим А; в, г – режим В
Рис. 5. Изменение нестационарной модальной силы, соответствующей 2-й собственной форме колебаний лопатки

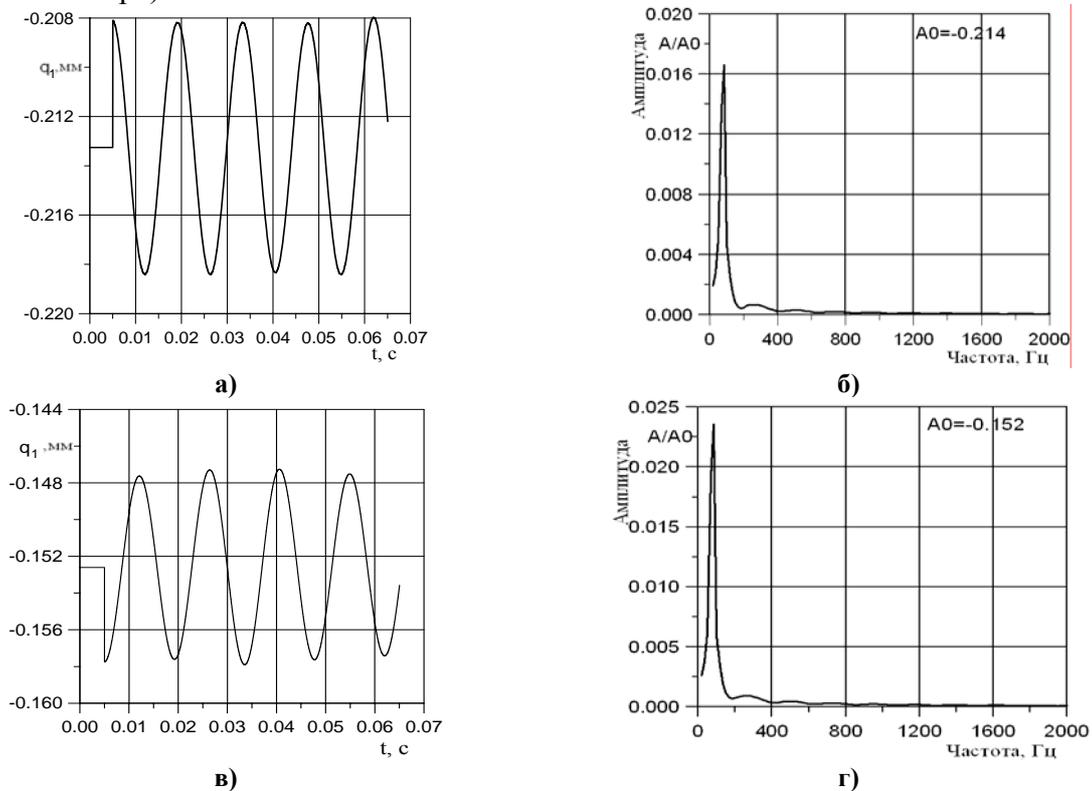
Характерным для всех вариантов является преобладающее присутствие в нестационарных нагрузках высокочастотных составляющих, кратных частоте вращения ротора ($\nu \cdot z_1$, где ν – частота вращения ротора, z_1 – число лопаток статора), и практически полное отсутствие низкочастотных составляющих, вызванных колебаниями лопаток. Основной вклад для каждой из собственных форм вносит первая высокочастотная гармоника, соответствующая времени перемещения ротора на один шаг статора (с частотой 2100 Гц для варианта А и с частотой 3900 Гц для варианта В).

Следует обратить внимание, что с увеличением числа лопаток НА резко уменьшаются (практически на 30 %) как средние нагрузки, так и амплитуды высокочастотных гармоник. Это вызвано уменьшением неравномерности распределения параметров в окружном направлении в осевом зазоре за выходными кромками направляющих лопаток.

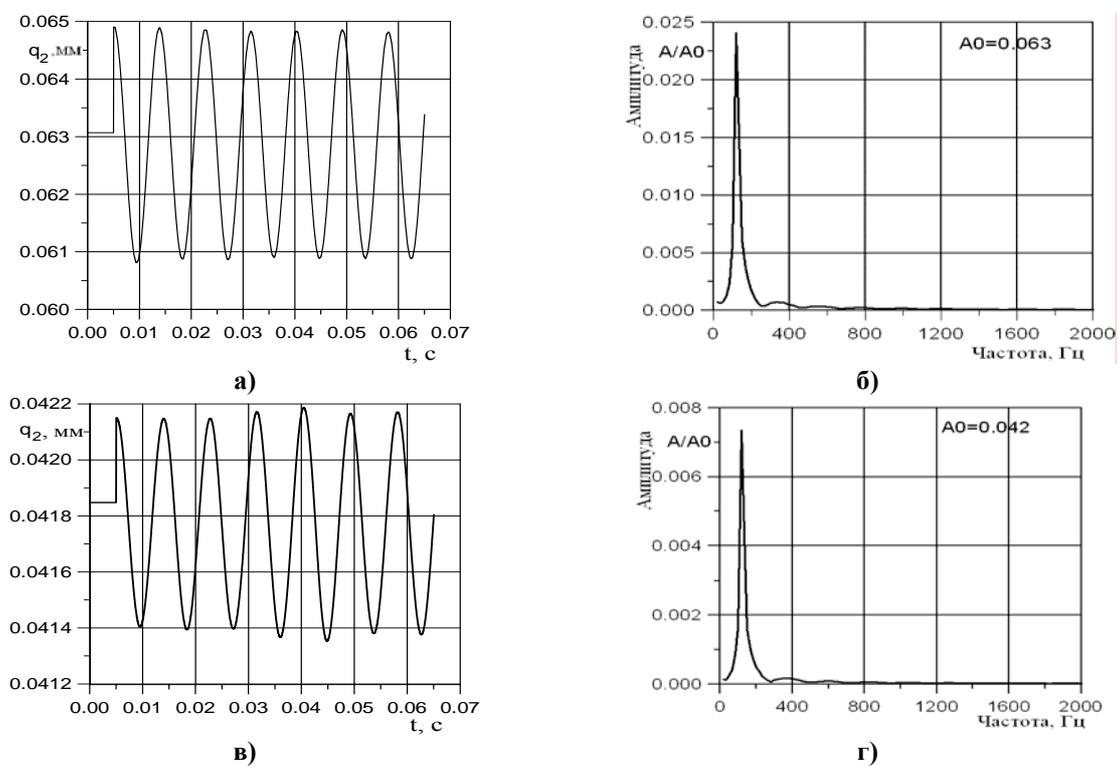
Движение лопаток под действием переменных аэродинамических сил в форме изменения модальных коэффициентов во времени (1-я, 2-я моды) и амплитудно-частотные спектры колебаний лопаток для вариантов А, В представлены на рис. 6, 7.

Из графиков видно, что только 1-я форма вносит существенный вклад в движение лопаток. Колебания лопаток по первым двум формам приближаются к устойчивой форме автоколебаний с частотами ниже собственных на 15–20 %, в то время как колебания по старшим формам затухают. Амплитуды колебаний по всем формам уменьшаются на 20–25 % с увеличением числа лопаток НА. Следует подчеркнуть, что амплитуды колебаний лопаток с частотами близкими к собственным (автоколебания) значительно выше амплитуд вынужденных колебаний с частотами

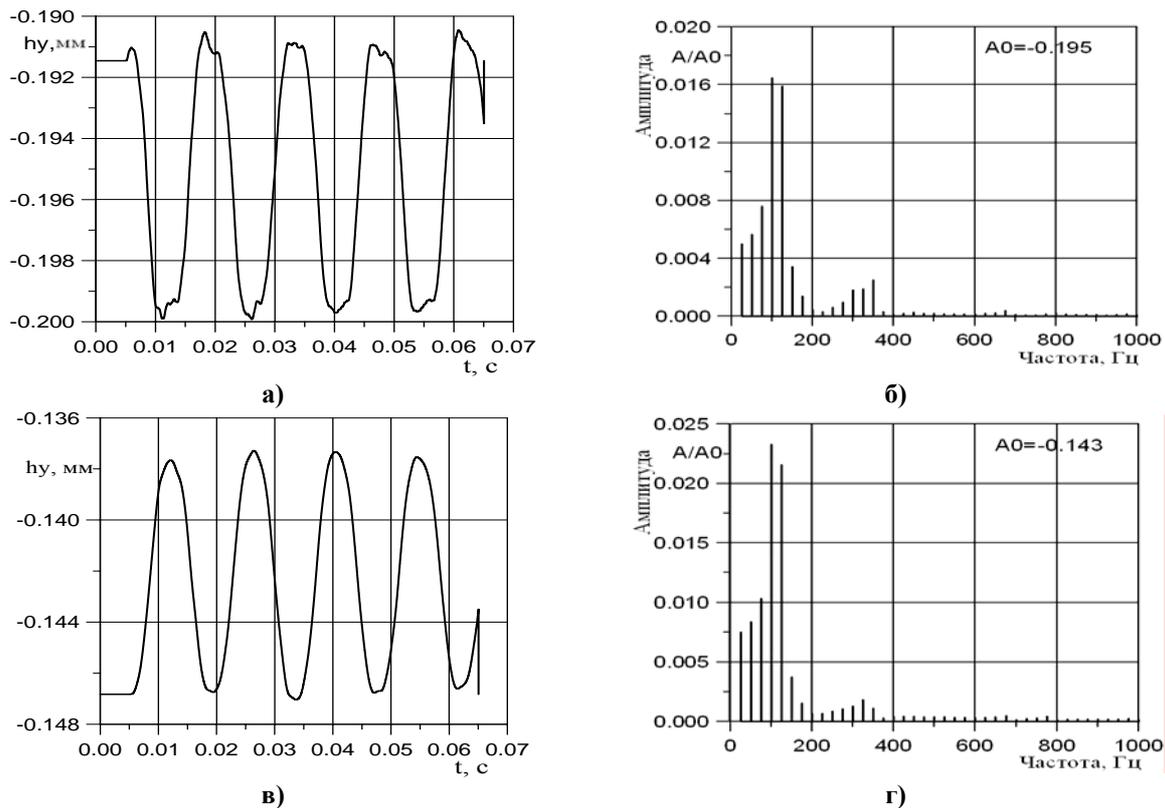
кратными частоте вращения ротора ($\nu \cdot z_1$, где ν – частота вращения ротора, z_1 – число лопаток статора).



а, б – режим А; в, г – режим В
Рис. 6. Изменение модального коэффициента 1-й собственной формы

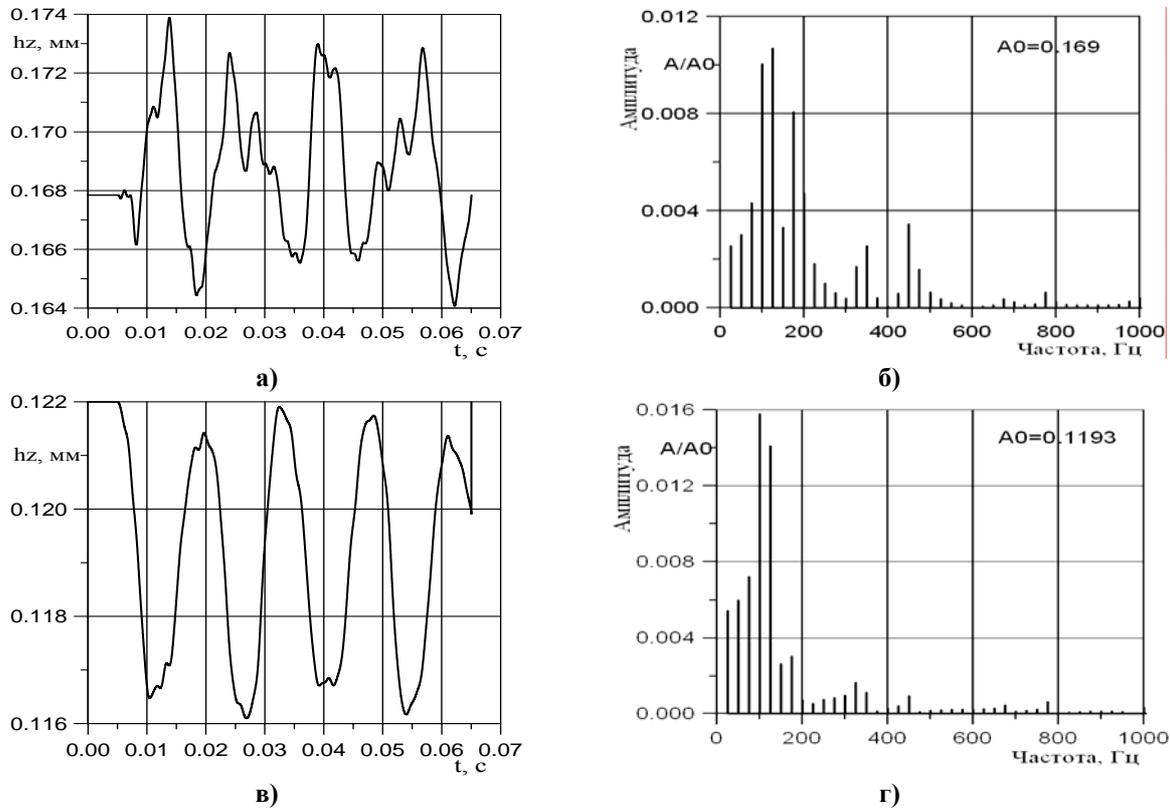


а, б – режим А; в, г – режим В
Рис. 7. Изменение модального коэффициента 2-й собственной формы



a, б – режим А; *в, г* – режим В

Рис. 8. Перемещение периферийного сечения лопатки в окружном направлении

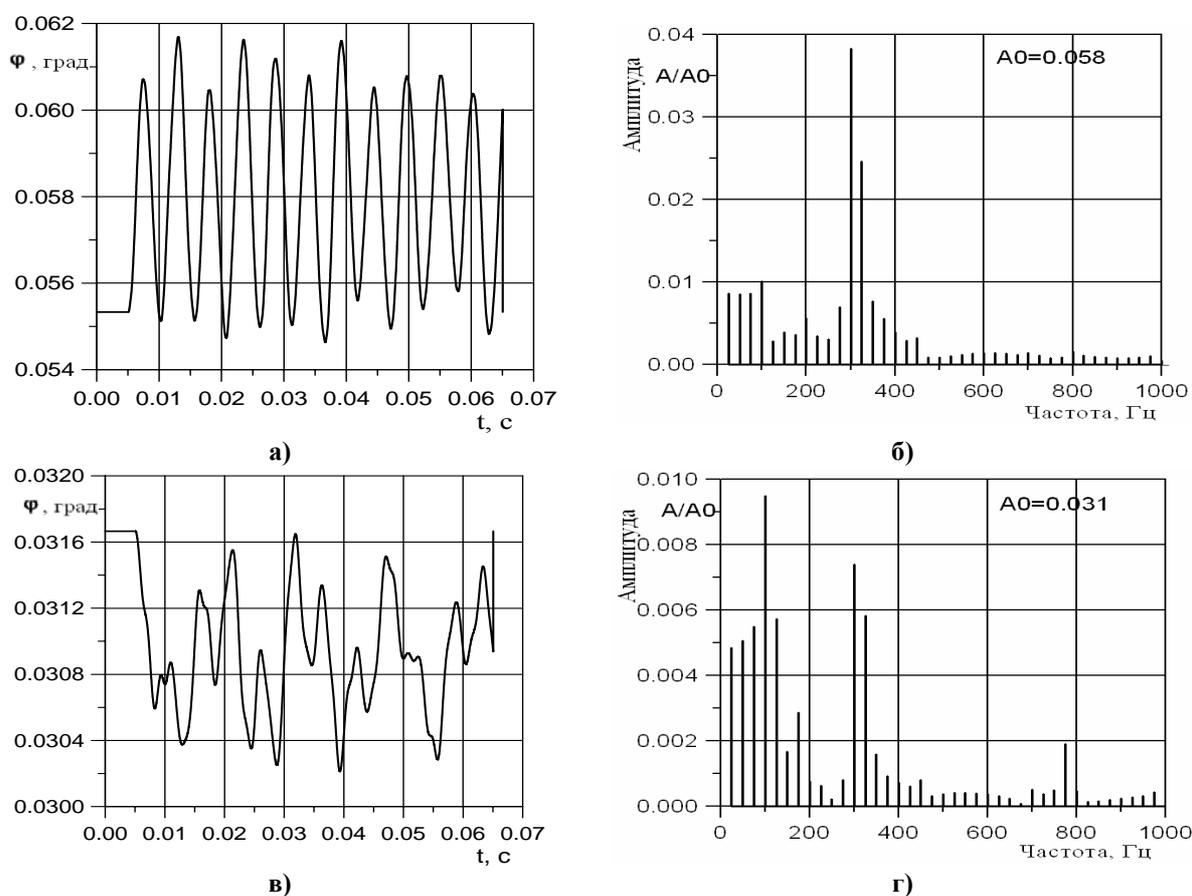


a, б – режим А; *в, г* – режим В

Рис. 9. Перемещение периферийного сечения лопатки в осевом направлении

Перемещения периферийного сечения рабочей лопатки в окружном, осевом направлениях и поворот относительно центра тяжести, а также амплитудно-частотные спектры для различных соотношений чисел лопаток статора и ротора приведены на рисунках 8–10. Колебания периферийного сечения являются устойчивыми, причем колебания в окружном направлении включают, в основном 1-ю форму, колебания в осевом направлении включают 1-ю и 2-ю формы, а во вращение основной вклад вносит 3-я форма колебаний (крутильные колебания). При переходе от варианта А ($z_1:z_2 = 7:16$) к варианту В ($z_1:z_2 = 13:16$) амплитуда поперечных колебаний периферийного сечения уменьшается на 20–25 %, амплитуда крутильных колебаний – в 5–6 раз.

Итак, увеличение соотношения чисел лопаток НА и РК от 7:16 к 13:16 приводит к снижению неравномерности распределения параметров в зазоре в окружном направлении и соответственно к уменьшению нестационарных нагрузок и амплитуд колебаний рабочих лопаток.



а, б – режим А; в, г – режим В

Рис. 10. Поворот периферийного сечения лопатки около центра тяжести

Литература

1. Bolcs A. Aeroelasticity in Turbomachines – Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results / A. Bolcs, T.H. Fransson // Communication du LTAT-EPFL, Lausanne, Switzerland. – 1986. – No 13. – P. 174.

2. *Fransson T.H.* Viscous and Inviscid Linear/Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration / T.H. Fransson, M. Jöcker, A. Böles, P. Ott // ASME Journal of Turbomachinery. – 1999. – № 121. – P. 717-725.

3. *Gnesin V.I.* A numerical modelling of stator- rotor interaction in a turbine stage with oscillating blades / V.I. Gnesin, L.V. Kolodyazhnaya, R. Rzadkowski // Journal of Fluid and Structure. – 2004. – № 19. – P. 1141-1153.

4. *Cinnella P.* A Numerical Method for Turbomachinery Aeroelasticity / P. Cinnella, P.De. Palma, G. Pascasio, M. Napolitano // Journal of Turbomachinery. – 2004. – V. 126. – P. 310-316.

5. *Gnesin V.I.* Numerical modelling of the 3d viscous flow through a vibrating turbomachine blade row / V.I. Gnesin, L.V. Kolodyazhnaya, R. Rzadkowski // In book K.D. Papailiou, F. Martelli, M. Mann: Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics, Proceedings of the 7th International Conference held in Athens-Greece. – 5-9 March 2007. – P. 1273-1284.

6. *Гнесин В.И.* Численный анализ аэроупругих характеристик турбинной ступени в трехмерном потоке вязкого газа / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. научн. трудов. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – № 6. – С. 13-22.

7. *Cebeci T.* Analysis of Turbulent Boundary Layers / T. Cebeci, A.M. Smith // New York: Academic Press. – 1974. – 230 p.

8. *Baldwin B.* Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow / B. Baldwin, L. Lomax // AIAA Paper 78-0257. – 1978. – P. 1-45.

9. *Gnesin V.* A Coupled Fluid-Structure Analysis for 3D Flutter in Turbomachines / V. Gnesin, R. Rzadkowski, L. Kolodyazhnaya // ASME 2000-GT-380, Intern. Gas Turbine and Aeroengine Congress, Munich, Germany, 8-11th, May. – 2000. – P. 1-9.

10. *Годунов С.К.* Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.

11. *Гнесин В.И.* Численный анализ нестационарных явлений в турбинной ступени с учетом колебаний лопаточных аппаратов / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Проблемы машиностроения. – 2002. – Т. 5, №1. – С. 20-28.

12. *Гнесин В.И.* Численный анализ самовозбуждающихся колебаний лопаточных венцов турбомшины в трехмерном потоке вязкого газа / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, А.Н. Слипченко // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. научн. трудов. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – № 2. – С. 16-25.

© Гнесин В.И., Колодяжная Л.В., 2009