*І. П. ГРЕЧКА*, канд. техн. наук, ст. викл., НТУ «ХПІ»; *В. В. КЛІТНОЙ*, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПІ»; *М. С. СВИНАРЕНКО*, канд. техн. наук, доц., ХДТУБА, Харків

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГІДРАВЛІЧНОГО СТЕНДА ДЛЯ ВИПРОБУВАНЬ ДОМКРАТІВ

Описані особливості робочого процесу гідравлічного домкрата. Отримана повна математична модель гідравлічного стенда для випробувань домкратів, особливістю якого є те, що сила, яка розвивається домкратом, визначається через тиск у його напірній камері. Це дозволяє підвищити точність визначення цієї сили.

Ключові слова: математична модель, гідравлічний стенд, домкрат, тиск, сила.

Вступ. Гідравлічні домкрати знайшли широке застосування в різних галузях промисловості. У першу чергу це обумовлено тим, що вони мають просту конструкцію та високу довговічність, надійно захищені від перевантажень. Вони безвідмовно працюють в будь-яких кліматичних умовах, при цьому всі, без виключення, домкрати проходять контрольні випробування згідно з ДСТУ [1]. Ці випробування проводять на спеціальних стендах.

Аналіз останніх досліджень. Питанням проектування та розрахунку гідравлічних агрегатів, в тому числі і стендів для випробування домкратів, присвячено достатньо велика кількість робіт таких учених, як Т.М. Башта, В.П. Бочаров, М.С. Гаминін, Г.Й. Зайончковський, В.А. Лещенко, З.Я. Лур'є, В.М. Прокоф'єв, О.М. Скляревський, В.Б. Струтинський, З.Л. Фінкельштейн й інших. У цих роботах розглянуті фундаментальні основи побудови гідравлічних агрегатів, які базуються на їх повних математичних моделях та дозволяють отримати гідравлічні агрегати з заданими статичними і динамічними властивостями. Інформація щодо побудови математичних моделей гідравлічних стендів для випробувань домкратів в науково-технічній літературі відсутня. Зазначимо, що існуючі стенди не дозволяють заміряти тиск у гідроциліндрі домкрата та визначити витоки, а використовують тензодатчики, які дають інтегральну оцінку цих параметрів. Крім того, жорсткість гідроциліндрів у таких стендах не оцінена. Таким чином, побудова математичної моделі такого стенда, яка є підґрунтям для підвищення точності визначення характеристик домкратів, є актуальною науково-технічною задачею.

Мета та задачі досліджень. Метою статті є отримання математичної моделі гідравлічного стенда для випробувань домкратів, яка дозволить на етапі його проектування визначити раціональні конструктивні та робочі параметри.

<sup>©</sup> І. П. Гречка, В. В. Клітной, М. С. Свинаренко, 2013

Стенд для випробувань домкратів. Він призначений для випробування гідравлічних домкратів зусиллям до 200 тонн і ходом поршня до 300 мм. Особливістю спроектованого стенда (рис. 1) є те, що визначення сили, яка розвивається домкратом, відбувається через тиск у напірній камері гідравлічного циліндра і тиск в домкраті, які надходять з датчиків тиску на багатоканальний вимірювальний комплект, створений на базі ноутбука.

При випробуванні в статиці гідравлічний циліндр преса створює навантаження на випробовуваний домкрат (від 0 до величини вантажопідйомності домкрата), яке змінює тиск в камері його циліндра, що з датчика тиску надходить до ноутбуку. Одночасно на ноутбук надходить тиск з датчика, встановленого у напірній камері гідравлічного циліндра преса. За значеннями тиску в гідравлічних циліндрах визначають вантажопідйомності домкрата.

При випробуванні в динаміці, змінюють тиск в камері циліндра домкрата та реєструють на ноутбуці зміну тиску в цій камері та у напірній камері гідравлічного циліндра стенда. За осцилограмами зміни цих тисків аналізують динамічні властивості домкрата. Зазначимо, що гідравлічні домкрати, прийняті в експлуатацію й після ремонту, варто випробовувати статичним навантаженням, що перевищує граничну вантажопідйомність домкрата на 25%, а при щорічних випробуваннях – навантаженням, що перевищує вантажопідйомність на 10%. Домкрат має перебувати під цим навантаженням протягом 10 хв., причому його шток повинен знаходитися в крайньому верхньому положенні, а падіння тиску до кінця випробування не може перевищувати 5%.

Значний вплив на роботу гідравлічного циліндра стенда має його жорсткість, яка представляє собою міру його стійкості до поздовжніх вигинів. Зазначимо, що зниження коефіцієнта жорсткості гідроциліндра спричиняє збільшення некерованих переміщень його поршня при змінах зовнішнього навантаження та погіршення швидкодії гідросистеми, зниження його динамічної точності й може стати причиною нестійкої роботи гідросистеми. Для забезпечення максимальної жорсткості гідравлічний циліндр стенда при проведенні статичних випробувань гідравлічних домкратів повинен бути в одному з крайніх положень.

Гідравлічний домкрат. Він повинен мати щільні з'єднання, що виключають витік рідини з робочих циліндрів під час підйому й переміщення вантажів, та бути обладнаний зворотним клапаном, що забезпечують повільне й плавне опускання штока або зупинку його у випадку ушкодження трубопроводів, які підводять або відводять рідину. При використанні домкрата при негативній температурі навколишнього середовища має застосовуватися незамерзаюча рідина. Тиск масла не повинен перевищувати максимального значення, зазначеного в його паспорті. При підйомі вантажів під домкрат потрібно підкладати дерев'яні підкладки, щоб він був установлений строго у вертикальне положення стосовно вантажу, що піднімається. Головку (лапу) домкрата необхідно впирати всією своєю площиною в міцні вузли встаткування, що піднімається, щоб уникнути їхньої поломки, прокладаючи між головкою (лапою) і вантажем пружну прокладку.



Рис. 1 – Гідравлічна принципова схема стенда для випробувань домкратів:
1 – бак; 2 – насос; 3 – електродвигун; 4 – муфта; 5 – фільтр; 6 – редукційний клапан;
7, 16 – манометри; 8 – гідророзподільник; 9 – гідрозамок; 10 – багатоканальний вимірювальний комплект, створений на базі ноутбука; 11 – гідроциліндр; 12 – домкрат; 13 – гідравлічний зворотній клапан домкрата з механічним керуванням; 14 – насос із механічним керуванням; 15 – бак домкрата; 17 – запобіжний клапан; 18 – гідророзподільник; 19 – основний запобіжний клапан; 20 – допоміжний запобіжний клапан.

При втриманні вантажу в піднятому стані для запобігання від раптового опускання поршня при падінні тиску в циліндрі з якої-небудь причини під головку поршня між циліндром і вантажем варто підкладати спеціальні сталеві підкладки у вигляді півкілець. Після установки домкрата для проведення необхідної роботи робоча рідина під тиском подається від насоса в робочу камеру домкрата, діє на поршень і відбувається рух поршня, що штовхає, разом з вантажем. Повернення штока у вихідне положення після закінчення роботи відбувається під дією вантажу або вручну після скидання тиску в гідросистемі.

### Математична модель робочого процесу стенда.

Обґрунтування прийнятих припущень. Проведений аналіз процесів у гідравлічних системах дозволяє зробити наступні припущення.

По-перше, діаметри каналів та трубопроводів розподільчих, регулюючих та виконавчих пристроїв однакові, а їх вибір здійснюють таким чином, щоб забезпечити ламінарний режим течії робочої рідини (PP) (мінімальні втрати) [2]. Товщина стінок трубопроводів та каналів достатньо велика, а це дозволяє вважати, що їх діаметр не залежить від внутрішнього тиску PP, а їх пружні властивості враховувати *приведеним об'ємним модулем пружності PP*.

По-друге, враховуючи, що довжина трубопроводів та з'єднувальних каналів значно перевищує їх діаметр, початковими ділянками, на яких відбувається формування профілів швидкостей, нехтуємо. Також нехтуємо опором каналів гідророзподільника (ГР). Зауважимо, що таке припущення приймають більшість дослідників, наприклад [3]. Вважаємо, що у гідравлічній системі резонанс та гідравлічний удар відсутні.

По-третє, приймаємо припущення, що кавітація в гідравлічній системі та її елементах відсутня, немає розриву РР, швидкість звуку в РР, з урахуванням пружних властивостей трубопроводів, є сталою та значно більшою за швидкість руху РР. Вважаємо РР *ньютонівською*, а її течію – ізотермічною.

## Математична модель робочого процесу насоса записується формулою

$$q_{\rm H}(t) = q_{\rm HT}(t)\eta_{\rm of}\,,\tag{1}$$

де  $q_{\rm HT}(t)$  і  $\eta_{\rm ob}$  – відповідно, теоретична подача і об'ємний ККД насоса.

Теоретична подача шестеренного насоса [6]

$$q_{\rm HT}(t) = \omega_{\rm H} \rho_{\rm III}^2 b_{\rm III} \left[ tg^2 \alpha_{\rm e} - tg^2 \alpha_{\rm K} - \left( tg \alpha_{\rm K} - \varphi(t) \right)^2 \right], \qquad (2)$$

де

$$tg\alpha_{\rm e} = \sqrt{1 - (\rho_{\rm m}/r_{\rm r})^2} / (\rho_{\rm m}/r_{\rm r}); \quad tg\alpha_{\rm \kappa} = \sqrt{1 - (\rho_{\rm m}/s)^2} / (\rho_{\rm m}/s); \quad r_{\rm r} = D_{\rm r}/2;$$

 $D_{\Gamma} = m_{III} z_{III} + 2(m_{III} + k_{III} m_{III}); s = m_{III} z_{III} + 2k_{III} m_{III}; \omega_{H}$  – кутова швидкість приводного валу насоса;  $\rho_{III}$  – радіус основної розгортки кола;  $b_{III}$  – ширина шес-

терні, м;  $\varphi(t)$  – кут повороту вала насоса;  $z_{\rm m}$  і  $k_{\rm m}$  – відповідно, число зубців і коефіцієнт корегування шестерні;  $m_{\rm m}$  – модуль шестерні.

*Математична модель робочого процесу запобіжного клапана* (рис. 2). При її складанні витратою витоків РР нехтували. Математична модель клапана складається з наступних рівнянь.

Рівняння руху основного клапана

$$n_{\rm KJ} d^2 h_{\rm KJ}(t) / dt^2 = A_{\rm KJ} \left[ p_{10}(t) - p_{\rm K}(t) \right] - P_{\rm FJ \, KJ}(t) - P_{\rm Tp \, KJ}(t) - P_{\rm Tp \, KJ}(t) , \qquad (3)$$

де *m*<sub>кл</sub> – приведена до запірно-регулюючого елементу (ЗРЕ) основного клапана маса всіх рухомих частин, кг, яка визначається за залежністю

$$m_{\rm K\pi} = m_{\rm 3pe} + m_{\rm \pi p}/3,$$
 (4)

 $m_{\rm 3pe}$  – маса ЗРЕ основного клапана;  $m_{\rm np}$  – маса пружини основного клапана;  $A_{\rm kn} = \pi D_{\rm kn}^2 / 4$ ;  $p_{10}(t)$  і  $p_{\rm kn}(t)$  – відповідно, тиск на вході та тиск у камері керування основного клапана.

У рівняння (3) входять наступні сили:

- гідродинамічна сила, яку визначали за залежністю [4]



Рис. 2 – Розрахункова схема запобіжного клапана: 1 – кулька (ЗРЕ керуючого клапана); 2 і 4 – пружини; 3 – запірно-регулюючий елемент основного клапана; 5 – дросель; 6 – вікна в основному каналі (дроселі); 7 – сідло керуючого клапана.

$$P_{\rm r,g,\,\kappa,n}(t) = -c_{\rm r,g} h_{\rm \kappa,n}(t) - k_{\rm in}\left(h_{\rm \kappa,n}(t)/dt\right), \qquad (5)$$

де

$$c_{\rm rg} = \mu_{\rm k\pi} \left( {\rm Re}, h_{\rm k\pi} \right) b_{\rm Bik} \left( p_{10} - p_{\rm 3\pi} \right) \cos \theta_{\rm H}; \tag{6}$$

$$k_{\rm iH} = \rho l_{\rm k\pi} \mu_{\rm k\pi} \left( {\rm Re}, h_{\rm k\pi} \right) b_{\rm Bik} \sqrt{\left( p_{10} - p_{\rm 3\pi} \right) / \rho} ; \qquad (7)$$

 $\mu_{\kappa\pi}$  (Re,  $h_{\kappa\pi}$ ) – коефіцієнт витрати основного клапана, який, крім геометричних розмірів дроселюючих щілин, враховує також режим течії PP [5],

$$\mu_{\rm KJI}\left({\rm Re}, h_{\rm KJI}\right) = \mu_{\rm KJI} \sqrt{{\rm Re}} / \sqrt{{\rm Re}_{\rm K} + {\rm Re}} , \qquad (8)$$

 $\mu_{\kappa\pi}$  – коефіцієнт витрати у статичному режимі; Re – *число Рейнольдса*; Re<sub>к</sub> – коефіцієнт корекції;  $b_{\text{вік}}$  – відстань між сідлом основного клапана і віссю каналу зливу, м;  $\theta_{\text{H}}$  – кут нахилу вектора швидкості потоку PP до осі ЗРЕ основного клапана, <sup>0</sup>;  $l_{\kappa\pi}$  – відстань між сідлом основного клапана та віссю каналу зливу;

 – сила пружини, що діє на ЗРЕ основного клапана, яку розраховували за відомою залежністю

$$P_{\text{пр }\kappa\pi}(t) = c_{\text{пр}}\left(h_{\kappa\pi}\left(t\right) + h_{\kappa\pi \ 0}\right),\tag{9}$$

де  $c_{\rm np}$  – жорсткість пружини основного клапана;  $h_{\rm kn 0}$  – попередній підтиск пружини, який визначає початкову силу, що діє на ЗРЕ основного клапана. – сила тертя, яку розраховували за залежністю [6]

$$P_{\rm Tp}(t) = P_{\rm Tp \, II},$$
 при  $\dot{x}_{\rm 3pe} = 0;$   
 $P_{\rm Tp}(t) = P_{\rm Tp \, V} sign \dot{x}_{\rm 3pe},$  при  $\dot{x}_{\rm 3pe} \neq 0,$ , (10)

де *P*<sub>трп</sub> і *P*<sub>трv</sub> – відповідно, сила тертя при знаходженні рухомого елемента в стані спокою та під час його руху.

Рівняння витрати РР через основний клапан

$$q_{10}(t) = q_{3\pi}(t) - A_{3\kappa\pi}\dot{h}_{\kappa\pi} + q_{\pi\mu}(t) + q_{c\tau\kappa\pi}(t), \qquad (11)$$

де  $q_{3\pi}(t)$  – витрата через щілину основного клапана;

$$q_{_{3\Pi}}(t) = \mu_{_{\kappa\Pi}} \left( \text{Re}, h_{_{\kappa\Pi}} \right) \pi \, d_{_{3\,\kappa\Pi}} \sin \alpha \, h_{_{\kappa\Pi}}(t) \sqrt{2 \left( p_{10} - p_{_{3\Pi}} \right) / \rho} \,, \qquad (12)$$

 $d_{\kappa\pi}$  – діаметр клапана;  $\alpha$  – кут сідла основного клапана;

 $q_{\rm др}(t)$  – витрата через дросель 5,

$$q_{\rm дp}(t) = \mu_{\rm дp} A_{\rm дp} \sqrt{2(p_{10} - p_{\kappa\pi}(t))/\rho} , \qquad (13)$$

 $\mu_{\rm дp}$  – коефіцієнт витрати дроселя;  $A_{\rm дp}$  – площа дроселя 5;  $p_{\kappa n}(t)$  – тиск керування основним клапаном, МПа.

Витрату стискання визначали за залежністю

$$q_{\rm ct \ \kappa\pi}(t) = \left(V/E\right) d \ p_{\rm g \ \kappa\pi}(t) / dt \ , \tag{14}$$

де V -об'єм РР в камерах запобіжного клапана при ЗРЕ основного клапана;  $p_{\pi \ \text{кл}}(t) -$ тиск в камері демпфування запобіжного клапана,

$$p_{\rm d \, \kappa \pi}(t) = p_{10}(t) - p_{\rm \kappa \pi}(t) \,.$$

Рівняння руху кульки керуючого клапана, нехтуючи силою тертя, записували так:

$$m_{\rm K} \ddot{x}_{\rm K} = A_{\rm K} \left( p_{\rm K\Pi}(t) - p_{\rm 3\Pi} \right) - P_{\rm K\,\Gamma\Pi}(t) - P_{\rm K\,\Pi\Pi}(t) - P_{\rm K\,\Pi\Pi}(t) \,, \tag{15}$$

де  $m_{\kappa}$  – маса кульки керуючого клапана;  $h_{\kappa}$  – переміщення кульки керуючого клапана;  $A_{\kappa} = \pi d_{\kappa}^2/4$  – площа перерізу кульки;  $d_{\kappa}$  – діаметр кульки;  $P_{\kappa np}(t)$ ,  $P_{\kappa rg}(t)$  – відповідно, сили керуючого клапана: пружини, гідродинамічна, Н, які визначаються за залежностями, аналогічними (5) і (9).

Рівняння витрати керуючого клапана мають вигляд

$$q_{\rm KK\pi}(t) = A_{\rm K} h_{\rm K} + q_{\rm AP \ KK}(t); \qquad (16)$$

$$q_{\rm KK\pi}(t) = \mu_{\rm дp\, KK} A_{\rm дp\, KK}(h_{\rm K}) \sqrt{2(p(t)_{\rm K\pi} - p_{\rm 3\pi})/\rho} , \qquad (17)$$

де  $\mu_{\text{др кк}}$  і  $A_{\text{др кк}}(h_{\text{к}})$  – відповідно, коефіцієнт витрати і площа прохідного перетину керуючого клапана.

До цієї моделі входять також обмеження переміщення ЗРЕ основного клапана

$$0 < h_{\scriptscriptstyle \mathrm{KJ}}(t) \le h_{\scriptscriptstyle \mathrm{KJ}\max}$$
 .

де *h*<sub>кл max</sub> – максимальне переміщення ЗРЕ основного клапана.

Та рівняння обмеження переміщення кульки керуючого клапана

$$0 < h_{\kappa}(t) \le h_{\kappa \max} .$$

де *h*<sub>к max</sub> – максимальне переміщення кульки керуючого клапана.

*Математична модель робочого процесу фільтра* складається з рівнянь: – перепаду тиску [7]

$$\Delta p_{\phi} = p_{11} - p_{12} = \mu q_{12} / (k_{\phi} A_{\phi}), \qquad (18)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості РР, 0,1 Па·с;  $k_{\phi}$  – коефіцієнт фільтра, який залежить від тонкості фільтрації РР і визначається [7];  $A_{\phi}$  – площа фільтра;

- нерозривності

$$q_{12} = q_{11}. (19)$$

*Математична модель робочого процесу дроселя* складається з рівнянь:

- витрати через дросель

$$q_{14}(t) = \mu_{\rm dp} \left( \text{Re}, x_{\rm dp} \right) \left( \pi \ d_{\rm dp}^2 / 4 \right) x_{\rm dp} \sqrt{2 \left( p_{13}(t) - p_{\rm 3n}(t) \right) / \rho} , \qquad (20)$$

де  $x_{\rm дp}$  і  $d_{\rm дp}$  – відповідно, переміщення ЗРЕ і діаметр дроселя;

- нерозривності

$$q_8 = q_9 + q_{10} + q_{13}; \quad q_{13} = q_{14}. \tag{21}$$

## Математична модель робочого процесу гідророзподільника.

Прийнято, що кут відхилення потоку PP, яка протікає через дроселюючу щілину ГР, постійний і рівний 69°. Власним опором каналів знехтувано. Злив PP відбувається в атмосферу. Зазначимо, що тип керування на рис. 3 не показано.

При розрахунку ГР (рис. 3) важливо визначити силу керування, яка переміщує його ЗРЕ з нейтрального положення у робоче. У загальному випадку ця сила визначається з нерівності

$$P_{\rm kep}(t) \ge m\ddot{x}_{\rm 3pe} + P_{\rm np\,\Sigma}(t) + P_{\rm rg}(t) + P_{\rm rp}(t), \qquad (22)$$

де  $m\ddot{x}_{3pe}$  – сила інерції;  $P_{np\Sigma}(t)$ ,  $P_{rg}(t)$  і  $P_{rp}(t)$  – відповідно сили пружин, гідродинамічна і тертя, які визначаються згідно з залежностями (5), (9) і (10); m – приведена до ЗРЕ ГР маса всіх рухомих частин, яка визначається аналогічно залежності (4).



Рис. 3 – Схема гідророзподільника: 1 – ЗРЕ; 2 – корпус.

Зауважимо, що в рівнянні (22) не враховано *силу облітерації*, викликану заростанням щілин, утворених зазором між ЗРЕ і корпусом (втулкою) ГР, частинками забруднень РР та молекулярним зчепленням її частинок з поверхнями ЗРЕ і корпусу. Зазначимо, що при визначенні сили інерції треба мати на увазі, що час спрацювання сучасних гідророзподільників з електричним керуванням знаходиться в діапазоні від 0,01 до 0,2 с.

Сила  $P_{\text{кер}}(t)$  тиску в гідравлічній камері керування ГР – визначається за формулою

$$P_{\rm kep}(t) = p_{\rm kep}(t)\pi \ d_3^2 / 4 \,, \tag{23}$$

тут  $p_{\text{кер}}(t)$  – тиск в гідравлічній камері керування ГР, МПа;

$$q_{1}(t) = \mu_{\rm rp} \left( \text{Re}, x_{3} \right) b_{\rm Bik} \sqrt{x_{3}^{2} + \delta_{\rm rp}^{2}} \sqrt{2 \left[ p_{\rm жив} - p_{1}(t) \right] / \rho} , \qquad (24)$$

 $p_1(t)$  – тиск на виході з ГР, МПа;  $\mu_{rp}(\text{Re}, x_3)$  – коефіцієнт витрати дроселюючої щілини, що визначається аналогічно залежності (8).

Витрата  $q_{\text{вит}}(t)$  витоків в ГР розраховується за залежністю

$$q_{_{\rm BMT}}(t) = \frac{1,75 \,\pi \,d \,s^3 \,\Delta \,p(t)}{12 \,\mu \,L} \,, \tag{25}$$

де коефіцієнт 1,75 враховує ексцентриситет щілини.

Витрату стискання визначали аналогічно залежності (14).

Витрата через відвідний канал ГР  $q_3(t)$  має вигляд

$$q_{3}(t) = \mu_{\kappa rp} S_{\kappa rp} \sqrt{2 [p_{3}(t) - p_{3}]/\rho}, \qquad (26)$$

де  $\mu_{\kappa rp}$  – коефіцієнт витрати відвідного каналу ГР;  $S_{\kappa rp}$  – площа відвідного каналу ГР, м<sup>2</sup>;  $p_3(t)$  – тиск на виході ГМ, МПа.

Враховуються обмеження переміщення золотника ГР

$$0 < x_3(t) \le x_{3\max},$$

де x<sub>3 max</sub> – максимальне переміщення золотника ГР, м.

*Математична модель робочого процесу редукційного клапана* (рис. 4) складається з наступного:



Рис. 4 – Розрахункова схема клапана тиску: 1 – пружина; 2 – золотник; 3 – корпус.

 – рівняння руху золотника клапана тиску, яке по аналогії з (3) записане у вигляді

$$n_{\rm KR}\ddot{x}_{\rm KR} = \pi d_{\rm KR}^2 \left[ p_{\rm ra} - p_1(t) \right] / 4 - P_{\rm np}(t) - P_{\rm rg}(t) - P_{\rm rp}(t) , \qquad (27)$$

де  $m_{\kappa\pi}$  – приведена маса золотника клапана тиску, яка визначається за залежністю (4);  $x_{\kappa\pi}$  – переміщення золотника клапана тиску, м;  $d_{\kappa\pi}$  – діаметр клапана тиску, м;  $P_{np}(t)$  – сила пружини клапана тиску, H; інші складові аналогічні, як в рівнянні (3);

- рівняння обмеження переміщення золотника клапана тиску

$$0 < x_{\rm KJI}(t) \le x_{\rm KJI \, max} \; ,$$

де x<sub>кл max</sub> – максимальне переміщення золотника клапана тиску, м.

*Математична модель робочого процесу ГР з електрокеруванням* складається з наступних рівнянь:

 – рівняння витрати на його виході в залежності від вмикання електромагніта і переміщення золотника

$$q_{\rm rp} = \begin{cases} 0, & \text{при } i_{\rm kep} \neq 0; \\ q_{\rm kep \, 3 \, k \pi}(t), & \text{при } i_{\rm kep} = 0, \end{cases}$$
(28)

де  $q_{\text{кер 3 кл}}(t)$  – витрата через керуючий клапан, м<sup>3</sup>/с;  $i_{\text{кер}}$  – струм керування електромагнітами, А;

– рівняння обмеження переміщення золотника ГР з електрокеруванням  $0 < x_{3 \, \text{гр}}(t) \le x_{3 \, \text{гр}} \max$ ,

де  $x_{3 rp}(t)$  – переміщення золотника ГР, м;  $x_{3 rp max}$  – максимальне переміщення золотника ГР, м.

*Математична модель робочого процесу зворотного клапана* описусться наступними рівняннями:

- витрати на його виході в залежності від напрямку руху РР

$$q_{_{3BK}} = \begin{cases} 0, & \text{при зворотному русi;} \\ q_{_{3BK}}, & \text{при прямому русi,} \end{cases}$$
(29)

де  $q_{_{3BK}}$  – витрата через зворотний клапан, яка розраховується за залежністю (13), в яку підставляють значення перепаду тиску на зворотному клапані та його конструктивні параметри;

- переміщення ЗРЕ зворотного клапана

$$x_{_{3BK}} = \begin{cases} 0, & \text{при зворотному русі;} \\ x_{_{3BK} \max}, & \text{при прямому русі,} \end{cases}$$
(30)

де x<sub>звк</sub> – переміщення ЗРЕ зворотного клапана; x<sub>звк max</sub> – максимальне переміщення ЗРЕ зворотного клапана.

*Математична модель робочого процесу гідроциліндра* (рис. 5). Рівняння руху навантаженого штока гідроциліндра має вигляд

$$m_{\rm ru}\ddot{x}_{\rm u} = f_{\rm nop} p_1(t) - f_{\rm urr} p_2(t) - P_{\rm rp}(t) - P_{\rm HK}(t) .$$
(31)

де  $f_{\text{пор}}$ ,  $f_{\text{шт}}$  – відповідно, площі поршня гідроциліндра з боку поршневої і штокової камер;  $P_{\text{тр}}(t)$  – сила тертя, яка розраховується за залежністю (10).



Рис. 5 – Конструкція гідроциліндра.

Навантаження на шток гідроциліндра приймали постійним і направленим в протилежний бік руху поршня гідроциліндра. Рівняння витрат в порожнинах гідроциліндра [8] мають вигляд

$$q_{\text{nop}}(t) = f_{\text{nop}}\dot{x}_{\text{II}} + \left[ \left( V_{\text{nop}} + f_{\text{nop}}x_{\text{II}} \right) / E_{\text{cM}} \right] \left( d p_1(t) / d t \right), \tag{32}$$

$$q_{\rm IIIT}(t) = f_{\rm IIIT} \dot{x}_{\rm II} - \left[ \left( V_{\rm IIIT} - f_{\rm IIIT} x_{\rm II} \right) / E_{\rm CM} \right] \left( d \ p_2(t) / d \ t \right), \tag{33}$$

де V<sub>пор</sub>, V<sub>шт</sub> – відповідно, початкові об'єми поршневої і штокової камер.

*Математична модель робочого процесу двостороннього гідрозамка* (рис. 6) описується наступними рівняннями:

нерозривності

$$q_{r_3} = q_1 = q_2 = q_3 = q_4, \tag{34}$$

де  $q_{r_3}$  і  $q_i$  – відповідно витрата через гідрозамок і його *i* -тий канал;

– витрати

$$q_{\Gamma 3} = \begin{cases} 0, & \Pi p_{I} p_{2} < p_{\Gamma 3} \min \left( p_{3} < p_{\Gamma 3} \min \right); \\ q_{\Gamma 3}, & \Pi p_{I} p_{2} \ge p_{\Gamma 3} \min \left( p_{3} \ge p_{\Gamma 3} \min \right), \end{cases}$$
(35)

де  $q_{r_3}$  – витрата через двосторонній гідрозамок, яка розраховується аналогічно залежності (14), в яку підставляють значення перепаду тиску на гідрозамку;  $p_{r_3 \min}$  – мінімальне значення тиску, при якому відкриваються ЗРЕ гід-

розамка і який залежить від жорсткості пружини, її попереднього натягу та поперечного перетину ЗРЕ та його конструктивних параметрів;



Рис. 6 - Конструкція двостороннього гідрозамка.

- обмеження переміщення поршня зі штовхачем  $0 < x_{r_3}(t) \le x_{r_3 \max}$ , (36)

де x<sub>гз тах</sub> – максимальне переміщення поршня зі штовхачем;

- обмеження переміщення ЗРЕ гідрозамка

$$0 < x_{\text{spe}}\left(t\right) \le x_{\text{spe max}} , \qquad (37)$$

де x<sub>зре max</sub> – максимальне переміщення ЗРЕ гідрозамка;

Рівняння (7), (12), (13), (17), (20), (24) і (26) доповнювали рівнянням зміни стану РР

$$T_{a} = const$$
,  $\rho(t)$ ,

де температуру –  $T_a$  приймають рівною її середньому значенню, а густину PP  $\rho(t)$  визначають за формулою

$$\rho(t) = \rho_{\rm PP0} \left[ 1 - z(t) \right] \left[ 1 + \frac{p(t) - p_0}{E_{\rm cm}(t)} \right] + \rho_{\rm r0} z(t) \frac{p(t)}{p_0} , \qquad (40)$$

де  $\rho_{PP0}$  і  $\rho_{c0}$  – відповідно густина PP і газу при тиску  $p_0$ ; z – доля об'єму рідинно-газової суміші (середовища), зайнятої газом,  $z(t) = V_r^*(t)/(V_p + V_r^*(t))$ .

*Математична модель робочого процесу домкрата.* Домкрат у відповідності до (рис. 1) складається із гідравлічного циліндра, зворотного клапана, насоса з механічним керуванням і баку. Математична модель робочого процесу зворотного клапана аналогічна математичній моделі робочого процесу гідравлічного замка, а математична модель робочого процесу насоса з механічним керуванням – гідроциліндра.

Для отримання динамічних характеристик рівняння (1) – (37) розглядають разом з початковими умовами. Задають початкові параметри РР: модуль об'ємної пружності та густину при атмосферному тиску, газовміст і робочу температуру.

Висновки. Розроблено нову конструкцію стенда для випробувань домкратів, в якій визначення сили, що розвивається домкратом, відбувається через тиск у напірній камері гідравлічного циліндра і тиск в домкраті, які надходять з датчиків тиску на ноутбук. Це дозволяє підвищити точність та визначити динамічні характеристики домкрата з великою точністю.

Вперше отримана, з урахуванням максимальної кількості факторів, математична модель стенда для випробувань домкратів, яка дозволить на етапі його проектування визначити раціональні конструктивні та робочі параметри домкрата.

Список літератури: 1. ДСТУ 3073-95. Гідроапаратура. Правила приймання і методи випробування. (ГОСТ 20245–95. Гидроаппаратура. Правила приемки и методы испытаний. – М.: Изд-во стандартов. 1995. 41 с.) 2. Свешников В.К. Станочные гидроприводы: справочник. – М.: Машиностроение, 1995. – 448 с. 3. Гамынин Н.С. Гидравлический привод систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 376 с. 4. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: учебн. для вузов. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1987. – 464 с. 5. Данилов Ю.А., Кирилловский Ю.Л., Колпаков Ю.Г. Аппаратура объемных гидроприводов: Рабочие процессы и характеристики. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с. 6. Лур'є З. Я., Андренко П. М. Розрахунок сили тертя на запорно-регулюючому елементі гідроапарата з вібраційною лінеаризацією. – Вісник НТУ "ХПІ". Х.: НТУ "ХПІ". – 2008. – № 4. – С. 129 –137. 7. Korzeneniowski R., *Pluta J.* Identyfikacja sil tarcia w serwonapedzie elektropneumatycznym // HYDRAULIC AND PNEUMATICS '2005 : international scientific-technical conference, 17 – 19 maja 2005. – Wroclaw, 2005. – Р. 283 – 292. 8. Чекмасова І.А. Динаміка гідроагрегата з дросельним керуванням на базі регулятора витрат: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.17 / Чекмасова Ірина Анатольївна. – Х., 2003. – 258 с.

Надійшла до редколегії 01.02.2013

#### УДК 62-82

Математична модель стенда для випробувань домкратів / І. П. Гречка, В. В. Клітной, М. С. Свинаренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013. – №5 (979). – С. 14-26. Бібліогр.: 8 назв.

Описаны особенности рабочего процесса гидравлического домкрата. Получена полная математическая модель гидравлического стенда для испытаний домкратов, особенностью которого является то, что сила, развиваемая домкратом, определяется через давление в его напорной камере. Это разрешает повысить точность определения этой силы.

Ключевые слова: математическая модель, гидравлический стенд, домкрат, давление, сила.

Is received features of working process of a hydraulic jack are described. The full mathematical model of the hydraulic stand for tests of the jacks which feature is that the force developed by a jack, is defined through pressure in its pressure head chamber. It allows to raise accuracy of definition of this force.

Key words: mathematical model, the hydraulic stand, a jack, pressure, force.