

М.С. СТЕПАНОВ, докт. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ», Харьков
С.А. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ», Харьков
В.А. СТЕПУНИН, НТУ «ХПИ», Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Розглядаються проблемні питання, що виникають при розробці на єдиній комплексній науково-методологічній основі математичних моделей елементів машин з урахуванням реального характеру зовнішнього навантаження різної фізичної природи. Розглядається задача математичного моделювання золотникового електрогидравлічного перетворювача.

General approaches of decision nonlinear coupled-field analyses are grounded. The common scheme of interaction between structural elements was elaborated. New schemes for solving formulated problems are proposed. Analyses of the case one- cascade the hydroallocator the settlement are researched.

Введение. Необходимость комплексного предсказательного моделирования сложных составных конструкций машин, создания достоверной цифровой модели прототипов и проведения виртуальных испытаний (Virtual Product Development); внутренняя логика интеграции различных научных дисциплин определяют потребность в создании совершенных моделей, унифицированных для различных объектов техники законченностей, уравнений состояния [1, 2]. При разработке современных машин привлекаются специалисты из различных областей знаний, которые сталкиваются с необходимостью проведения больших объемов расчетных и экспериментальных работ по отработке функционирования многих модификаций изделий в различных эксплуатационных режимах; в том числе разработки и расширения возможностей платформ для интеграции различных CAE-систем при решении междисциплинарных проблем [3, 4]. Увеличение вычислительной мощности компьютеров, повышение эффективности вычислений (за счет сетевых Internet-технологий, многопроцессорности и параллелизации) способствовало интеграции соответствующих CAE-технологий для имитационного моделирования и инженерного анализа виртуальных испытаний (Simulation & Analysis – S&A) [5, 6]. CAE-программы высокого уровня (ANSYS, COSMOS, NASTRAN, ASTRAN, Star CD, Fluent и т.д.) позволяют решать на конечно-элементных сетках комплексные задачи, объединяющие в различных вариантах тепловые, диффузионные, прочностные, электромагнитные, газодинамические проблемы [6, 7].

Изложение общей методики исследований. Современные машины создаются и функционируют как комбинация множества взаимодействующих между собой и с внешней средой конструктивных элементов. Для адекватного

моделирования их расчетные схемы нуждаются в представлении уточненными математическими моделями с взаимодействующими элементами разной мерности многокомпонентной структуры и сложной формы в условиях действия внешних полей разной физической природы. Модели, состоящие из связанных между собой подсистем различного уровня, в том числе разнородных по физическим принципам, формируются поэтапно: модели отдельных узлов, подсистем, системы в целом с учетом структуры связей подсистем (рис. 1).

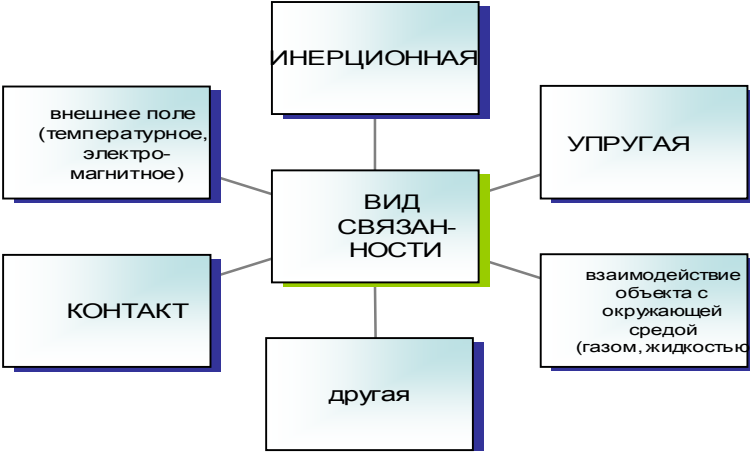


Рисунок 1 – Основные виды связанности.

Задача анализа, как правило, сводится к решению систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Обобщенное уравнение движения различных математических моделей элементов машин (от одномерной до трехмерной) запишем следующим образом

$$A[\vec{V}] + D[\vec{V}] + C[\vec{V}] - \vec{f} = 0, \tag{1}$$

где \vec{x} - координатный вектор, $\vec{V}(\vec{x}, t)$ - обобщенный вектор перемещений (может определять перемещения, температуры, потенциалы электрического поля и другое), A - оператор приведенных «жесткостных» характеристик; D - приведенный «инерционный» оператор; t - время; C - оператор диссипативных сил; $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x}, t)$ - нагрузки. Структуру уравнений определяет тип исследуемого процесса, состав системы; условия сопряжения; граничные и начальные условия. Конкретный вид оператора диссипативных сил C зависит от принятой модели трения: линейной, амплитудно - и частотно- независимой, амплитудно-зависимой гистерезисной. Причины и физическая природа рассеяния энергии при колебаниях механических систем чрезвычайно разно-

образны. Как правило, их можно отнести к одной из двух групп. К первой относятся внешние сопротивления: трение в опорах, гидро - и аэродемпфирование, конструктивные демпферы; ко второй - внутренние неупругие сопротивления: несовершенная упругость материала, контактное трение в сочленениях. Реальные эксплуатационные режимы моделируются нагрузками $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x}, t)$, которые зависят от характера взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), а также от возможного контакта с другими элементами в структуре машины. Когда для исследования оказываются важными внешние связи рассматриваемой системы, то можно перейти к изучению более широкой системы, в которой эти связи становятся внутренними, но и для данной более широкой системы необходимо выполнение условия физической замкнутости.

Причинами нелинейных эффектов являются проявление упругих нелинейных свойств отдельных узлов: зазор, изменение натяга, посадок деталей, пятна контакта и т.д.. В зависимости от условий решаемой задачи объект может описываться как линейными, так и нелинейными уравнениями. По возможности необходимо решать по крайней мере в первом приближении линейное (линеаризованное) уравнение. Для упругого тела можно записать

$A[\vec{V}] = K\vec{V}$, $D[\vec{V}] = M \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial t^2}$, где K , M - линейные положительно определенные матричные операторы.

На базе использования методов и принципов системного и объектно-ориентированного анализа можно осуществить декомпозицию абстрактной модели на составляющие и связи между ними, а также реализовать их формальное описание и сведение различных по физической природе процессов к единой унифицированной схеме моделирования. Операция декомпозиции позволяет корректно выделить совокупность разрозненных подмоделей из общей модели. Принцип декомпозиции на подсистемы может быть различным: функциональный, конструктивный, организационный.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных (1), определяющих краевые задачи математической физики, весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения уравнения (1) на произвольный виртуальный z из пространства Z гладких «обобщенных» перемещений, удовлетворяющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем. Задачи теории поля (теплопроводность, гидромеханика, расчет электрических или магнитных полей и т.д.) сводятся к системе уравнений, аналогичной соотношениям метода конечных элементов (МКЭ)

для задач механики деформируемого твердого тела, являющегося наиболее мощным, универсальным и распространенным методом расчета.

С точки зрения формальной логики все многообразие расчетных вариантов совокупностей и структур специфических связей элементов машин в условиях действия физических полей разной природы можно классифицировать следующим образом. Рассмотрим двухуровневые, которые являются комбинацией различных по физической природе процессов и, как следствие, расчетных схем взаимодействия модели с учетом их взаимного влияния. Введем следующие виды степеней связанности структурных элементов системы (для примера взята стационарная конечно-элементная модель):

- последовательная (при одностороннем действии)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix};$$

- сильная (полная)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{Bmatrix};$$

- слабая с учетом обратных связей (при двустороннем взаимодействии)

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\bar{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1(\bar{y}_2) \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{Bmatrix},$$

где K_{11} , K_{21} , K_{22} - обобщенные матрицы жесткости; \bar{y}_1 и \bar{y}_2 - обобщенные векторы узловых переменных состояния, \bar{F}_1 и \bar{F}_2 - обобщенные векторы нагрузок. Основным отличием моделей с последовательной (слабой) степенью связанности от сильной является отсутствие недиагональных блоков в глобальных матрицах K_{21} . Недостатком моделей сильной связанности является увеличение размерности и ширины ленты системы разрешающих уравнений, преимуществом - возможность достижения решения за одну итерацию. Разбиение на подпункты носит условный методологический смысл, поскольку физический процесс может иметь комплексный и взаимовлияющий характер. Предполагается, что связь между подмоделями однозначна, алгоритмизируема и корректна. Такая трактовка дает возможность формализовать процесс и распространить традиционный инструментарий анализа и синтеза.

Моделирование структурными уравнениями, ориентированными на конкретный класс объектов, может включать большое количество методов из различных областей с применением апробированных CAD/CAM/CAE-систем. Это может быть осуществлено как в ручном режиме, так и путем создания специализированных автоматизированных систем. Использование единой расчетной модели для мультифизического моделирования позволяет минимизировать время, обычно затрачиваемое на подготовку множества расчетных моделей, преобразование и передачу данных от одной расчетной мо-

дели в одной системе к другой модели в другой системе. При этом необходимо или использование единой информационной базы для всех этапов жизненного цикла, или разработка специальных процедур согласования структур данных на различных этапах.

Практическое применение. Рассмотрим однокаскадный золотниковый гидрораспределитель (рис.2), представляющий собой электрогидравлический усилитель, преобразующий входной электрический сигнал в изменение расхода рабочей жидкости через дросселирующее окно золотника.

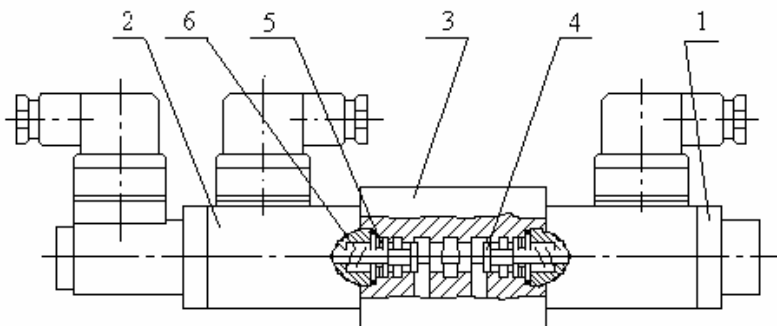


Рисунок 2 – Конструктивная схема гидрораспределителя.

Для распределителей с пропорциональным управлением, например типа РП-6, сохраняется однозначная аналоговая зависимость между электрическим входным сигналом и расходом через золотник, для обычных однокаскадных гидрораспределителей, например типа ВЕ-6, зависимость имеет релейный характер, т.е. изменяется скачком при достижении входным электрическим сигналом определенного значения. Распределитель состоит из корпуса 1, электромагнитов управления 2, плунжера золотника 3, возвратных пружин 4. В плунжере золотника выполнены круговые пазы, образующие кромки дросселирующих окон, площадь открытия которых определяет расход рабочей жидкости. Электромагниты с пропорциональным управлением 1 и 2 обеспечивают определенное положение золотника 4 относительно кромок во втулке, образованных проточками в корпусе 3 гидрораспределителя в соответствии с законом изменения тока в обмотках. Золотник центрируется пружинами 6 упирающимися в его торцы 5.

Для удобства построения полной математической модели однокаскадного гидрораспределителя с электрическим управлением можно выделить электрическую, механическую и гидравлическую части.

Горизонтальное отверстие в корпусе гидрораспределителя образует втулку цилиндрического золотника. Во втулку открываются каналы, подводящие жидкость из гидросистемы и отводящие ее к полостям исполнительно-

го гидроузла. В связи с этим втулка подвержена действию давлению жидкости разных величин и направлений, что влечет за собой изменения величин проходных щелей, следовательно, и расхода жидкости. Высокий уровень давления в корпусе может привести к деформациям выше критических, приводит к перекосу разделяющих перегородок втулки, отделяющих полости с разным давлением, что увеличивает перетечки жидкости между полостями и способствует возникновению жесткого контакта поверхностей втулки и золотника, приводя его к заклиниванию. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу не должны превышать допустимых. Исключить это можно оптимальным выбором зазора в золотнике, основанным на достоверном расчете деформационной картины втулки и корпуса гидрораспределителя в целом.

Изменения зазоров и размеров могут прогнозироваться с помощью теории размерных цепей путем анализа варьирования составляющих их звеньев на каждом этапе цикла работы машины.

Для построения полной 3-х мерной твердотельной модели однокаскадного гидрораспределителя используется САД-система компьютерного моделирования среднего уровня SolidWorks (рис. 3).

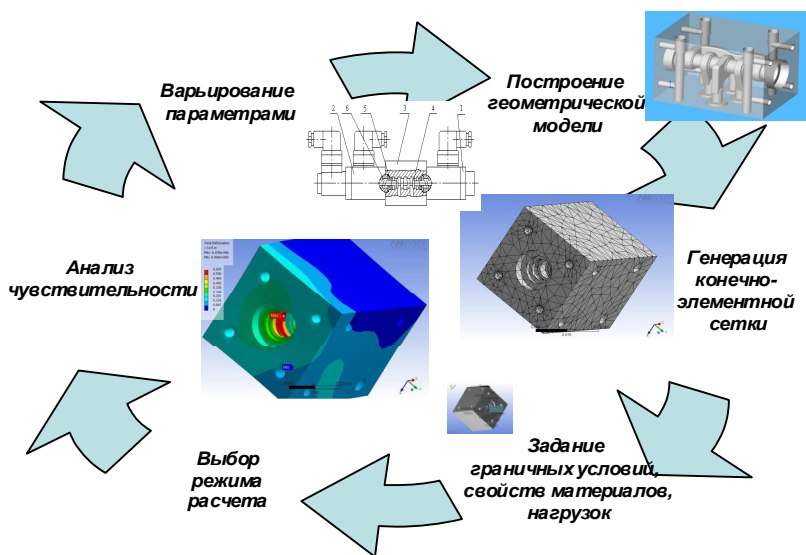


Рисунок 3 – Основные шаги анализа однокаскадного гидрораспределителя с электрическим управлением.

Расчет по МКЭ начинается с дискретизации расчетной схемы с высокой степенью адекватности реальному объекту. Каждый КЭ сохраняет все физические и геометрические свойства исходной среды. На границе области заданы граничные условия, т.е. компоненты сил или перемещений. Выбор типа конечного элемента является важным шагом, во многом определяющим эффективность расчета.

Разбивка конструкции деталей на конечные элементы должно обеспечить хорошую передачу основных геометрических форм. Для моделирования конструкции используются два семейства конечных элементов: тетраэдры и шестигранные призмы с плоскими или с криволинейными гранями. Используемые пространственные модели МКЭ позволяют:

- учесть сложные формы поверхности и граничного контура, условия закрепления, законы распределения нагрузки и неоднородных физико-механических свойств материала;
- независимо уточнить переменные состояния (перемещения, напряжения и т.д.) и проектирования (геометрические параметры) в различных зонах и направлениях.

Заключение. Данное исследование позволило провести классификацию задач анализа мультифизических конечноэлементных моделей элементов машин различной степени связанности, позволяющую построить схему для декомпозиции комплексной проблемы на ряд отдельных подзадач. Анализ структуры и типов связей между отдельными задачами служит основой схемы последовательности решения общей проблемы. Классификация может служить основой последующей унификации и стандартизации подходов. Рассмотрены основные шаги анализа на примере однокаскадного гидрораспределителя с электрическим управлением.

Список литературы: 1. *Kan D.* Manifesting multiphysics // *Machine Design*. 2008. Vol. 80. Issue 5. P. 90-95. 2. *Тимофеев Ю.В., Фадеев В.А., Степанов М.С., Назаренко С.А.* Обобщенная структура жизненного цикла машиностроительного производства и его изделий // *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків, НТУ «ХПІ», 2009. - Вип. 1. С. 86-95. 3. *Thilmany J.* Multiphysics: all at once // *Mechanical Engineering*. 2010. Vol. 132. Issue 2. P. 39-41. 4. *Fingerman S.* Multiphysics modeling using COMSOL; a first principle approach // *Sci-Tech News*. 2010. Vol. 64. Issue 2. P. 50-56. 5. *Назаренко С.А.* Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы // *Вестник НТУ «ХПИ»*. - 2006. - № 32. - С. 119-122. 6. *Flager F., Welle B., Bansal P., Soremekun G., Haymaker J.* [Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building](#) // *Journal of Information Technology in Construction(ITcon)* (2009) Vol. 14, pp. 595-612. 7. *Bhatia K.K.* FE software targets complex multiphysics // *Machine Design*. 2007. Vol. 79. Issue 6. P. 85-87.

Поступила в редколлегию 06.10.2010