

УДК 536.246

О.А. ЛИТВИНЕНКО, канд. техн. наук, И.А. МИХАЙЛОВА

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,  
г. Харьков, Украина*

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИ ДВУХФАЗНОГО  
ПЕРЕНОСА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

Представлено можливість математичного та чисельного моделювання теплофізичних процесів на прикладі двофазного переносу теплоти в пористому середовищі. Виконано зіставлення результатів експерименту з результатами чисельного рішення на ЕОМ. Показано, що запропонована математична модель двофазного теплообміну достатньо точно співпадає з фізичною моделлю.

Possibility of the mathematical and numerical modeling of the thermo physical processes on the example of two-phase heat exchange in a porous environment is presented. Comparison of the experiment with numerical modeling is executed. It was shown the mathematical model of the two-phase heat exchange is adequate to physical model.

Математическое и численное моделирование дает возможность исследовать различного рода физические процессы в тех случаях, когда эксперимент в реальных условиях провести невозможно или нецелесообразно. Одним из примеров численного эксперимента может служить исследование процессов тепло- и массообмена в пористой среде, насыщенной двухфазной жидкостью, выполненное в [1]. Для рассматриваемых теплофизических процессов выбрана математическая модель, достаточно точно их описывающая, разработан метод численной реализации и создан программный комплекс, дающий возможность вводить исходные данные и получать результаты как численные, так и графические.

Традиционно к проблеме двухфазного течения в пористой среде подходили с позиций так называемой модели независимого движения фаз, которая основана на единообразной постановке. В этой модели газовая и жидкостная фазы рассматриваются как отдельные жидкости с индивидуальными термодинамическими и транспортными свойствами и различными скоростями течения. Другим подходом является моделирование двухфазной среды в целом, что позволяет уменьшить число разрешающих уравнений сохранения и энергии [2, 3]. Такая двухфазная смешанная модель и выбрана для описания процессов в пористом резервуаре в предложенном исследовании.

Основополагающая идея модели основана на представлении о существовании области в пористом теле, занятом как паром, так и жидкостью. Это положение подтверждается экспериментами и объясняется очевидным фактом наличия размытой двухфазной зоны при вытеснении смачивающей поверхность пор жидкостью не смачивающую. Если первоначально в пористом теле присутствовал только пар, то при контакте поверхности пористого тела со смачивающей жидкой фазой происходит постепенное вытеснение пара. В случае переохлажденной жидкости происходит конденсация пара, и жидкость продвигается в глубь пористого тела. Если выход пара ограничен непроницаемой твердой стенкой с противоположной стороны по отношению к входному сечению и к этой поверхности приложен тепловой поток, то происходит

вскипание жидкости, достигшей стенки. Таким образом, устанавливается равенство массовых скоростей жидкой и паровой фаз

$$\rho_l \mathbf{u}_l = -\rho_v \mathbf{u}_v. \quad (1)$$

При этом передаваемый тепловой поток равен

$$q = r\rho_l \mathbf{u}_l = -r\rho_v \mathbf{u}_v, \quad (2)$$

где  $r$  – теплота парообразования.

Механизм вытеснения газа из пористого тела жидкостью представляет собой актуальную задачу теории тепловых труб, фильтрации, осушении и обводнении грунтов и т.д. Точное решение этой проблемы, по всей видимости, невозможно в связи с разнообразием форм пористых материалов и свойств сред.

Двухфазная смешанная модель включает в себя уравнения сохранения массы, импульса и энергии, а также граничные и начальные условия. Все физические свойства многофазной смеси являются следствием свойств ее составляющих, поэтому для построения уравнений сохранения определены несколько усредненных свойств смеси.

При этом взаимное перемещение пара и жидкости определяется капиллярным давлением

$$p_c = \left( \frac{\varepsilon}{K} \right)^{1/2} \sigma J(s), \quad (3)$$

величина которого связывается посредством функции Лаверетта  $J(s)$  с насыщенностью пористого материала жидкостью  $s$ . В (3)  $\varepsilon$  – объемная пористость,  $\sigma$  – поверхностное натяжение,  $K$  – проницаемость.

Опуская преобразования, отметим, что в конечном итоге процесс передачи теплоты с помощью взаимного перемещения фаз теплоносителя описывается уравнением относительно относительной энтальпии  $H$ :

$$\Omega \frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{\Gamma_h}{\rho} \nabla H \right), \quad (4)$$

где

$$\Omega = \varepsilon + \rho_s c_s (1 - \varepsilon) \frac{dT}{dH}, \quad (5)$$

$$\frac{\Gamma_h}{\rho} = D + k_{eff} \frac{dT}{dH}. \quad (6)$$

Здесь  $dT/dH$  – производная от температуры по энтальпии смеси;  $k_{eff}$  – эффективная теплопроводность пористого материала;  $D$  – коэффициент капиллярной диффузии, который отражает взаимное перемещение фаз и зависит от локальных значений капиллярного напора и подвижности фаз.

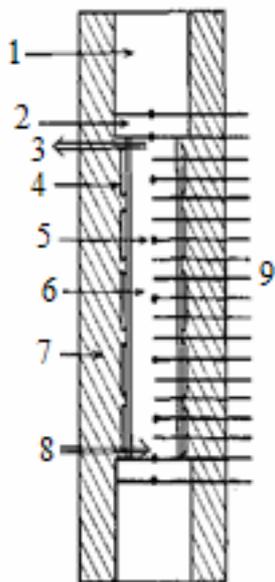
Уравнения (4)–(6) справедливы как для двухфазной области, так и в области пара или жидкости. В двухфазной области предполагается, что передача энергии

происходит только за счет диффузии, а теплообмен между скелетом пористого тела и теплоносителем отсутствует.

Численная реализация для течения и теплообмена в пористой среде в соответствии с моделью двухфазной среды выполнена методом конечных элементов в двумерной постановке.

Для доказательства справедливости модели и точности разработанных алгоритмов и программы, было проведено сопоставление результатов расчета с экспериментом, проведенным Юделлом [4].

Юделл провел эксперимент по исследованию тепло- и массообмена в системе песок – вода – пар, обогреваемой сверху и охлаждаемой снизу. В эксперименте использовалась трубка из стекловолокна длиной 25,4 см и внутренним диаметром 5,4 см, в которую помещался песок с размерами песчинок 65–100 меш (рис. 1).



- 1 – медный блок с нагревателем; 2 – эталон;  
3 – выход пара; 4 – нагревательные ленты;  
5 – нихромовая спираль; 6 – песчаный слой;  
7 – изоляция; 8 – вход жидкости; 9 – термопары

Рис. 1. Экспериментальная установка

Сопоставление экспериментальных данных и результатов численного решения дало практически точное совпадение. Температурный профиль, полученный в результате численного решения, представлен на рис. 2б, где также показано существование зоны жидкости, зоны пара и двухфазной изотермичной зоны с температурой насыщения 100 °С.

Из законов сохранения энергии и массы следует, что в этой изотермической зоне существует направленный снизу вверх поток массы жидкой фазы, обусловленный разностью капиллярных давлений. Тепловой поток в верхней части этой зоны идет на испарение воды, в результате которого создается встречный поток пара. Течение пара возможно благодаря наличию небольшого градиента давления. Тепло, выделяемое при конденсации пара в нижней части этой зоны, уравнивает тепловой поток к заполненной жидкостью нижней зоне. Таким образом, равные между собой массовые потоки жидкости и движущегося вниз пара, выражаются как отношение теплового

В результате проведения эксперимента установлено, что в стационарных условиях в системе имеются три различные области (рис. 2а). Температура верхней области превышает температуру насыщения и линейно изменяется по мере удаления от источника теплоты. В нижней области, где согласно измерениям, температура ниже температуры насыщения, профиль температуры тоже линеен. Эти результаты свидетельствуют о преобладании механизма теплопроводности. Область между верхней и нижней зонами теплопроводности почти изотермична и с точностью 1 °С находится вблизи температуры насыщения. Здесь преобладающим механизмом теплоотдачи является конвекция.

потока к теплоте испарения. Описанный теплообмен аналогичен хорошо известному теплообмену в тепловых трубах.

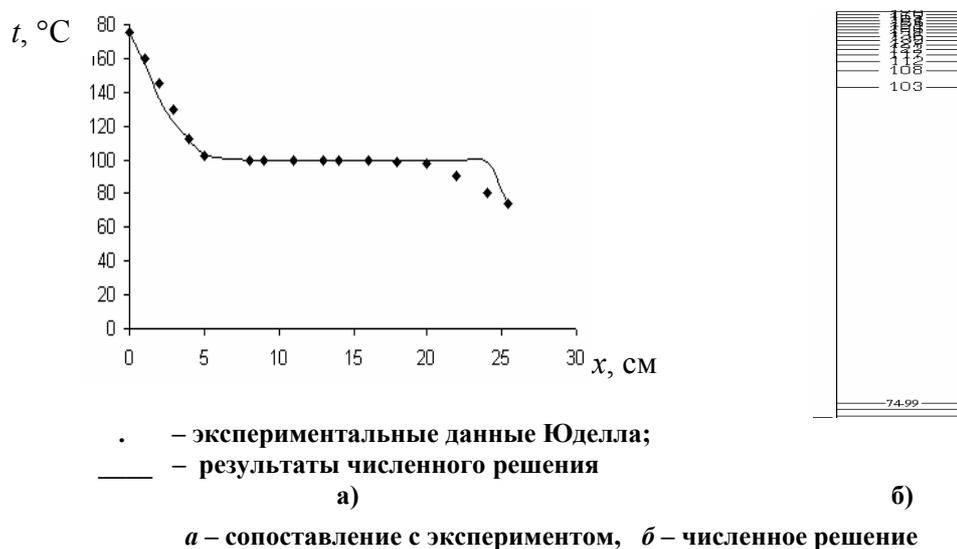


Рис. 2. Профиль температуры для песка, насыщенного водой (пористость 0,38, тепловой поток 1510 Вт/м<sup>2</sup>)

Из проведенного сопоставления результатов численного эксперимента с реальным, можно утверждать, что выбранная математическая модель хорошо согласуется с физической моделью двухфазного теплообмена, предложенной в эксперименте Юделлом. Разработанный расчетный метод и программа на ЭВМ позволяет исследовать процессы кипения и конденсации различных теплоносителей в пористой среде, изучать влияние на процессы двухфазного переноса выбора материала пористой среды, исследовать влияние таких характеристик пористого тела, как проницаемость и пористость.

#### Литература

1. Литвиненко О.А. Совершенствование систем охлаждения лопаток газовых турбин на основе применения жидкометаллических теплоносителей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.05.16. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2004. –144 с.
2. Wang Chao-Yang A two-phase mixture model of liquid-gas flow and heat transfer in capillary porous media – I. Formulation / Chao-Yang Wang, C. Beckermann // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1993. – Vol. 36, No.11. – P. 2747-2758.
3. Wang Chao-Yang Numerical Study of boiling and natural convection in capillary porous media using the two-phase mixture model / Chao-Yang Wang, C. Beckermann // Numerical Heat Transfer. – 1994. – Part A, 26. – P. 375-398.
4. Юделл К.С. Исследование теплообмена при испарении и конденсации жидкости в обогреваемой сверху пористой среде с учетом капиллярных эффектов // Теплопередача. – 1983. – Т. 105, № 3. – С. 63-70.