

УДК 536.2

**В.Б. ВЕСЕЛОВСКИЙ**, канд. физ.-мат. наук; доц. ДНУ им. О. Гончара,  
г. Днепропетровск

**В.В. БЕЛЯЕВА**, канд. техн. наук; доц. ДНУ им. О. Гончара, г. Днепропетровск

**А.В. ГРИБАНОВА**, аспирант ДНУ им. О. Гончара, г. Днепропетровск

**Р.А. КИРИЧЕНКО**, магистр ДНУ им. О. Гончара, г. Днепропетровск

### **РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Представлена математична модель та обчислювальні методи визначення теплофізичних параметрів тіл на основі експериментальних вимірювань методом лазерного імпульсу. Отримані розв'язки задачі нестационарної теплопровідності для складових елементів конструкції з уніфікованими зовнішніми граничними умовами та умовами неідеального теплового контакту. Наведені результати обчислювальних експериментів.

The mathematical model and computational methods of determination of bodies' thermal physical parameters on the basis on experimental measurements by the laser flash method are presented. Solutions of unstationary heat conduction problem for constituent elements of construction with unified external boundary conditions and conditions of nonideal thermal contact were obtained. Results of computational experiments are given.

В настоящее время интенсификация теплообменных технологических процессов приводит к более жестким требованиям, к постановке соответствующих математических моделей и эффективности методов их реализации. Поэтому актуальной проблемой моделирования процессов теплопереноса являются проблемы высокоинтенсивного нестационарного переноса тепла.

В разных процессах обработки материалов концентрированными потоками энергии используется тепловое действие плазменного потока, лазерного или электронного луча. Создаются условия скачкообразного изменения температуры поверхности твердого тела или среды (так называемый тепловой удар), которое граничит с ней, что приводит к появлению в телах мощной волны термического напряжения, достаточной для условий изменений как прочностных, так и теплофизических характеристик. Систематические исследования фазовых и структурных превращений в сплавах при повышенных скоростях нагрева показали, что быстрый нагрев сплавов позволяет получить структуры, которые не могут быть созданы стандартными видами термообработки.

В последнее время большой интерес вызывает метод лазерного импульса [1], сущность которого состоит в поглощении в тонком слое нагреваемой поверхности образца импульса энергии и регистрации изменения во времени температуры его обратной поверхности. Полученная экспериментальная информация содержит данные, связанные с коэффициентом температуропроводности, удельной теплоемкостью, коэффициентом теплопроводности образца, а также с контактным термическим сопротивлением для составной конструкции.

В инженерной практике многослойные конструкции, как правило, используют для уменьшения утечек тепла или для предохранения элементов конструкций от воздействия высоких тепловых потоков. Сочетание различных материалов, их теплофизических свойств, толщин слоев позволяет выбрать конструкцию, оптимальную по весу и объему, исходя из заданного теплового режима.

Анализ литературы по рассматриваемой проблеме показал, что математическая постановка задачи, основанная на параболическом уравнении, лежащая в основе метода лазерного импульсного нагрева, является источником методических погрешностей, которые необходимо учитывать в реальном эксперименте.

В работе [2] предложены унифицированные математические модели контактного теплообмена для составных тел в зависимости от условий тепловых воздействий. Модели построены на основе рассмотрения контактного теплообмена для двухслойной системы неограниченных пластин. Для реализации моделей нужны решения соответствующих задач нестационарной теплопроводности для составных тел. Анализ литературы показал, что эффективным методом решения таких задач является операционный метод, основанный на интегральном превращении Лапласа. В работах [3, 4] структурным методом получены решения задач контактного теплообмена.

Целью настоящего исследования является разработка математических моделей и вычислительных методов определения теплофизических параметров тел на основе экспериментальных измерений методом лазерного импульса.

Выявим структуру формирования температурного поля в системе двух теплоизолированных с боковой поверхности полубесконечных стержней, имеющих разные температуры, свободные торцы которых в определённый момент времени приведены в соприкосновение. Теплофизические свойства стержней разные. Начало координат поместим на поверхности стыковки стержней.

Математическая формулировка задачи имеет вид

$$\tau_r \frac{\partial^2 T_v(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial T_v(x, \tau)}{\partial \tau} = a_v \frac{\partial^2 T_v(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$v = 1, 2, \quad \tau > 0, \quad x > 0;$$

$$T_v(x, 0) = T_{v,0}; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial T_v(x, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_v(0 \pm \infty, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (4)$$

$$T_1(0, \tau) = T_2(0, \tau); \quad (5)$$

$$\frac{\lambda_1}{\tau_r^1} \int_0^t \frac{\partial T_1(0, \eta)}{\partial x} e^{\frac{\eta-\tau}{\tau_r^1}} d\eta = -\frac{\lambda_2}{\tau_r^2} \int_0^t \frac{\partial T_2(0, \eta)}{\partial x} e^{\frac{\eta-\tau}{\tau_r^2}} d\eta, \quad (6)$$

где  $T$  – температура,  $\tau$  – время,  $x$  – координата,  $\tau_r$  – время релаксации теплового потока,  $a$ ,  $\lambda$  – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности.

Решение краевой задачи (1)–(6) имеет вид

$$T_v(x, \tau) = T_{1,0} + (-1)^v (T_{1,0} - T_{2,0}) b_2 \left[ \frac{1}{A_{0,v}} - \frac{1}{A_{0,v}} \cdot e^{-\frac{A_{1,v}}{A_{0,v}} \tau} \left( \frac{A_{1,v}}{A_{0,v}} - \frac{(B_{0,v}^*)^2 + \tau_r^v}{2!} \right) + \right. \\ \left. + \frac{(B_{0,v}^*)^2 \tau_r^v}{A_{1,v}} \left( e^{-\frac{A_{1,v}}{A_{0,v}} \tau} + \delta(\tau) \right) - \frac{B_{0,v}^*}{\sqrt{\pi \tau}} \left( \frac{1}{A_{0,v}} + \frac{\tau_r^v}{A_{1,v}} \right) \right], \quad (7)$$

где 
$$B_0^* = \frac{x}{\sqrt{a_v}}; A_{0,v} = \frac{b_1 + b_2}{b_v}; A_{1,v} = \frac{b_2 \tau_r^1 + b_1 \tau_r^2}{b_v}.$$

Без учёта релаксации тепловых потоков ( $\tau_r^1 = \tau_r^2 = \tau_r = 0$ ) полученное решение (7) переходит в классическое. Если стыкуются стержни с одинаковыми временами релаксации теплового потока ( $\tau_r^1 = \tau_r^2 = \tau_r$ ), то температура поверхности стыковки стержней устанавливается мгновенно после соприкосновения и остаётся постоянной в процессе теплообмена стержней. Эта температура равна классическому значению.

Изменение температуры поверхностей торца в месте соприкосновения стержней

$$\begin{aligned} \Delta T = & \frac{1}{A_{0,v}} - \frac{1}{A_{0,v}} e^{-\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}} \tau} + \frac{1}{2!} \frac{(B_{0,v}^*)^2 + \tau_r^v}{A_{1,v}} e^{-\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}} \tau} + \frac{(B_{0,v}^*)^2 \tau_r^v}{A_{1,v}} \delta(\tau) - \\ & - \frac{(B_{0,v}^*)^2 \tau_r^v A_{0,v}}{A_{1,v}^2} e^{-\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}} \tau} - \frac{B_{0,v}^*}{A_{1,v}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n! \tau^n}{2^{3/2} \cdot \Gamma\left(\frac{7}{2} + n\right)} L_n^{5/2} \left(-2 \cdot \frac{A_{0,v}}{A_{1,v}} \tau\right) + \\ & + \frac{B_{0,v}^* \tau_r^v}{A_{1,v}} \left[ \left(\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}}\right)^{-3/2} \cdot e^{-\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}} \tau} \cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}}} \tau\right) - \frac{2}{\left(\frac{A_{0,v}}{A_{1,v}}\right)} \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $L_n^\alpha$  – полином Лагерра,  $\Gamma(\beta + n)$  – гамма-функция.

Полученные данные свидетельствуют о том, что причиной формирования температурного поля является разность температур стержней, и объясняют, как именно она преобразуется в температуру контакта стержней и в температуру каждого из стержней в любом сечении  $x$  [5, 6].

Тепловой поток, протекающий через поверхность соприкосновения тел, находим по формуле

$$\bar{q}_1(0, p) = \bar{q}_2(0, p) = -\lambda_2 \frac{d\bar{T}_2(x, p)}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{\lambda_1}{\tau_r^1 p + 1} \frac{d\bar{T}_1(x, p)}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot (T_{1,0} - T_{2,0})}{\sqrt{p} (b_1 + b_2 \sqrt{\tau_r^1 p + 1})}. \quad (9)$$

Применив теорему о начальном значении, получим  $q(0,0) = b_1 (T_{1,0} - T_{2,0}) \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_r^1}}$ .

Таким образом, тепловой поток  $q(0,0)$  имеет конечное значение  $b_1 (T_{1,0} - T_{2,0}) \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_r^1}}$ , тогда как в случае соприкосновения тел, перенос тепла в которых описывают обычным уравнением теплопроводности, тепловой поток  $q(0,0)$  должен быть бесконечно большим. В результате

$$\lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \bar{T}(0, p) = \lim_{t \rightarrow 0} T(0, t) = T_{2,0}; \quad \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \bar{T}(0, p) = \lim_{t \rightarrow 0} T(0, t) = \frac{b_1 T_{1,0} + b_2 T_{2,0}}{b_1 + b_2}.$$

Следовательно, температура  $T(0, \tau)$  за промежуток времени практически соизмеримый со временем релаксации  $\tau_r$ , изменяется от  $T_{2,0}$  до значения  $\frac{b_1 T_{1,0} + b_2 T_{2,0}}{b_1 + b_2}$ , которое мгновенно устанавливается при соприкосновении стержней, в которых перенос тепла описывают уравнением Фурье.

Результаты вычислительных экспериментов для различных материалов приведены на рис. 1. Принято, что длина стержня  $L = 1,5 \cdot 10^{-3}$  м,  $T_0 = 20$  °С,  $q = 5 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>, время действия теплового импульса  $10^{-8}$  с.

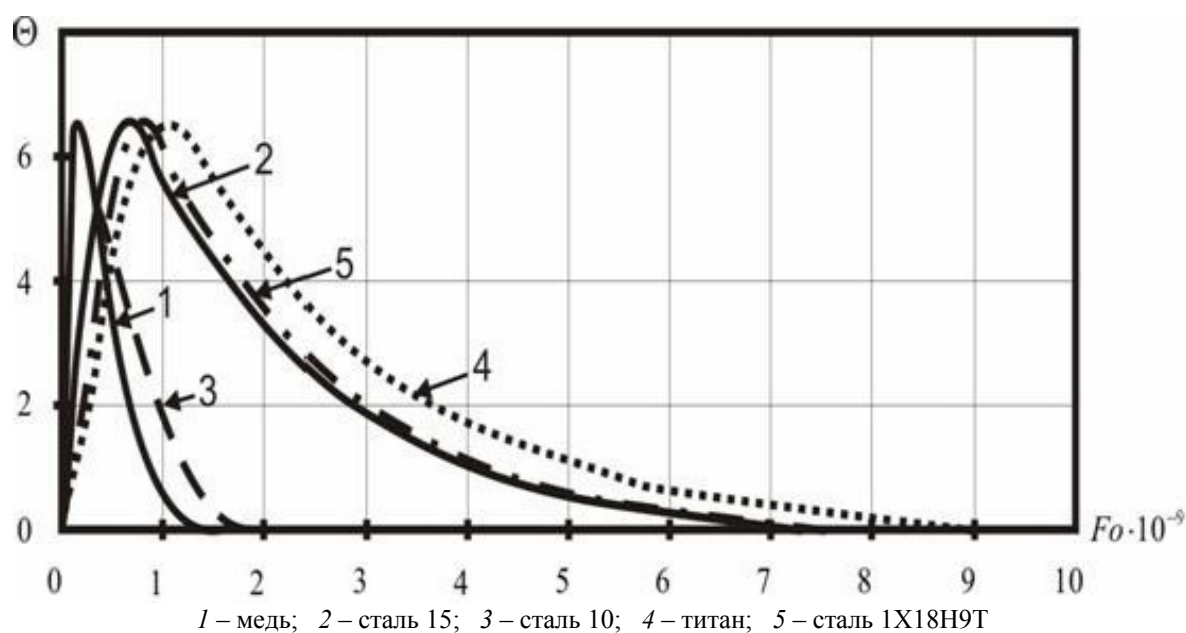


Рис. 1. Изменение температуры на торце стержня для материалов

Анализ температурного поля ограниченного стержня при граничных условиях второго и первого рода, полученного структурным методом, показал, что при временах равных времени релаксации теплового потока наблюдается локальное повышение температуры.

Результаты вычислительных экспериментов по изменению температуры во времени на торце стержня использованы для определения коэффициента температуропроводности по методу лазерного импульса (рис. 2, 3).

Анализ результатов показал, что при малых числах Фурье (до 0,2) коэффициент температуропроводности увеличивается в 2–3 раза. При увеличении числа Фурье до 1, коэффициент температуропроводности достигает стабильных табличных значений. Таким образом, при исследовании процессов теплообмена при малых значениях числа Фурье необходимо учитывать значительное увеличение коэффициента температуропроводности при экстремальных воздействиях. Последующее уменьшение числа Фурье приводит к значительному увеличению коэффициента температуропроводности, потому рассмотрение этого вопроса нуждается в физическом и математическом обосновании.

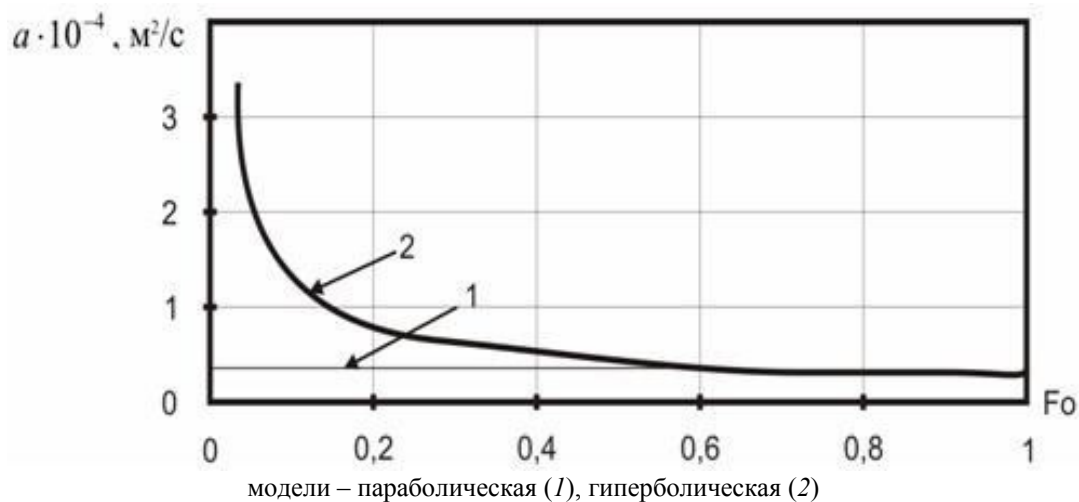


Рис. 2. Температуропроводность титана

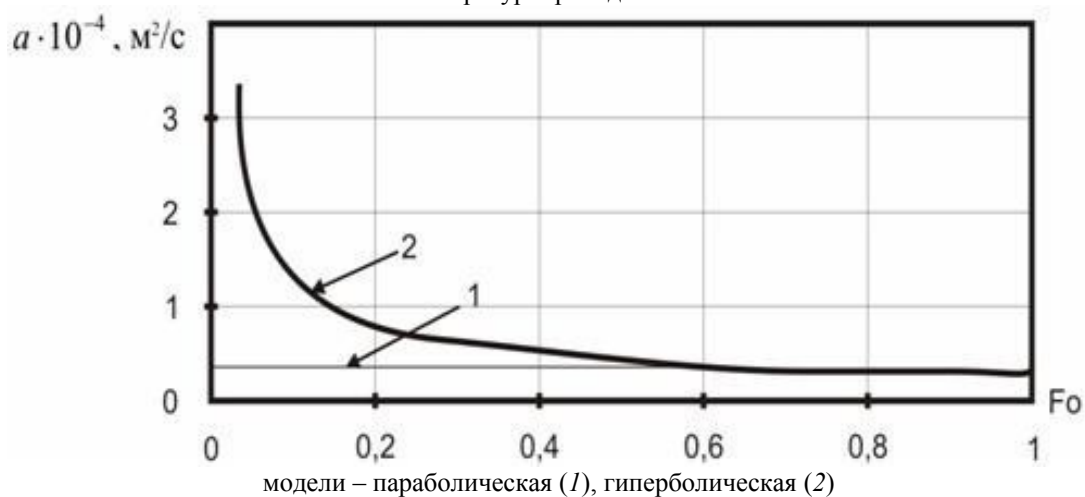


Рис. 3. Температуропроводность стали 1X18H9T

Использование метода Паркера при высокоинтенсивном тепловом воздействии требует применения обобщённого закона Фурье. При исследовании процессов теплообмена при малых значениях числа Фурье необходимо учитывать значительное увеличение коэффициента температуропроводности при экстремальных воздействиях. Установлено, что при экстремальных тепловых воздействиях в условиях идеального теплового контакта при временах релаксации теплового потока возникает контактное термическое сопротивление в составных элементах конструкции. Полученные решения содержат постоянные  $\lambda, a, \tau, \sqrt{\frac{a}{\tau_r}}$ , которые характеризуют релаксирующий процесс теплопроводности в среде [7, 8].

Влияние конечной скорости распространения тепла на амплитуду, затухание и фазу температурных колебаний может быть использовано для экспериментального определения скорости распространения тепла или времени релаксации теплового потока.

Интенсификация энергетических и технологических процессов, связанная с повышением теплонапряженности многослойных элементов конструкций, работающих часто на предельных температурных режимах, предъявляет особенно жесткие требования к полноте и точности результатов исследований теплообмена. Поэтому

расчет теплового и теплонапряженного состояния многослойной конструкции требует более строгой постановки задачи, а также повышенной точности задания граничных условий и других параметров тепло- и массопереноса. Методы, основанные на решении обратных задач, продолжают оставаться актуальным быстроразвивающимся направлением исследований в науке и технике. В ряде случаев они оказываются наиболее эффективным или даже единственно возможным инструментом для получения требуемых результатов и повышения качества исследований при проектировании и отработке технических объектов, а также процессов производства материалов и изделий.

Основное распространение методы обратных задач получили при экспериментальном изучении нестационарных, высокоинтенсивных тепловых процессов. Применение методологии обратных задач для решения комплексных проблем идентификации математических моделей теплообмена является актуальным направлением исследований в проектировании теплонагруженных конструкций и экспериментальной отработке тепловых режимов летательных аппаратов.

Обратная задача теплопроводности для системы трехслойных пластин формулируется следующим образом. Требуется по замерам температур на стыке второй и третьей пластины найти изменение температуры и теплового потока на внешней поверхности третьей пластины ( $x = 1$ ).

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \beta_v \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (10)$$

$$v = 1, 2, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq \tau \leq \infty,$$

$$T_2(1, \tau) = f_{2,3}(\tau), \quad \frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$T_v(x, 0) = 0. \quad (12)$$

Условия на стыке пластин:

$$-\frac{\lambda_1}{R_1} \frac{\partial T_1(1, \tau)}{\partial x} = \frac{1}{R_{1,2}} (T_1(1, \tau) - T_2(0, \tau)), \quad \frac{\lambda_1}{R_1} \frac{\partial T_1(1, \tau)}{\partial x} - \frac{\lambda_2}{R_2} \frac{\partial T_2(0, \tau)}{\partial x} = \omega_{1,2}. \quad (13)$$

В (9)–(13)  $\tau = \frac{a_2}{R_2} t$ ,  $x = \frac{x_v}{R_v}$  – безразмерные время и координата;  $\beta_v = \frac{a_v}{a_2} \frac{R_2^2}{R_v^2}$ , где

$a_v, R_v$  – коэффициент температуропроводности и толщина  $v$ -ой пластины.

Решение задачи Коши для третьей пластины имеет вид

$$T_3(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^{2n}}{(2n)!} f_2^{(n)}(\tau) - \frac{x}{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x)^{2n}}{(2n+1)!} g_2^{(n)}(\tau), \quad (14)$$

где

$$g_2(\tau) = -\frac{\lambda_2}{R_2} \frac{\partial T_2(1, \tau)}{\partial x}; \quad f_2(\tau) = f_3(\tau).$$

Решение задачи (9)–(13) операционным методом имеет следующий вид:

$$T_v(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{v,n}(x) f_{2,\nu}^{(n)}(\tau) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\overline{f_{2,\nu}(p)}}{\Psi'(p_k)} Q_v(x) \exp(p_k \tau),$$

где комплексы  $\Omega_{v,n}(x)$ ,  $Q_v(x)$ ,  $\Psi'(p_k)$  определяются по соотношениям.

Решение (14) при заданных  $f(\tau)$  и  $g(\tau)$  позволяет найти искомые изменения температуры  $T_w$  и теплового потока  $q_w(\tau)$ . Однако в такой интерпретации решения (14), где функции  $f(\tau)$ ,  $g(\tau)$  известны из эксперимента с некоторой погрешностью, необходимо учитывать и тот факт, что вычисление операторов дифференцирования  $f^{(n)}(\tau)$ ,  $g^{(n)}(\tau)$  неустойчиво к возмущениям в исходных данных. Таким образом, имеем типичную некорректную задачу, для построения устойчивого решения которой необходимо построение регуляризирующих алгоритмов.

Сохраним в решении (14) конечное число слагаемых  $N$ . Введем обозначения

$$Z_1(\tau) = f'(\tau), Z_2(\tau) = f''(\tau), \dots, Z_n(\tau) = f^{(N)}(\tau). \quad (15)$$

Тогда решение (14) с учетом обозначений (15) записывается в виде

$$T(x, \tau) = f(\tau) + \frac{x^2}{2!} Z_1(\tau) + \frac{x^4}{4!} Z_2(\tau) + \dots + \frac{x^{2N}}{2N!} Z_N(\tau). \quad (16)$$

Таким образом, граничные условия при  $X = 1$  восстанавливаются соотношением (16), в котором функции  $Z_k(\tau)$  находятся из решения интегральных уравнений (15).

$$AZ_k = \int_0^{\tau} \frac{(\tau - \eta)^{k-1}}{(k-1)!} Z_k(\eta) d\eta = U(\tau), \quad (17)$$

где правая часть задается приближенно, т.е.  $U = U_{\delta} = f(\tau) - \sum_{\nu=0}^{k-1} f^{(\nu)}(\tau) \frac{\tau^{\nu}}{\nu!}$ .

Здесь  $\delta$  – числовой параметр, характеризующий погрешность правой части уравнения (17).

Интегральное уравнение (17) с помощью метода конечных сумм (формулы прямоугольников, трапеций Симпсона) может быть сведено к системе линейных алгебраических уравнений.

$$\sum_{r=0}^n K_{r,S} q_r = f_S, \quad (18)$$

где  $r, S$  – время, выраженное в единицах дискретности  $\Delta t$ .

Задачу аппроксимации экспериментально измеренной температуры, заданной на множестве  $T \{ \tau_0, \tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n \}$  полиномами степени  $\rho$ ,  $\rho \leq 0$ , свеем к определению многочленов

$$U_\rho(\tau) = a_0 \cdot H_0(\tau) + a_1 \cdot H_1(\tau) + \dots + a_\rho \cdot H_\rho(\tau), \quad (19)$$

где многочлены  $\{H_k(\tau)\}, (k = 0, 1, 2, \dots, \rho)$  ортогональные на системе точек  $T$ . В частности, если (19) состоит из целых неотрицательных степеней переменной  $\tau$ , то есть

$$H_0(\tau) = 1, \quad H_1(\tau) = \tau, \quad H_2(\tau) = \tau^2, \quad \dots,$$

то  $U_\rho(\tau) = a_0 + a_1\tau + \dots + a_\rho\tau^\rho$  есть обычный полином степени  $\rho$ .

Для искомого многочлена квадратичное отклонение

$$\Omega_\rho = \sum_{s=0}^N [U_\rho(\tau_s) - f(\tau_s)]^2 = \min. \quad (20)$$

Таким образом, правые части интегральных уравнений – известную из эксперимента температуру – аппроксимируем по методу наименьших квадратов многочленами (19) и тем самым выравнивая ошибку в задаче этих функций, получаем лучшее в смысле критерия наименьших квадратов согласие с соответствующей действительности значениями, а неизвестные функции  $q(\tau)$  интегральных уравнений ищем как

$$Q_\rho(\tau_r) = \sum_{j=0}^{\rho} C_j \omega_j(\tau_r), \quad (21)$$

где многочлены  $\{\omega_j(\tau_r)\}, (j = 0, 1, 2, \dots, \rho)$  ортогональные на системе точек  $T$ . В частности, если (21) состоит из целых неотрицательных степеней переменной  $\tau$ , то есть  $\omega_0(\tau) = 1, \omega_1(\tau) = \tau, \omega_2(\tau) = \tau^2, \dots, \omega_\rho(\tau) = \tau^\rho, \dots$ , то  $Q_\rho(\tau) = C_0 + C_1\tau + \dots + C_\rho\tau^\rho$  есть обычный полином степени  $\rho$ .

Для искомого многочлена  $Q_\rho(\tau_r)$  должно выполняться условие

$$\Omega_\rho^* = \sum_{r=0}^n [Q_\rho(\tau_r) - q(\tau_r)]^2 = \min, \quad (22)$$

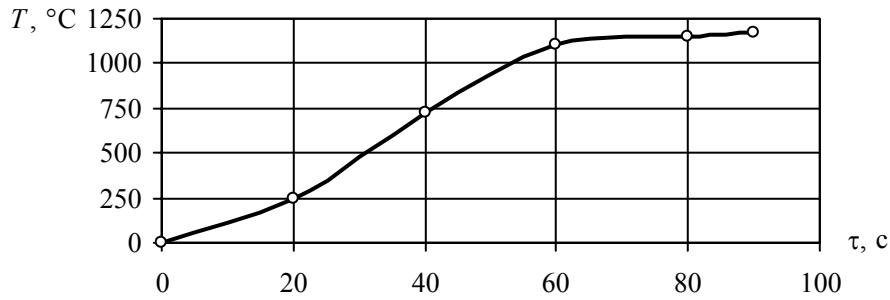
Заменяя  $q_r$  и  $f_s$  на  $Q_\rho(\tau)$  и  $U_\rho(\tau_s)$ , умножая обе части (18) на  $\omega_j(\tau_r)$  и проводя суммирование по  $r$  от 0 к  $n$  получаем систему уравнений для неизвестных коэффициентов  $C_j$ :

$$\sum_{j=0}^{\rho} A_{j,k} \cdot C_j = a_k; \quad k = 0, 1, 2, \dots, \rho, \quad (23)$$

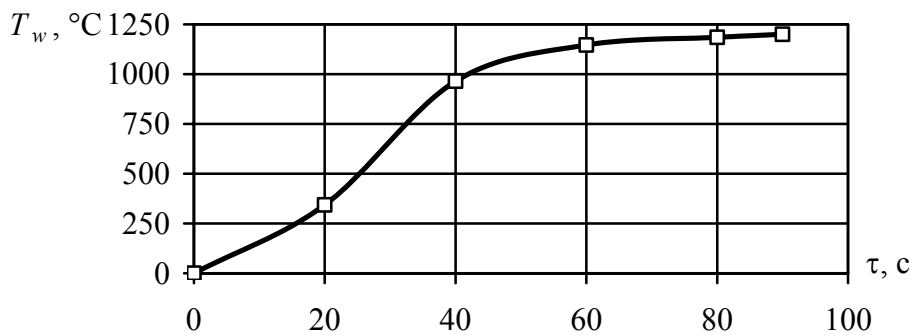
$$A_{j,k} = \sum_{r=0}^n \sum_{s=0}^n K_{r,s} \omega_j(\tau_r) \cdot \omega_k(\tau_s). \quad (24)$$



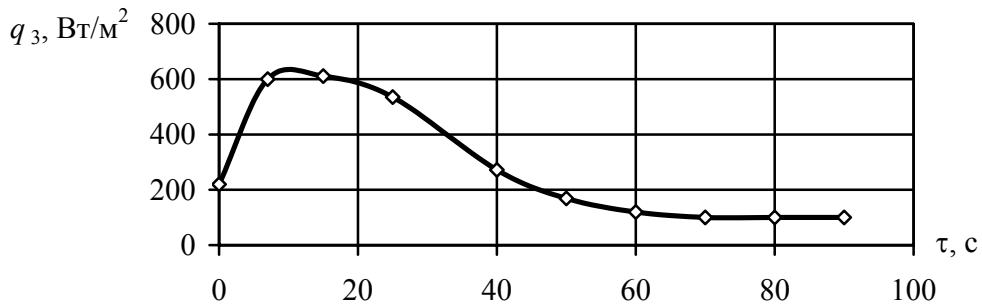
Ее и следует решать численно. Она имеет значительно меньший порядок, чем исходная система, и хорошо обусловленная. По найденным  $C_j$  с (8) определяем неизвестную функцию, предполагая  $q_r \approx Q_p(\tau_r)$ .



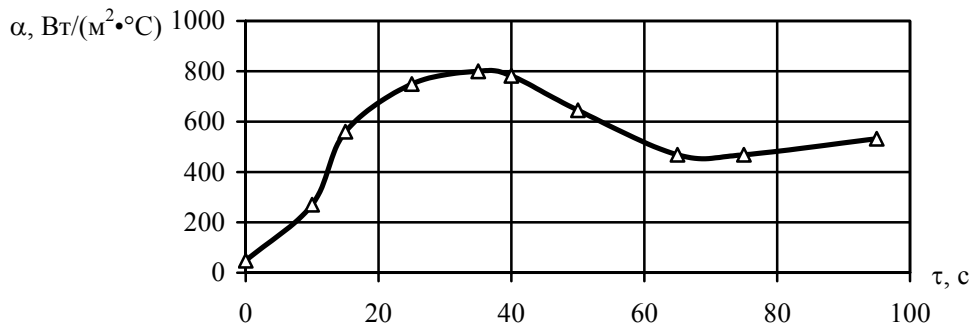
а)



б)



в)



г)

а – экспериментальная температура  $f_{2,3}(\tau)$ ; б – температура поверхности  $T_{3,w}(1, \tau)$ ;  
 в – тепловой поток  $q_{3,w}(1, \tau)$ ; г – коэффициент теплоотдачи  $\alpha$

Рис. 4. Восстановленные граничные условия

Степень  $\rho$  ортогональных многочленов, что аппроксимируют заданную и искомую функцию, аналогичен параметру регуляризации.

Оптимальное значение  $\rho = \rho_0$  степени ортогонального многочлена, что аппроксимирует решение интегрального уравнения, выбираем из условия минимума функционала

$$\Omega_{\rho}^* = \frac{\sum_{r=0}^n [Q_{\rho}(\tau_r) - q_r]^2}{n - \rho}. \quad (25)$$

Таким образом, в случае использования ортогональных многочленов вычисление параметров  $a_k$  и  $C_j$  производится по готовым формулам, которые избавляют от необходимости решения системы нормальных уравнений.

При стендовой обработке камер сгорания производится измерение температуры поверхности в сечениях соответствующих корпусов узлов. На поверхности в сечении располагается по две точки замера, расположенных в диаметрально противоположных точках периметра корпуса. Экспериментальные данные и результаты решения обратной тепловой задачи для системы трехслойных пластин приведены на рис. 4а, б, в, г.

В реальных условиях измеряемые температуры (т.е. исходные данные для обратной задачи теплопроводности) являются случайными величинами из-за дефектов производства, технологии изготовления, загрязнения поверхности, погрешности измерения и обработки экспериментальной информации. Влияние погрешностей исходной информации на решение ОЗТ оценивалось с помощью метода статистических испытаний Монте-Карло. Анализ результатов статистического моделирования решения обратной задачи позволяет установить коридор ошибок искомых граничных условий.

Расчеты для трехслойной пластины показали, что погрешность в задании экспериментальной температуры до 5 % вызывает максимальные отклонения температуры поверхности до 10 % на временном интервале 0–55 с, а на остальном временном участке до 5 %, теплового потока – 20 % и 10 % соответственно.

**Список литературы:** 1. Parker W.I. Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity, and thermal conductivity // W.I. Parker, C.P. Butler, G.I. Abott // J. Appl. Phys. – 1961. – 32 (9). – PP. 1678-1684. 2. Веселовский В.В. Математические модели и определение контактного термического сопротивления в элементах конструкций / В.В. Веселовский // Диференціальні рівняння та їх застосування. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – С. 88-95. 3. Веселовский В.В. Решение задач контактного теплообмена структурным методом / В.В. Веселовский // Металлургическая теплотехника. – Днепропетровск: Пороги, 2007. – С. 62-70. 4. Веселовский В.В. Структурный метод решения задач теплопроводности для составных сред при экстремальных воздействиях / В.В. Веселовский // Диференціальні рівняння та їх застосування. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2006. – С. 55-67. 5. Веселовский В.В. Контактные термические сопротивления в условиях экстремальных тепловых воздействий / В.В. Веселовский, В.В. Веселовский, А.В. Грибанова // Металлургическая теплотехника. – Днепропетровск: Пороги, 2009. – С. 135-146. 6. Веселовский В.В. Определение контактных термических сопротивлений в условиях экстремальных тепловых воздействий / В.В. Веселовский, В.В. Веселовский, А.В. Грибанова // Динаміка та міцність машин, будівель, споруд: Зб. наук. праць Полт. НТУ. – Полтава, 2009. – С. 182-188. 7. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности: В 2-х т. – Киев: Наук. думка, 2003. – Т. 1. – 460 с.; Т. 2. – 392 с. 8. Model R. Thermal Transport Properties of Layered Materials: Identification by a new Numerical Algorithm for Transient Measurements / R. Model // Int. J. Thermophys. – 2005. – V. 26, No 1. – PP. 165-178. 9. Алифанов О.М. Обратные задачи как методологическая основа идентификации тепловых математических моделей // Теплообмен. – ММФ Минск: ИТМО АНБ, 2000. – Т. 3. – С. 3-13.

© Веселовский В.В., Беляева В.В., Грибанова А.В., Кириченко Р.А., 2011  
Поступила в редколлегию 03.03.11