

УДК 621.165

**В. И. ГНЕСИН**, д-р техн. наук, проф.; зав. отд. ИПМаш НАНУ, Харьков;  
**Л. В. КОЛОДЯЖНАЯ**, д-р техн. наук, с.н.с.; с.н.с. ИПМаш НАНУ, Харьков;  
**Р. ЖАНДКОВСКИ**, д-р техн. наук, проф.; зав. отд. ИПМ ПАН, Гданьск,  
Польша;  
**А. А. КОЛЕСНИК**, аспирант ИПМаш НАНУ, Харьков

## АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА ТУРБОМАШИНЫ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА

Представлен метод решения связанный аэроупругой задачи, позволяющий прогнозировать амплитудно-частотный спектр колебаний лопаток в трёхмерном потоке вязкого газа, включая вынужденные, самовозбуждающиеся колебания и автоколебания с целью повышения экономичности и надёжности лопаточных аппаратов турбомашин. Достоверность расчетных результатов подтверждается сопоставлением с экспериментом для 11-й стандартной конфигурации. Численный анализ связанных колебаний подтвердил для данного режима аэродемпфирование при взаимодействии первых шести собственных форм.

**Ключевые слова:** вязкий поток, лопаточный венец турбины, автоколебания, связанная аэроупругая задача, численное моделирование.

### Введение

Для повышения эффективности и надежности эксплуатации турбоагрегата необходимо прогнозирование аэроупругого поведения лопаточных венцов, чтобы исключить возможность проявления аэроупругой неустойчивости колеблющихся лопаток (флаттера).

Флаттер представляет собой самовозбуждающуюся неустойчивость под действием аэродинамических сил, вызванных вынужденными колебаниями лопаток, которые вызваны, в свою очередь, возмущающими силами при вращении лопаток в неоднородном вверх по течению потоке.

Стандартный подход к расчету флаттера облопаченных дисков основан на методе частотного анализа [1–3], в котором предполагается, что движение лопаток описывается гармоническими функциями по времени с постоянным углом сдвига фаз между соседними лопатками. Данный подход игнорирует эффект обратной связи влияния колеблющихся лопаток на основной поток газа.

В последнее время развиваются новые подходы, основанные на маршевой по времени схеме, включающей интегрирование уравнений аэродинамики и динамики упругих колебаний [4–6].

В данной работе на основе аэродинамической модели (осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса), описанной в работе [4], и модального подхода к решению задачи динамики лопаток [5, 6] развит метод решения связанный задачи (метод одновременного интегрирования уравнений течения вязкого газа и уравнений колебаний лопаток под действием мгновенных нестационарных нагрузок) и представлен численный анализ аэроупругого поведения турбинного лопаточного венца в трансзвуковом потоке вязкого газа при заданных гармонических колебаниях лопаток с учетом 6-ти собственных форм при различных углах сдвига по фазе колебаний лопаток и связанных колебаниях.

### Постановка аэроупругой задачи

Трехмерное нестационарное трансзвуковое течение вязкого газа через турбин-

---

© В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, Р. Жандковски, А.А. Колесник, 2015

ный лопаточный венец описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в дивергентной форме во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  декартовой системе координат [4].

В данной работе для расчета «вязких» потоков применена алгебраическая двухслойная модель турбулентности Болдвина-Ломакса [7].

Динамическая модель колеблющейся лопатки с использованием модального подхода описывается системой независимых обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм [5, 6].

В силу непериодичности потока в окружном направлении на шаге венца из-за колебаний лопаток уравнения Навье-Стокса интегрируются в расчетной области, включающей полную дугу окружности, т.е. количество межлопаточных каналов равно количеству лопаток.

Предполагается, что нестационарные эффекты в лопаточном венце вызваны вращением рабочего колеса в неравномерном потоке и колебаниями лопаток под действием нестационарных аэродинамических нагрузок, а поток на бесконечности перед и за венцом является однородным с малыми возмущениями, распространяющимися из расчетной области вверх и вниз по потоку. Поэтому постановка граничных условий на проницаемых границах основана на одномерной теории характеристик.

В общем случае, когда осевая скорость является дозвуковой, полная система граничных условий может быть представлена в виде:

– на входе в венец

$$T_0 = T_0(x, y); \quad p_0 = p_0(x, y); \quad \alpha = \alpha(x, y); \quad \gamma = \gamma(x, y); \quad d\left(v_3 - \frac{2a}{\lambda-1}\right) = 0; ;$$

– на выходе за венцом

$$\begin{aligned} p = p(x, y); \quad dp - a^2 dp = 0; \quad dv_1 - (\omega^2 r - 2\omega v_2) dt = 0; \\ dv_2 + 2\omega v_1 dt = 0; \quad d\left(v_3 + \frac{2a}{\lambda-1}\right) = 0. \end{aligned}$$

На «твердых» стенках расчётной области задаются:

– условие «прилипания»  $\vec{v} = \vec{v}_w$ , где  $\vec{v}_w$  – скорость перемещения стенки;

– тепловой поток  $q_w = \frac{\partial T}{\partial n}$ ; в частности, для адиабатической стенки  $q_w = 0$ ;

– соотношение для давления, полученное проектированием на нормаль к стенке уравнения сохранения импульса

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \text{grad}_n \tau.$$

Здесь  $T_0, p_0$  – заторможенные температура и давление в неподвижной системе координат;  $\alpha, \gamma$  – углы потока в тангенциальном и меридиональном сечениях перед лопаточным венцом;  $p$  – статическое давление за лопаточным венцом.

Дискретная форма уравнений Навье-Стокса получена с использованием разностной схемы Годунова 2-го порядка точности, обобщенной на случай произвольной пространственной деформируемой разностной сетки в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Delta t} [3U^{n+1}\Omega^{n+1} - 4U_n\Omega_n + U_{n-1}\Omega_{n-1}] + [(-Uw_n + E - R)\sigma]_{i+1} - [(-Uw_n + E - R)\sigma]_i + \\ + [(-Uw_n + F - S)\sigma]_{j+1} - [(-Uw_n + F - S)\sigma]_j + \end{aligned}$$

$$+ [(-Uw_n + G - Q)\sigma]_{k+1} - [(-Uw_n + G - Q)\sigma]_k + H_n\Omega_n = 0. \quad (1)$$

Здесь нижние и верхние индексы соответствуют «старым» и «новым» ячейкам;  $\sigma$  и  $w_n$  – площадь и нормальная скорость центра грани. Газодинамические параметры на «средних» гранях находятся из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва.

### Численный анализ

Для подтверждения достоверности предложенного метода выполнено сопоставление численных результатов с экспериментальными данными, полученными для 11-й стандартной конфигурации [1, 2].

Для сравнения выбран нерасчётный трансзвуковой режим с углом атаки  $\sim 18^\circ$  ( $M_2 \text{ из} = 0,99$ ).

На рис. 1 приведено распределение изоэнтропического числа Maxa  $M_2$  по обводу профиля в среднем сечении для данного режима. Цифры «1» соответствуют численным результатам предложенного метода, цифры «2» – экспериментальным данным, цифры «3» – численным результатам, полученным Франсоном с использованием квазитрехмерного метода *VOLFAP* [2].

Рис. 1 показывает удовлетворительное соответствие расчётных и экспериментальных результатов на нерасчётом режиме, характеризующихся скачком уплотнения и отрывным пузырём на стороне разрежения на расстоянии  $\sim 25\%$  от входной кромки.

Следует подчеркнуть, что только модель вязкого газа может корректно прогнозировать отрывные течения на нерасчетных режимах (рис. 2).

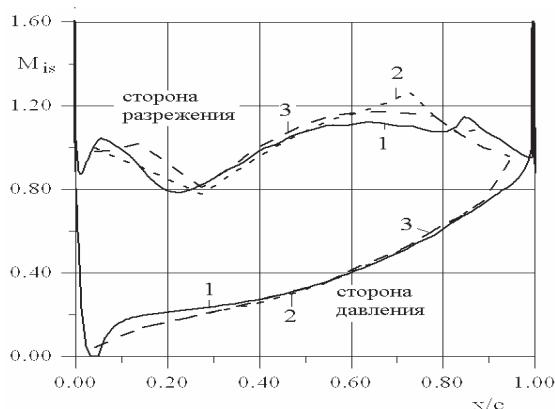


Рис. 1 – Распределение скорости по обводу профиля для трансзвукового режима ( $M_2 \text{ из} = 0,99$ )

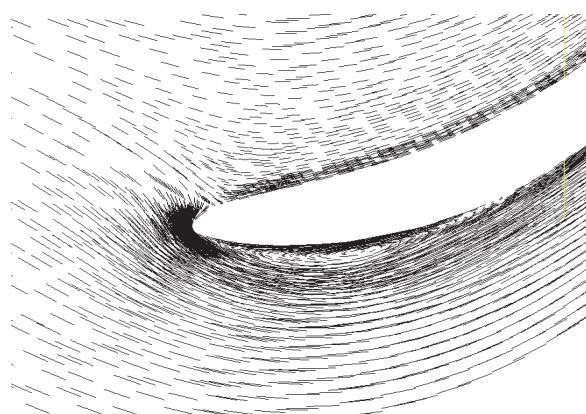


Рис. 2 – Поле векторов скоростей

Ниже представлены результаты численного исследования нестационарных аэродинамических характеристик 11-й стандартной конфигурации при заданном гармоническом законе изгибных колебаний лопаток и фиксированных межлопаточных углах сдвига по фазе (МЛФУ) колебаний соседних лопаток.

На рис. 3 приведены распределения амплитуды и фазы 1-ой гармоники нестационарного давления вдоль хорды профиля при трансзвуковом режиме обтекания ( $M_2 \text{ из} = 0,99$ ) и МЛФУ =  $+72^\circ$ .

Как видно из графиков, удовлетворительное соответствие численных результатов с результатами других авторов [1, 2] и экспериментальными данными имеет место вдоль стороны давления (как по амплитуде, так и по фазе) и некоторое расхождение результатов на стороне разрежения на расстоянии (20–40) % хорды от

входной кромки. Предложенный численный метод позволяет прогнозировать нестационарное возмущение давления на скачке уплотнения на стороне разрежения профиля.

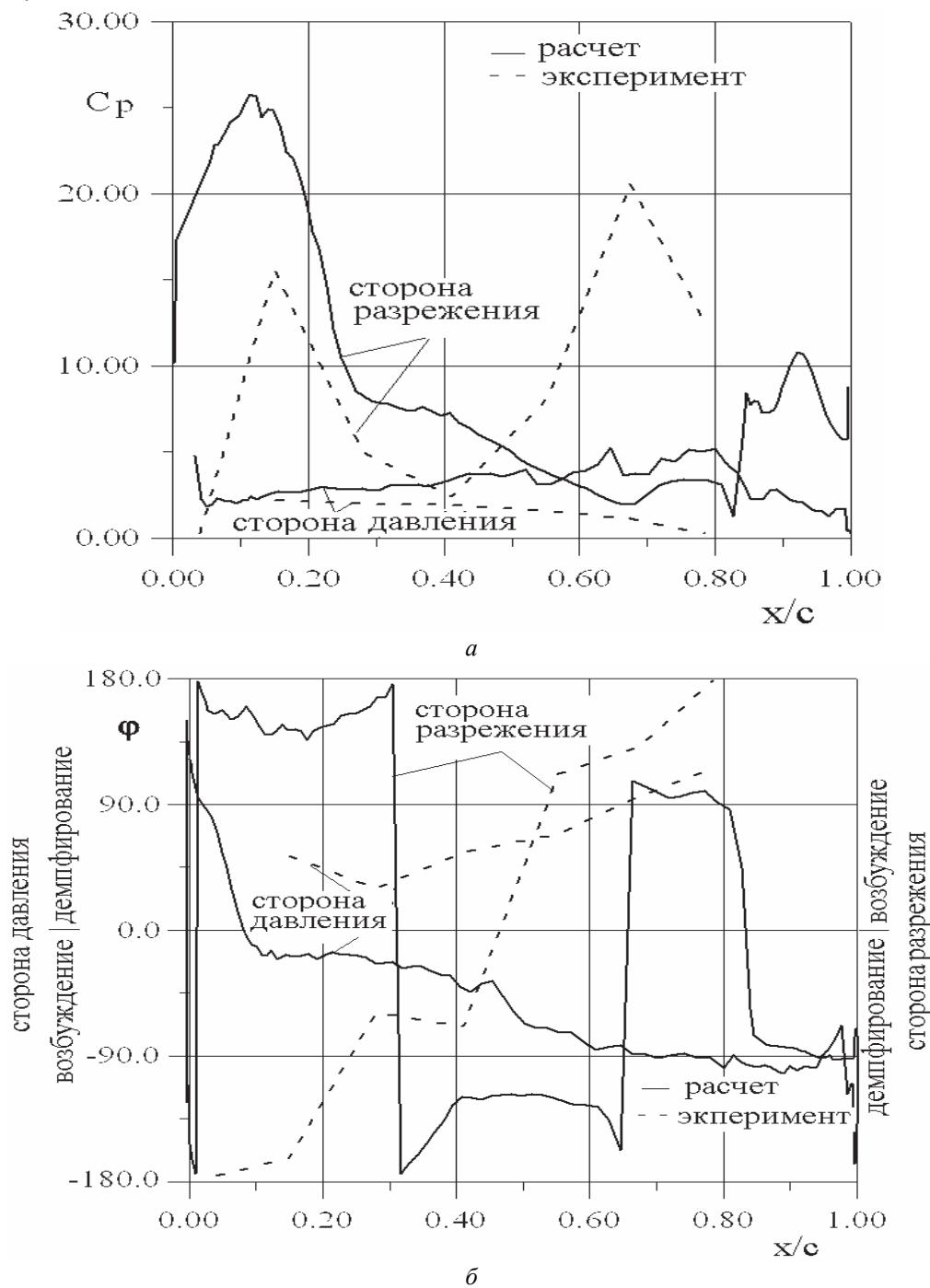


Рис. 3 – Распределение нестационарного давления, 1-я гармоника, трансзвуковой режим ( $МЛФУ = +72^\circ$ ):  
а – амплитуда; б – фаза

Численное исследование аэроупругого поведения лопаточного венца в потоке вязкого газа выполнено для рабочего колеса последней ступени паровой турбины 370 МВт с длиной рабочей лопатки 900 мм на номинальном режиме. Движение лопаток представлено в виде линейной комбинации перемещений по шести собственным формам колебаний.

Лопаточный венец турбины представляет собой кольцевую решетку, состоящую из 53 лопаток.

Аэродинамический расчёт проводился на разностной  $H-O$  сетке в относительной декартовой системе координат, жёстко связанной с ротором турбины и вращающейся с угловой скоростью  $\omega = 3000$  об/мин.

На рис. 4–5 приведены фрагменты разностной сетки – меридиональное сечение (рис. 4) и тангенциальные сечения в корневом и периферийном слоях (рис. 5 $a, \beta$ ). Количество ячеек в каждом межлопаточном канале  $H-O$  сетки – 210960, для подвижной  $O$ -сетки – 165600.

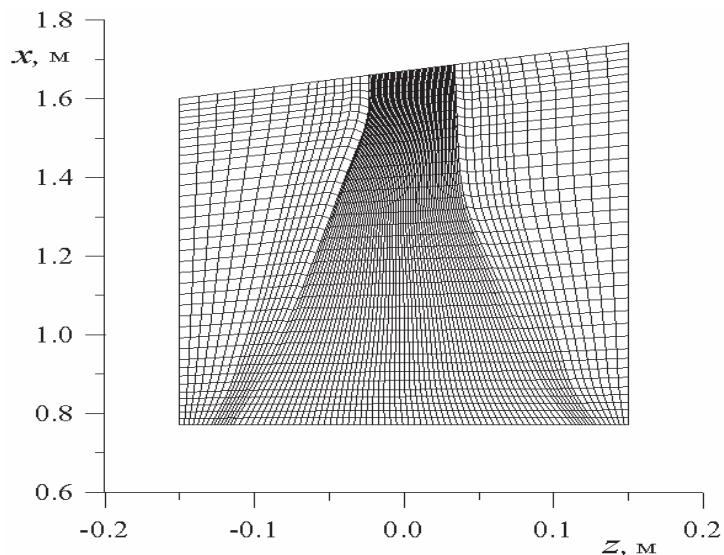


Рис. 4 – Разностная сетка в меридиональной плоскости

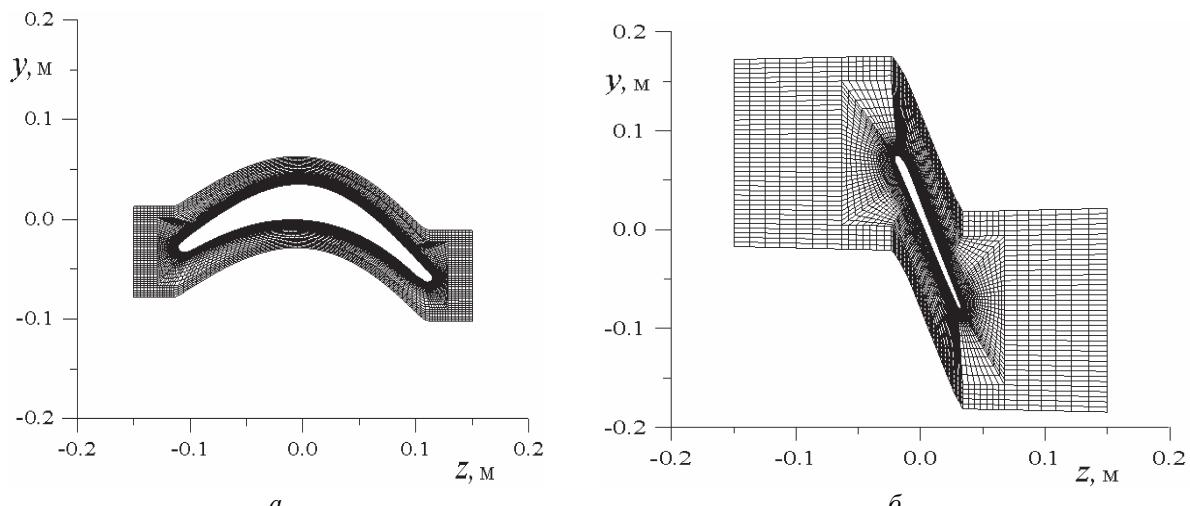


Рис. 5 – Разностная сетка:  $a$  – корневое сечение;  $\beta$  – периферийное сечение

Разностная сетка разбивается на сегменты, каждый из которых включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу ротора. Каждый из сегментов дискретизируется с использованием гибридной  $H-O$  сетки, при этом внешняя  $H$ -сетка остаётся неподвижной, а внутренняя  $O$ -сетка перестраивается на каждой итерации в соответствии с перемещением лопатки.

На первом этапе проведён численный анализ аэроупругих характеристик венца, вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega = 314$  рад/сек. ( $v = 50$  Гц) на стационарном режиме.

Параметры на входе (в абсолютной системе координат) принимались:

– полное давление  $P_0 = 29400\text{--}37800$  Па;

– полная температура  $T_0 = 348^\circ$  К;

– углы потока в окружном и радиальном направлениях 0 град. (в абсолютном движении).

Статическое давление на выходе за венцом принималось постоянным по радиусу  $-P_2 = 10400$  Па.

Выполнены аэродинамические расчёты вращающегося лопаточного венца турбины при заданном законе колебаний лопаток. Все лопатки совершают гармонические колебания по каждой из собственных форм по одному и тому же закону с постоянным углом сдвига фаз  $\delta$  (МЛФУ):

$$q_{ij} = q_{i0} \cdot \sin[2\pi v_i t + (j-1)\delta], \quad (2)$$

где  $q_{ij}$  – модальный коэффициент;  $i$  – номер собственной формы;  $j$  – номер лопатки;  $q_{i0}$  – амплитуда колебаний  $i$ -ой собственной формы;  $v_i$  – собственная частота;  $\delta$  – межлопаточный угол сдвига по фазе колебаний соседних лопаток.

В расчетах учитывались первые шесть собственных форм. Собственные частоты колебаний каждой из форм приведены в таблице.

Таблица 1.

Собственные формы и собственные частоты

Собственная форма	1	2	3	4	5	6
$v$ , Гц	120	160	240	360	480	520

Аэродинамический расчёт ведётся до установления периодической неравномерности потока с частотой, равной наибольшему общему делителю собственных частот колебаний лопаток ( $v = 40$  Гц).

На рис. 6 показан график распределения числа Маха на поверхности лопатки в среднем сечении для периферийного слоя.

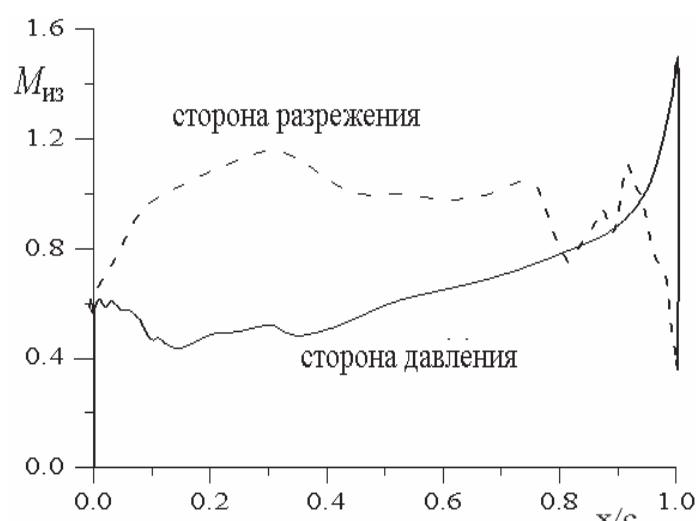


Рис. 6 – Распределение скорости по обводу профиля в периферийном сечении

Аэроупругая устойчивость системы «поток воздуха – лопаточный венец» без учета механического демпфирования определяется аэродинамическим коэффициентом демпфирования  $D$ , равным взятому со знаком «минус» коэффициенту работы  $W$ , совершающей аэродинамической нагрузкой за один период колебаний

$$D = -W = - \int \int_{0 \ 0}^{1/vl} (\bar{F} \cdot \bar{v} + M \cdot \varpi) dt \ dl, \quad (3)$$

где  $\bar{F}$  – вектор аэродинамической силы,  $\bar{M}$  – аэродинамический момент;  $l$  – длина обвода профиля;  $\bar{v}$  – вектор линейной скорости профиля;  $\varpi$  – вектор угловой скорости вращения профиля.

Из выражения (3) следует, что положительное значение коэффициента работы ( $W > 0; D < 0$ ) соответствует подводу энергии основного потока к колеблющейся лопатке. И наоборот, отрицательное значение коэффициента работы ( $W < 0; D > 0$ ) соответствует отводу энергии колеблющейся лопатки в основной поток.

Знак «минус» суммарной работы ( $D > 0$ ) соответствует аэродемпфированию, знак «плюс» – самовозбуждению лопатки ( $D < 0$ ).

Характер обмена энергией между потоком воздуха и колеблющейся лопаткой приведен на рис. 7. На данном рис. показано влияние межлопаточного угла сдвига фаз колебаний лопаток (МЛФУ) на коэффициент аэродемпфирования ( $D$ ) для 1–6 собственных форм колебаний. Как видно из графика все режимы гармонических колебаний характеризуются отводом энергии в основной поток. Максимальное аэродемпфирование имеет место при колебаниях (МЛФУ = –90 град), минимальное – при колебаниях (МЛФУ = +90 град).

Знак коэффициента аэродемпфирования, рассчитанный при заданных кинематических колебаниях лопаток, может рассматриваться лишь как необходимый критерий, так как отсутствует обратная связь влияния аэродинамических сил на колебания лопаток. Окончательную оценку аэроупругого поведения лопаточного венца можно получить лишь при решении связанной задачи аэrodинамики и упругих колебаний.

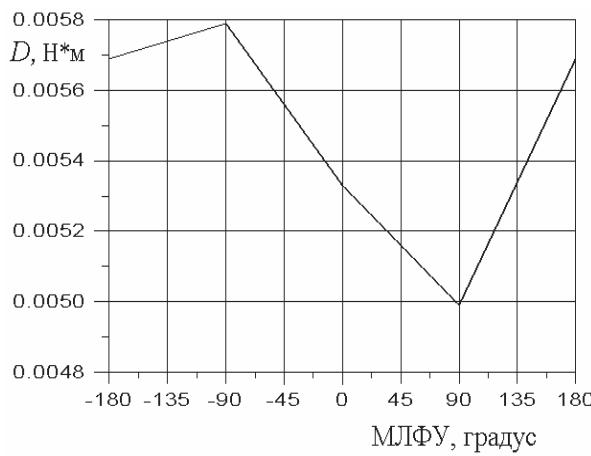


Рис. 7 – Зависимость аэродинамического коэффициента демпфирования от угла сдвига фаз (МЛФУ)

На рис. 8–9 показано два периода гармонических колебаний в течение времени  $t = 0,05024$ , затем начинается переходный процесс (режим связанных колебаний, когда дальнейшее движение лопаток определяется нестационарными силами, действующими на лопатки, которые, в свою очередь, зависят от колебаний лопаток) в течение восьми периодов связанных колебаний.

На рис. 8 приведены графики перемещения центра тяжести периферийного сечения в окружном направлении ( $hy$ ) (рис. 8 $a$ ) за два полных периода гармонических колебаний ( $T = \frac{1}{\nu} = 0,02512$  сек. – время одного полного периода колебания лопатки) и восемь связанных колебаний и их амплитудно-частотные спектры (рис. 8 $b$ ) для МЛФУ = +90 град. Среднее положение лопатки соответствует статической деформации лопатки под действием осредненной по времени нагрузки.

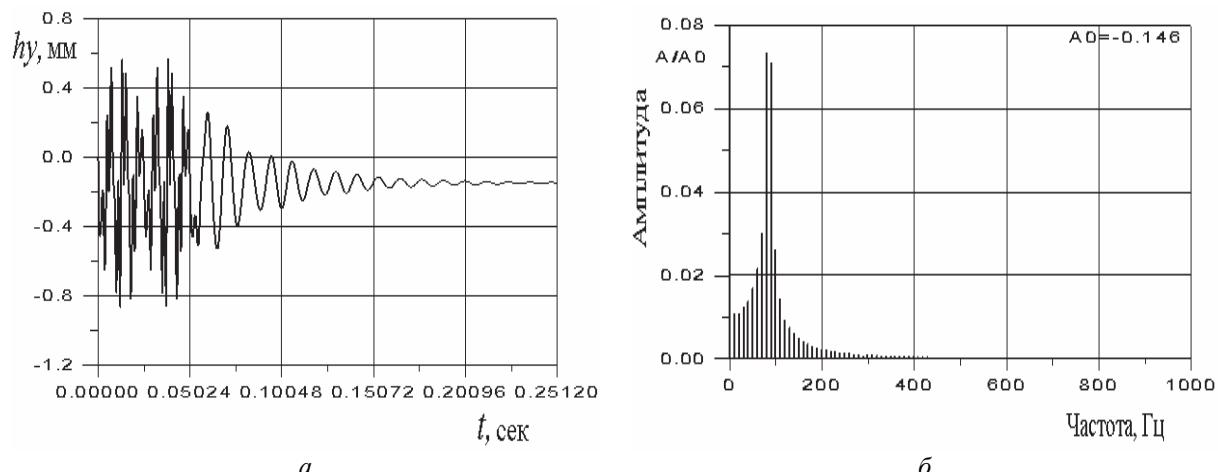


Рис. 8 – Перемещение периферийного сечения рабочей лопатки ротора  
а – в окружном направлении; б – амплитудно-частотный спектр

Как видно из графиков основной вклад в изгибные колебания вносит гармоника с частотой близкой к частоте 1-й собственной формы колебаний (~100 Гц).

Из расчёта следует, что все собственные формы колебаний демпфируются.

На рис. 9 представлены графики нестационарных аэродинамических сил, действующих в окружном направлении ( $F_y$ ) на периферийный слой рабочих лопаток ротора (рис. 9 $a$ ), и их амплитудно-частотные характеристики (рис. 9 $b$ ) для МЛФУ = +90 град.

С уменьшением амплитуды колебаний лопаток уменьшается амплитуда нестационарных аэродинамических нагрузок, действующих на лопатки.

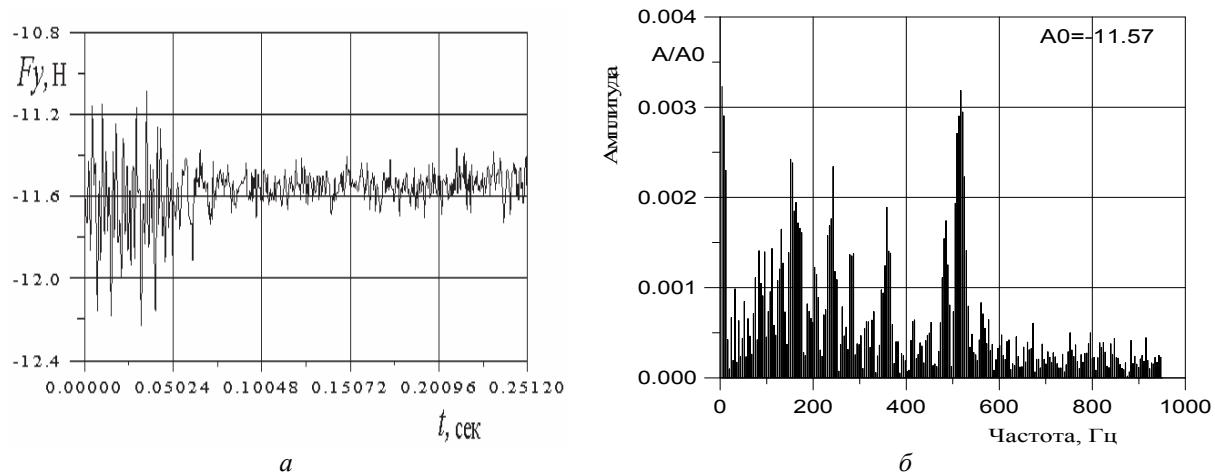


Рис. 9 – Изменение окружной нестационарной аэродинамической силы, действующей на периферийный слой лопатки ротора: а – окружная сила; б – амплитудно-частотный спектр

## Выводы

- 1) Разработаны математическая модель и численный метод аэроупругого поведения лопаточного венца в трансзвуковом потоке вязкого газа на основе решения связанной задачи нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток.
- 2) Достоверность расчётных результатов подтверждается сопоставлением с экспериментом для 11-й стандартной конфигурации.
- 3) Численный анализ связанных колебаний подтвердил для данного режима аэродемпфирование при взаимодействии первых шести собственных форм.

**Список литературы:** 1. Bolcs, A. Aeroelasticity in Turbomachines: Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results [Text] / A. Bolcs, T. H. Fransson // Communication du LTAT. – EPFL Switzerland, 1986. – № 13. – P. 174. 2. Fransson, T. H. Viscous and Inviscid Linear/Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration [Text] / T. H. Fransson, M. A. Jöcker, P. Böles, P. Ott // ASME Journal of Turbomachinery. – 1999. – No 121. – P. 717–725. 3. Cinnella, P. A Numerical Method for Turbomachinery Aeroelasticity [Text] / P. Cinnella, P. De Palma, G. Pascazio, M. Napolitano // Journal of Turbomachinery. – April, 2004. – Vol. 126. – P. 310–316. 4. Gnesin, V. Numerical Modeling of fluid–structure interaction in a turbine stage for 3D viscous flow in nominal and off–design regimes [Text] / V. Gnesin, R. Rzadkowski, L. Kolodyazhnaya // Proceedings of ASME, TURBO-EXPO 2010, GT2010–23779. – Glasgow, UK. – 2010. – P. 1–9. 5. Гнесин, В. И. Численный анализ аэроупругого поведения лопаточного венца вентилятора компрессора [Текст] / В. И. Гнесин, Л. В. Колодяжная, А. А. Колесник // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні і процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2014. – № 1(1044). – С. 77–87. – ISSN 2078-774X. 6. Гнесин, В. И. Численный анализ аэроупругого поведения лопаточного венца осевой турбомашины [Текст] / В. И. Гнесин, Л. В. Колодяжная, Р. Жандковски, А. А. Колесник // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2014. – № 62(1104). – С. 13–21. 7. Baldwin, B. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow [Text] / B. Baldwin, H. Lomax // AIAA Paper 78-0257.– 1978.– P. 1–45.

**Bibliography (transliterated):** 1. Bolcs, A., and T. H. Fransson. "Aeroelasticity in Turbomachines: Comparison of Theoretical and Experimental Cascade Results" *Communication du LTAT*. No 13. EPFL Switzerland, 1986. 174. Print. 2. Fransson, T. H., et al. "Viscous and Inviscid Linear/Nonlinear Calculations Versus Quasi-Three-Dimensional Experimental Data for a New Aeroelastic Turbine Standard Configuration." *ASME Journal of Turbomachinery* 121 (1999): 717–725. Print. 3. Cinnella, P. A., et al. "Numerical Method for Turbomachinery Aeroelasticity." *Journal of Turbomachinery*. Vol. 126. April, 2004. 310–316. Print. 4. Gnesin, V., R. Rzadkowski and L. Kolodyazhnaya. "Numerical Modeling of fluid–structure interaction in a turbine stage for 3D viscous flow in nominal and off–design regimes." *Proceedings of ASME, TURBO-EXPO 2010, GT2010–23779*. Glasgow, UK. 2010. 1–9. Print. 5. Gnesin, V. I., L. V. Kolodjazhnaja and A. A. Kolesnik. "Chislennyj analiz ajerouprugogo povedenija lopatochnogo venga ventiljatora kompressora." *Visnyk NTU "KhPI"*. Serija: Energetichni ta teplotehnichni procesy i procesy i ustavkuvannja. No 1(1044). Kharkov : NTU "KhPI", 2014. 77–87. Print. ISSN 2078-774X. 6. Gnesin, V. I., et al. "Chislennyj analiz ajerouprugogo povedenija lopatochnogo venga osevoj turbomashiny." *Vestnik NTU "KhPI"*. Serija: Informatika i modelirovanie. No 62(1104). Kharkov : NTU "KhPI", 2014. 13–21. Print. 7. Baldwin, B., and H. Lomax. "Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow." *AIAA Paper 78-0257*. 1978. 1–45. Print.

Поступила (received) 22.01.2015