

О. Н. ДУБИНИНА, канд. техн. наук, НТУ „ХПИ”

С. Н. РЕШЕТНИКОВА, канд. техн. наук НТУ „ХПИ”

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ВКЛАД УЧЁНЫХ В ЕГО РАЗВИТИЕ

В статье рассмотрена история возникновения операционного исчисления и вклад ученых (М. Е. Ващенко-Захарченко, А. В. Летникова, О. Хевисайда и др.), а также выпускников НТУ „ХПИ” (Я. Е. Айзенберг и др.) в его развитие.

У статті розглянуто історію виникнення операційного обчислення і вклад учених (М. Є. Ващенко-Захарченко, А. В. Летнікова, О. Хевісайда та ін.), а також випускників НТУ „ХПІ” (Я. Є. Айзенберг та ін.) в його розвиток.

In article the history of occurrence of operational calculation and the contribution of scientists (by M.E.Vashchenko-Zaharchenko, A.V.Letnikov, O. Heaviside, etc.), and also graduates of National technical university „Kharkov polytechnical institute” (J.E.Ajzenberg, etc.) in its development is considered.

Постановка проблемы и актуальность. В данный период развития общества (в век глобальной компьютеризации) нам, преподавателям высшей математики технических ВУЗов, приходится от студентов слышать вопрос о необходимости изучения того или иного раздела курса. Поэтому, зная историю развития предмета, области применения, появляется и мотивация к его изучению. В результате, актуальностью в данной тематике являются вопросы педагогического мастерства, профессионализма и мотивов педагогической деятельности, так как за многовековую историю человек накопил колоссальный опыт и общество заинтересовано в том, чтобы отобрать у него самое ценное, необходимое для усвоения молодым поколением.

Развитию теории и приложений операционного исчисления посвящены работы отечественных и зарубежных ученых, внесших на протяжении многих лет важный вклад в эту область математики [1–9].

История операционного исчисления ведет свое начало от таких великих математиков как Лейбниц и Сервуа, а в дальнейшем исследования в этом направлении принадлежали Мурфи, Булю, Грегори, Грэвсу, Хэргриву, Джиллету, Кермайклу и Кэйли [9, с. 11].

Английские математики применяли символические методы в дифференциальном и интегральном исчислениях, в исчислении конечных разностей, в теории дифференциальных и разностных уравнений. В их работах была выяснена сущность законов Сервуа и более глубоко обосновано возможность применения символики. Сами символы получили серьезное математическое определение, и применение их стало, если можно так назвать, стандартизировано. Изучены рациональные функции, целые и нецелые относительно соответствующей символики, что дало возможность вывести интересные формулы.

Для доказательства некоторых математических положений пользовались операторами символьными преобразованиями такие математики как Каке,

Пикар и Коши. И с помощью уравнения $p^{-1}f(t) = \int_0^t f(u)du$ Пикар и Коши

разрабатывают метод доказательства существования и единственности решения дифференциальных уравнений. (Это уравнение явилось важным этапом в рассуждениях Хевисайда) [9, с.11].

Значительное усовершенствование методов символического исчисления принадлежит Лиувиллю.

Уже в середине XIX века появились математические работы, посвященные символическому, или операционному исчислению. Одной из основных целей их была «алгебраизация» дифференциальных уравнений, то есть замена исходных ДУ эквивалентными в отношении получаемых результатов алгебраическими. Одними из первых в этой области были работы профессора Киевского университета М. Е. Ващенко-Захарченко [3] и одного из основателей Московского математического общества А. В. Летникова [7].

Исследования Лиувилля использовал в своих работах А. В. Летников. Непосредственной причиной исследований А. В. Летникова в области теории дифференциальных уравнений явились попытки найти общий метод их интегрирования. Однако дать полное решение поставленной задачи Летникову не удалось.

Попытка создания символического исчисления была сделана в 1886 г. Швейцарским математиком Ольтрамаре. Его исследования, подобно исследованиям А. В. Летникова, являются развитием идей Лиувилля и названы функциональным символическим исчислением. Благодаря своим расчетам Ольтрамаре получил большое количество формул.

В начале XX века появились работы английского учёного Оливера Хевисайда (1850–1925 гг.), в которых решались различные задачи электротехники и электросвязи методами, близкими, а иногда и совпадающими с методами, предложенными Ващенко-Захарченко. Работы О. Хевисайда имели большое значение для развития операционного исчисления. Можно сказать, по требованиям времени в науке появляется неоднозначная фигура О. Хэвисайда [2, с. 12].

Хэвисайд – английский ученый-самоучка, инженер, математик и физик. Впервые применил комплексные числа для изучения электрических цепей, разработал технику применения преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений, сформулировал уравнения Максвелла в терминах электрической и магнитной сил и потока, и независимо от других математиков создал векторный анализ. Несмотря на то, что Хэвисайд большую часть жизни был не в ладах с научным сообществом, его работы изменили облик математики и физики на многие годы. Без него современный мир информационных технологий выглядел бы совсем по-

другому. В 1873 г. он разработал теорию линий передачи (также известную как “телеграфные уравнения”) [2, с. 17].

Уравнения Хэвисайда способствовали дальнейшему развитию телеграфной связи, однако он применял свои глубокие математические познания также в самых различных областях естествознания: занимался определением возраста Земли, изучением движения электронов, термоэлектрическими изысканиями, изучением увеличения массы тел при очень высоких скоростях.

Между 1880 и 1887 годами Оливер Хэвисайд разрабатывал операционное исчисление, он ввел обозначение для дифференциального оператора, метод решения дифференциальных уравнений с помощью сведения к обыкновенным алгебраическим уравнениям, который по началу вызвал бурную полемику из-за отсутствия строгого обоснования. Тогда он произнес известную фразу: “Математика есть наука экспериментальная, определения появляются последними”. Это было ответом на критику за использование еще не вполне определенных операторов.

Ему, как инженеру-электрику, нужны были решения, а не строгость. Хэвисайд задался целью выработать метод для решения дифференциальных уравнений, обыкновенных или в частных производных. При этом трансцендентная операция дифференцирования должна была быть заменена алгебраической операцией умножения. Принципиально эта мысль не была новой, к ней постоянно обращались на протяжении двух столетий, и, исходя из нее, была создана целая серия более или менее остроумных систем символических исчислений. Но лишь Хэвисайду удалось создать такую систему, которая, постоянно совершенствуясь, смогла развиваться в исчисление, ставшее рабочим инструментом физиков и инженеров самых различных специальностей.

Наиболее полно Хэвисайд изложил свои идеи во втором томе известного трехтомного сочинения «Электромагнитная теория». Одним из наиболее интересовавших Хэвисайда вопросов, решению которого он уделил много внимания, было распространение возмущений в длинных линиях с учетом или без учета индуктивности самих линий, а также в линиях, заканчивающихся каким-либо полным сопротивлением. Именно этот вопрос он использовал для применения операционного исчисления. Простота его решения этих иногда весьма сложных задач были просто удивительны.

Из нескольких операционных представлений он выводит новые, причем, делает это часто так кратко и элегантно, как можно едва ли сделать многими более точными математическими методами. Имея достаточную сводку таких «операционных представлений», или изображений (по современной терминологии), каждый, кто знаком с техникой метода, может самостоятельно и без особых затруднений вывести новые операционные соотношения между более или менее сложными функциями.

Изложенное выше относится к абстрактным математическим

применениям операционного исчисления Хэвисайда, однако следует иметь в виду, что это исчисление оказалось чрезвычайно ценным при исследовании любых переходных процессов, как в электрических, так и в механических системах, поскольку такие системы подчиняются линейным дифференциальным, разностным или интегральным уравнениям. Сведение к линейным задачам было исходным предположением Хэвисайда и его непосредственных продолжателей. Оно, как показано выше, обуславливалось историческим развитием теории символических методов. Кроме того, самой теории решения задач нелинейной механики не существовало. Она была создана значительно позднее, лишь в первой половине 30-х годов XX века. Поэтому ограничение операционных методов линейными проблемами было весьма существенным, и до определенного времени вопрос о возможности его распространения на нелинейные задачи даже не поднимался.

Все положения операционного исчисления были выведены Хэвисайдом эмпирически и более или менее независимо от других математиков (Хэвисайд очень мало ссылается на работы своих предшественников). Впервые он попытался опубликовать свои результаты в серии статей «Об операторах в физической математике». Одним из важнейших результатов Хэвисайда является также теорема (формула) разложения.

Таким образом, Хэвисайд предложил формальные правила обращения с оператором $p = \frac{d}{dt}$ и некоторыми функциями от этого оператора, решил ряд важнейших задач электродинамики. Однако операционное исчисление не получило в трудах Хэвисайда математического обоснования, многие его результаты оставались недоказанными. Дальнейшее развитие операционного исчисления состояло в обосновании рассуждений Хэвисайда. Вскоре в качестве основного положения исчисления было принято преобразование Лапласа [2, 3].

Строгое обоснование операционного исчисления было дано с помощью интегрального преобразования Лапласа. Если при этом преобразовании функция $f(t)$, $0 \leq t < +\infty$, переходит в функцию $F(z)$, где $z = x + iy$: обозначается $f(t) \rightarrow F(z)$, то производная перейдет в функцию

$$zF(z) - f(0), \text{ т.е. } f'(t) \rightarrow zF(z) - f(0) \text{ и интеграл } \int_0^t f(u) du \rightarrow \frac{F(z)}{z}.$$

Таким образом, оператор дифференцирования p переходит в оператор умножения на переменную z , а интегрирование сводится к делению на z .

В начале 20-х годов операционное исчисление снова попадает в поле зрения математиков. С 1916 г. в этом направлении работает Бромвич. В этот же период Карсон попытался создать для операционного исчисления прочную математическую основу. Он показал, что операционные методы Хэвисайда можно полностью обосновать, исходя из преобразования Лапласа. В

сущности, ему принадлежит честь обращения внимания математиков к преобразованию Лапласа. При этом возникает тенденция вообще уничтожить какое-либо значение «оператора» и вернуть исчислению старое название – «символическое исчисление», хотя между операционным исчислением и символическим исчислением первой половины XIX века была «дистанция огромного размера».

Однако в конце XIX века развитие теории символьного исчисления начало тормозиться. Стремительное развитие техники ставило конкретные задачи и ожидало на них быстрого ответа, инженерам нужна была не теория, а практические методы. Корни такого практического, прикладного направления в математике, как операционное исчисление, следует искать в XVIII веке. Характерно, что именно в 18 веке была существенно упорядочена обычная (с современной точки зрения) математическая символика. Это обстоятельство явилось, вероятно, катализатором первых еще не ясных идей о возможности введения новых символов, применение которых смогло бы упростить сложные математические операции.

Существенные усовершенствования внесли в обоснование операционного исчисления также П. Леви и Джеффрис. Построение новой системы операционного исчисления на основе преобразования Лапласа снимает саму идею действия «оператора». На «оперируемое выражение», и поэтому, как указывает Ван-дер-Поль, вновь появляется право применять вместо термина «операционное исчисление» термин «символическое исчисление». Спираль развития метода, повернувшись на один виток, пришла опять к исходной точке[9, с. 29–41].

В 30-х годах вопросами операционного исчисления занимались А. М. Данилевский и А. М. Эфрос. А. М. Данилевский, инженер-электрик по образованию, с 1935 г. работал в Математическом институте Харьковского университета. Он обладал большой и разносторонней математической эрудицией. В этот период Данилевский опубликовал ряд исследований, в частности работу «О численном решении волнового уравнения» А. М. Эфрос также был сотрудником Математического института Харьковского университета. Он окончил Харьковский электротехнический институт, защитил кандидатскую и докторскую диссертации и получил звание профессора. Его исследования относятся к области операционного исчисления. А. М. Данилевский и А. М. Эфрос опубликовали в 1937 г. большую работу по операционным методам «Операционное исчисление и контурные интегралы». В своих исследованиях Эфрос и Данилевский исходили из операционного исчисления Хевисайда в той его форме, которая была разработана Карсоном. Так, в работе «Некоторые применения операционного исчисления к анализу» Эфрос значительно дополняет соотношения, выведенные Карсоном, Ван-дер-Полем и другими учеными. Для этого он пользуется различными методами и способами операционного исчисления, которые сводит, в основном, к следующим: применение теоремы Бореля (обычной и обобщенной); суммирование изображений и начальных функций; примене-

ние рядов изображений и рядов начальных функций; дифференцирование и интегрирование символических соотношений по определенному параметру; смешанные преобразования; вычисления интегралов с помощью введения параметров, преобразуемых символически [9, с. 33].

Ученые ХПИ и его выпускники также добились успехов в деле развития операционного исчисления, используя его математический аппарат для решения технических задач. Одним из них был выпускник Харьковского политехнического института Айзенберг Яков Ейнович (1934–2003). Начав свою деятельность инженером, он вырос в крупного ученого-теоретика. Доктор технических наук, профессор, академик. Областью его научной деятельности было создание алгоритмов управления ракетой. Управление межконтинентальными баллистическими ракетами (МБР) – одна из наиболее сложных систем, созданных человечеством. А техника, разработанная в нашей стране, была одной из первых в мире. Ученый занимался ракетами-носителями космических аппаратов, возглавляя НПО «Хартрон». Выделим среди его трудов работу «О применении операционного исчисления к краевым задачам» [10].

Отметим также еще одного великого ученого Наума Ильича Ахиезера (1901–1980), который внес огромный вклад в развитие науки. Он был основателем кафедры прикладной математики в ХПИ и заведовал ею с 1947 г. по 1955 г. Научные результаты Н. И. Ахиезера относятся к теории приближений, проблеме моментов, теории функций комплексного переменного, гидромеханике и теории сингулярных интегральных уравнений. Характерной чертой для большей части его исследований является широкое использование методов теории функций комплексного переменного. Его труд «Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве», написанный в соавторстве с И. Н. Глазман, который имеет отношение к символному исчислению, позволяет решать электротехнические задачи, например задача расчёта динамических режимов различных цепей. Также нельзя не вспомнить о том, что Наум Ильич привлекал в Харьков сильнейших математиков и был одним из основателей известной физико-математической школы № 27 [4].

Список литературы: 1. *Ващенко-Захарченко М. Е.* Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений / Ващенко-Захарченко М. Е.– Киев, 1862.–105 с. 2. *Болотовский Б. М.* Оливер Хевисайд / Болотовский Б. М.– М. : Изд. "Наука", 1985.– 259с. 3. *Петрова С. С.* О. Хевисайд и развитие символического исчисления / Петрова С. С. – ИМИ, 1985.– вып. 28.– С. 98–122. 4. *Курош А. Г.* Математика в СССР за сорок лет / Курош А. Г. – М : РГТУ, 1959. – 1000 с. 5. *Люстерник Л. А.* Из истории символического исчисления / Люстерник Л. А., Петрова С. С. – ИМИ, 1977.– вып. 22. – С. 85–101. 6. *Микусинский Я.* Операционное исчисление / Микусинский Я. (пер. с польск.).– М., 1956. – 156 с. 7. *Слудский Ф. А.* Жизнь и труды А. В. Летникова / Слудский Ф. А. – М., 1889.–189 с. 8. *Успехи математических наук:* журнал, том 16. – М : АН СССР, 1961.– 256 с. 9. *Штокало И. З.* Операционное исчисление / Штокало И. З.– Киев, 1972.– 304 с. 10. *Товажнянский Л. Л.* Харьковский политехнический университет. Ученые и педагоги / Товажнянский Л.Л. – ХПИ, 2004.–223 с.

Поступила в редколлегию 23.05.10