

рен у процесі обробки й принципово по-новому обґрунтувати основні технологічні закономірності знімання матеріалу й формоутворення поверхонь деталей. На цій основі доведено визначальний вплив на шорсткість обробленої поверхні й продуктивність обробки швидкості руху абразивних зерен, яка на відміну від традиційної струминно-абразивної обробки істотно залежить від різних технологічних параметрів процесу.

**Список літератури:** 1. *Проволоцкий А.Е.* Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техніка, – 1989. – 177 с. 2. *Шманев В. А., Шулепов А. П., Мещеряков А. В.* Струйно-абразивная обработка деталей ГТД. – М.: Машиностроение, – 1995. – 143 с. 3. *Исупов М. Г.* Разработка, исследование технологии струйно-абразивной финишной обработки: дис. на соискание научн. степени докт. техн. наук: спец. 05.02.08 Технология машиностроения / *Исупов Максим Георгиевич.* – М.: РГБ, – 2007. – 432 с. 4. *Зверев Е. А.* Влияние режимов струйно-абразивной обработки на шероховатость поверхности деталей под плазменное напыление покрытий // *Материаловедение: сб. науч. тр.* – Новосибирск: Новосибир. гос. техн. ун-т, – 2008. – № 2 (52). – С. 109 – 114. 5. *Цыгановский А. Б.* Технологические возможности гидроабразивной обработки затопленными струями // *Вибрации в технике и технологиях.* – Ростов-на-Дону: ДГТУ, – 2010. – № 2(58). – С. 205 – 215. 6. *Анділахай О. О.* Розробка математичної моделі визначення параметрів абразивної обробки затопленими струменями // *Вісник НТУ «ХПІ».* Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – №18(1061). – С. 9 – 16.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Provolockij, A. E.* *Strujno-abrazivnaja obrabotka detalej mashin.* Kiev: Tehnika, 1989. Print. 2. *Shmanev, V. A., A. P. Shulepov and A. V. Meshherjakov.* *Strujno-abrazivnaja obrabotka detalej GTD.* Moscow: Mashinostroenie, 1995. Print. 3. *Isupov, M. G.* *Razrabotka, issledovanie tehnologii strujno-abrazivnoj finisnoj obrabotki. Dis. na soiskanie nauchn. stepeni d-ra tehn. nauk.* Moscow, 2007. Print. 4. *Zverev, E. A.* "Vlijanie rezhimov strujno-abrazivnoj obrabotki na sherohovatost' poverhnosti detalej pod plazmennoe napylenie pokrytij." *Materialovedenie: sb. nauch. tr.* No. 2 (52). Novosibirsk: Novosibir. gos. tehn. un-t., 2008. 109–114. Print. 5. *Cyganovskij, A. B.* "Tehnologicheskie vozmozhnosti gidroabrazivnoj obrabotki zatoplennymi strujami." *Vibracii v tehnike i tehnologijah.* No. 2 (58). Rostov-na-Donu: DGTU, 2010. 205–215. Print. 6. *Andilahaaj, A. A.* "Rozrobka matematychnoi' modeli vyznachennja parametriv abrazyvnoi' obrobky zatoplenymi strumenjamy." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Matematychni modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah.* No. 18 (1061). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 9–16. Print.

*Надійшла (received) 26.08.2014*

УДК 621.923

**Т.М. БРИЖАН**, наук. співр., ДВНЗ «ПДТУ», Маріуполь

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДОВИХ СИЛИ РІЗАННЯ ПРИ МЕХАНІЧНІЙ ОБРОБЦІ ГЛИБОКИХ ОТВОРИВ**

Розроблено математичну модель визначення складових сили різання при обробці глибоких отворів, що дозволило оцінити рівень нерівноваженості радіальної складової сили різання при зніманні нерівномірного припуску і обґрунтувати умови її зменшення з метою підвищення точності обробки отвору. Теоретично показано можливість суттєвого зменшення радіальної складової сили різання за рахунок створення кута нахилу зубів розгортки, що відкриває широкі технологічні можливості високоточної обробки глибоких отворів.

© Т. М. Брижан, 2014

**Ключові слова:** глибокий отвір, процес різання, розгортка, складові сили різання, пружне переміщення, точність обробки, коефіцієнт тертя.

**Вступ.** При механічній обробці глибоких отворів багатолезовими інструментами внаслідок нерівномірного знімання припуску і невірноваженості радіальної складової сили різання в технологічній системі виникають значні пружні переміщення, які перешкоджають досягненню високих показників точності обробки. Щоб усунути цю невірноваженість застосовуються різні технологічні методи, наприклад, почергова обробка отвору свердлом, зенкером і розгорткою. Ефект такої обробки досягається за рахунок поступового збільшення кількості ріжучих лез, оскільки у розгортки їх найбільше. Разом з тим, таким шляхом не завжди вдається домогтися необхідної точності обробки глибоких отворів, оскільки при розгортанні виникають ще й коливальні процеси, які складно усунути. Тому дана робота присвячена розробці математичної моделі визначення складових сили різання при обробці глибоких отворів, які є першопричиною виникнення пружних переміщень і коливальних процесів і які необхідно усувати при обробці.

**Аналіз останніх досліджень.** Визначення складових сили різання при обробці отворів присвячені численні роботи [1 – 4]. Однак, як правило, вони встановлюються на основі експериментальних досліджень, виконаних для окремих умов обробки. Це обмежує можливості аналізу складових сили різання з єдиних позицій і не дозволяє отримати загальних рішень щодо вибору найбільш ефективних методів обробки отворів і раціональних умов різання. В особливій мірі це відноситься до обробки глибоких отворів. Таким же недоліком характеризуються і відомі аналітичні рішення, оскільки вони отримані для цілком конкретних методів і умов обробки отворів. У зв'язку з цим, важливим і актуальним завданням є встановлення загальних теоретичних рішень щодо визначення складових сили різання при обробці глибоких отворів.

**Постановка задачі.** Для визначення умов підвищення точності обробки глибоких отворів в роботі вирішується завдання розробки математичної моделі визначення складових сили різання при обробці отвору. Враховуючи те, що розгортка має більше число лез порівняно зі свердлом і внаслідок цього знижує ймовірність виникнення в технологічній системі пружних переміщень і коливальних процесів, в роботі поставлена задача теоретичного аналізу шляхів підвищення точності обробки глибоких отворів при розгортанні. Для цього необхідно аналітично визначити складові сили різання, що виникають в процесі розгортання отвору, а також обґрунтувати умови їх зменшення.

**Математична модель.** У загальному випадку процес розгортання глибокого отвору можна вподібнити процесу розточування отвору, розглядаючи ріжучий зуб розгортки як розточувальний різець і приймаючи, що обертається оброблювана деталь, а розгортка здійснює лише поздовжній рух. При такому поданні процесу розгортання виникаючі складові сили різання будуть

описуватися тими ж залежностями, що й при розточуванні й точінні [4]. Виходячи з рис. 1, тангенціальна  $P_z$ , радіальна  $P_y$  й осьова  $P_x$  складові сили різання приймають вигляд:

$$P_z = \sigma \cdot F; \quad (1)$$

$$P_y = P_0 \cdot \cos \varphi; \quad (2)$$

$$P_x = P_0 \cdot \sin \varphi, \quad (3)$$

де  $\sigma$  – умовне напруження різання (питома сила різання),  $\text{H}/\text{m}^2$ ;  $P_0 = P_z / K_{\text{різ}}$  – складова сили різання, що діє в горизонтальній площині  $xOy$ ,  $\text{H}$ ;  $K_{\text{різ}}$  – коефіцієнт різання;  $F = a \cdot b$  – площа поперечного перерізу зрізу,  $\text{m}^2$ ;  $a$ ,  $b$  – відповідно товщина і ширина зрізу,  $\text{m}$ ;  $\varphi$  – головний кут інструмента в плані.

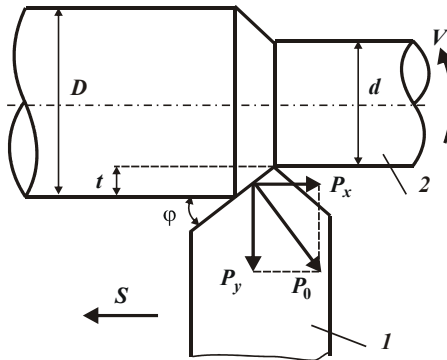


Рис. 1 – Розрахункова схема поздовжнього точіння: 1 – різець; 2 – деталь.

З урахуванням співвідношень [2]:  $a = S_z \cdot \sin \varphi$  і  $b = t / \sin \varphi$ , отримано

$$F = S_z \cdot t, \quad (4)$$

де  $S_z$  – подача на зуб розгортки,  $\text{m}/\text{зуб}$ ;  $t$  – глибина різання,  $\text{m}$ .

Тоді залежності (1), (2) і (3) приймуть вигляд:

$$P_z = \sigma \cdot S_z \cdot t; \quad (5)$$

$$P_y = \frac{\sigma \cdot S_z \cdot t}{K_{\text{різ}}} \cdot \cos \varphi; \quad (6)$$

$$P_x = \frac{\sigma \cdot S_z \cdot t}{K_{\text{різ}}} \cdot \sin \varphi. \quad (7)$$

Як видно, тангенціальна  $P_z$  складова сили різання не залежить від кута  $\varphi$ , а визначається головним чином подачею на зуб  $S_z$  і глибиною різання  $t$ . Радіальна  $P_y$  складова сили різання зі збільшенням кута  $\varphi$  зменшується, а осьова  $P_x$  складова сили різання, навпаки, збільшується. Отже, з погляду пі-

движення точності обробки, обумовленої, наприклад, при точінні й розточуванні радіальною  $P_y$  складовою сили різання (внаслідок виникнення в технологічній системі пружних переміщень), кут  $\varphi$  необхідно збільшувати ( $\varphi \rightarrow 90^\circ$ ). При обробці отворів осьовими багатозлезовими інструментами (свердлами, зенкерами, розгортками), коли сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання від всіх ріжучих елементів інструмента дорівнює нулю, кут  $\varphi$ , очевидно, не повинен впливати на точність обробки. Рівність нулю сумарної радіальної  $P_y$  складової сили різання обумовлено різним напрямком однакових за величиною сил, що діють на протилежно розташованих зубах розгортки. Причому, зі збільшенням кількості зубів розгортки, які беруть участь у процесі різання, імовірність виконання даної умови збільшується, що сприяє підвищенню точності обробки отвору.

Таким чином, при розгортанні не слід очікувати істотного підвищення точності обробки отвору в результаті збільшення кута  $\varphi$ . Однак, це справедливо при зніманні рівномірного припуску, коли всі зуби розгортки працюють в однакових умовах і сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання дорівнює нулю. У цьому випадку сумарні складові сили різання  $P_z$  й  $P_x$  від роботи всіх  $n$  зубів розгортки з урахуванням залежностей (5) і (7) визначаються так:

$$P_z = n \cdot \sigma \cdot S_z \cdot t = \sigma \cdot S \cdot t; \quad (8)$$

$$P_x = n \cdot \frac{\sigma \cdot S_z \cdot t}{K_{\text{різ}}} \cdot \sin \varphi = \frac{\sigma \cdot S \cdot t}{K_{\text{різ}}} \cdot \sin \varphi, \quad (9)$$

де  $S = n \cdot S_z$  – подача, м/об.

При зніманні нерівномірного припуску дана закономірність не виконується, тому що сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання буде відмінною від нуля внаслідок різних значень радіальних складових сил різання, які діють на ріжучі зуби розгортки. Очевидно, чим більше нерівномірний припуск, що знімається, тим більше буде сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання й відповідно погрішність обробки отвору, обумовлена пружними переміщеннями, які виникають у технологічній системі. У цих умовах у значній мірі на радіальну складову сили різання буде впливати кут  $\varphi$ : чим він більше, тим менше  $P_y$ , відповідно до залежності (6). У зв'язку із цим кут  $\varphi$  необхідно збільшувати, забезпечуючи перерозподіл сили різання  $P_0$  між радіальною  $P_y$  й осьовою  $P_x$  складовими сили різання. Остання в цьому випадку буде збільшуватися. Домогтися зменшення сумарної радіальної  $P_y$  складової сили різання можна також за рахунок зниження силової напруженості процесу різання, наприклад, збільшенням переднього кута інструмента, зниженням інтенсивності тертя інструмента з оброблюваним матеріалом, підвищенням зносостійкості інструмента з метою збільшення його стійкості й виключення

утворення значних площадок зношування та ін.

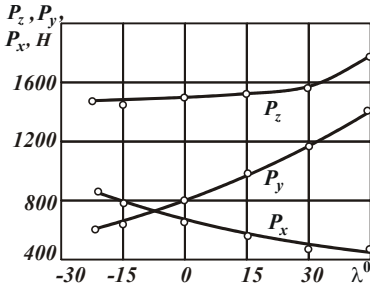


Рис. 2 – Вплив кута нахилу леза  $\lambda$  на  $P_z, P_y, P_x$  при точінні (сталь 40;  $\varphi = 45^\circ$ ;  $t = 3$  мм;  $s = 0,307$  мм/об.;  $V = 143$  м/хв) [2].

Важливим фактором зміни співвідношень між складовими сили різання  $P_z, P_y$  і  $P_x$  слід розглядати розташування зубів розгортки під деяким кутом нахилу  $\omega$  [5]. Це, по суті, аналогічно розташуванню леза різця при точінні під деяким кутом нахилу леза  $\lambda$ . На рис. 2 [2] показаний характер зміни складових сили різання  $P_z, P_y$  і  $P_x$  при точінні залежно від кута  $\lambda$ , який може приймати негативні й позитивні значення. Як видно, з переходом від негативного до позитивного кута  $\lambda$  тангенціальна  $P_z$  й радіальна  $P_y$  складові сили різання збі-

льшуються, а осьова складова  $P_x$  – зменшується. Для аналізу даної закономірності слід розглянути залежності складових сили різання при поздовжньому точінні (рис. 1) для кута  $\lambda < 0$ :

$$P_z = P_{z0} \cdot \cos \lambda ; \quad (10)$$

$$P_y = P_0 \cdot \cos \varphi - P_{z0} \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi ; \quad (11)$$

$$P_x = P_0 \cdot \sin \varphi + P_{z0} \cdot \sin \lambda \cdot \cos \varphi , \quad (12)$$

де  $P_{z0} = \sigma \cdot S \cdot t$  – тангенціальна складова сили різання при куті  $\lambda = 0$ , Н;  $P_0 = P_{z0} / K_{piz}$ .

З наведених залежностей випливає, що чим більше негативний кут  $\lambda$ , тим менше тангенціальна  $P_z$  й радіальна  $P_y$  складові сили різання й більше осьова складова  $P_x$ . Це погодиться з експериментальними даними, наведеними на рис.2. Для позитивного кута  $\lambda$  залежності (10) – (12) приймуть вигляд:

$$P_z = P_{z0} \cdot \cos \lambda ; \quad (13)$$

$$P_y = P_0 \cdot \cos \varphi + P_{z0} \cdot \sin \lambda \cdot \sin \varphi ; \quad (14)$$

$$P_x = P_0 \cdot \sin \varphi - P_{z0} \cdot \sin \lambda \cdot \cos \varphi . \quad (15)$$

У цьому випадку тангенціальна  $P_z$  й осьова  $P_x$  складові сили різання зменшуються, а радіальна  $P_y$  складова сили різання – збільшується. Це відповідає характеру зміни радіальної  $P_y$  й осьової  $P_x$  складових сили різання, показаних на рис. 2. Невідповідність характеру зміни тангенціальної  $P_z$  складової сили різання експериментально встановленому пов'язане зі збільшенням параметра  $\sigma$ , який визначає параметр  $P_{z0} = \sigma \cdot S \cdot t$ , що входить в усі наведені залежності. З фізичної точки зору це пов'язане з погіршенням умов

стружкоутворення при різанні й збільшенням коефіцієнта усадки стружки [2]. Виходячи з аналітичних залежностей (14) і (15), збільшення параметрів  $\sigma$  і  $P_{z0} = \sigma \cdot S \cdot t$  зі збільшенням кута нахилу головного леза  $\lambda$  також приводить до більш інтенсивного збільшення радіальної  $P_y$  й осьової  $P_x$  складових сили різання, що підтверджується експериментальними даними (рис. 2).

Таким чином показано, що зміна кута нахилу головного леза  $\lambda$  різця приводить до істотної зміни радіальної  $P_y$  й осьової  $P_x$  складових сили різання. Так, з переходом до негативних кутів  $\lambda$  з'являється можливість зменшення  $P_y$  й відповідно підвищення точності обробки при точінні внаслідок зменшення пружних переміщень, які виникають у технологічній системі. Це

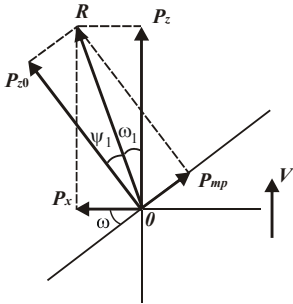


Рис. 3 – Розрахункова схема складових сили різання при розгортанні.

створює об'єктивні передумови зменшення радіальної  $P_y$  складової сили різання й підвищення точності обробки при розгортанні отвору за рахунок розташування зубів розгортки під кутом нахилу  $\omega$ .

У цьому випадку на передній поверхні зуба розгортки будуть діяти 3 складові сили різання:  $P_{z0}$ ,  $P_{mp}$  і  $P_y$  (рис. 3). Складові сили  $P_{z0}$  й  $P_{mp}$  діють у горизонтальній площині, а радіальна складова сили різання  $P_y$  – у вертикальній площині (перпендикулярній площині різанню).

Складова сили різання  $P_{z0}$  дорівнює тангенціальній складовій сили різання  $P_z$  при  $\omega = 0$ , вона визначає умови стружкоутворення при різанні. У цьому випадку сила тертя  $P_{mp}$  дорівнює нулю.

При  $\omega > 0$  сила тертя  $P_{mp}$  буде визначатися залежністю

$$P_{mp} = P_{z0} \cdot f, \quad (16)$$

де  $f$  – коефіцієнт тертя передньої поверхні зуба розгортки з оброблюваним матеріалом (уздовж зуба).

Тоді сумарна сила  $R$  від дії двох складових сил  $P_{z0}$  і  $P_{mp}$  за умови  $\omega > 0$  буде визначатися за *теоремою Піфагора*:

$$R = \sqrt{P_{z0}^2 + P_{mp}^2} = P_{z0} \cdot \sqrt{1 + f^2}. \quad (17)$$

Кут  $\omega_1$ , під яким сила  $R$  буде діяти в напрямку обертання розгортки, дорівнює

$$\omega_1 = 90^\circ - \psi_1 - (90^\circ - \omega) = \omega - \psi_1, \quad (18)$$

де  $\psi_1$  – умовний кут тертя на передній поверхні зуба розгортки (уздовж зуба), що визначається залежністю:

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \frac{P_{mp}}{P_{z0}} = f. \quad (19)$$

Таким чином показано, що кут  $\omega_1$  буде завжди менше кута нахилу зубів  $\omega$ , а за умови  $\omega = 0$  буде дорівнювати нулю внаслідок відсутності тертя передньої поверхні зуба розгортки з оброблюваним матеріалом (уздовж зуба). Виходячи з такого подання силової напруженості процесу різання в горизонтальній площині, складові сили різання  $P_z$  й  $P_x$  визначаються формулами

$$P_z = R \cdot \cos \omega_1 = R \cdot \cos(\omega - \psi_1); \quad (20)$$

$$P_x = R \cdot \sin \omega_1 = R \cdot \sin(\omega - \psi_1). \quad (21)$$

При  $\omega = 0$  будуть виконуватися умови:  $P_z = P_{z0}$  і  $P_x = 0$ . Використовуючи залежності (20) і (21), можна визначити відношення складових сили різання:

$$\frac{P_x}{P_z} = \operatorname{tg} \omega_1 = \operatorname{tg}(\omega - \psi_1). \quad (22)$$

З фізичної точки зору повинна виконуватися умова  $\omega_1 \geq 0$  або  $\omega \geq \psi_1$ . Інакше осьова складова сили різання  $P_x$  буде спрямована в протилежну сторону, що позбавлено фізичного змісту.

Необхідно відзначити, що запропоноване рішення відповідає відомим експериментальним даним, отриманим при фрезеруванні осьовою циліндричною фрезою [2]. Між складовими сили різання  $P_x$  й  $P_z$  установлений наступний взаємозв'язок:

$$P_x = (0, 2 \dots 0, 4) \cdot P_z \cdot \operatorname{tg} \omega. \quad (23)$$

Порівнюючи залежності (22) і (23), неважко побачити, що відношення складових сили різання  $P_x/P_z$  визначається приблизно однією й тією ж величиною, оскільки

$$\operatorname{tg} \omega_1 = \operatorname{tg}(\omega - \psi_1) \approx (0, 2 \dots 0, 4) \cdot \operatorname{tg} \omega. \quad (24)$$

Цим доведена правочинність отриманого теоретичного рішення, з якого випливає, що кут  $\omega_1$  завжди менше кута  $\omega$ . Тому сила  $R$  діє під меншим кутом (тобто кутом  $\omega_1$ ) у напрямку обертання розгортки, чим сила  $P_{z0}$ . На підставі сказаного можна зазначити, що схід стружки з передньої поверхні зуба розгортки буде відбуватися під кутом  $\omega_1$ , а не під кутом  $\omega$ . Це погодиться з відомими експериментальними даними [2].

Використовуючи отримане рішення, можна встановити аналітичні залежності для визначення складових сили різання  $P_z$ ,  $P_y$  і  $P_x$  з урахуванням кутів  $\omega_1$  і  $\omega$ . У цьому випадку залежності (1) – (3) з урахуванням залежності (17), приймаючи  $R \approx P_{z0}$ , опишуться наступним чином:

$$P_z = P_{z0} \cdot \cos \omega_1 - P_0 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \omega; \quad (25)$$

$$P_y = P_0 \cdot \cos \varphi; \quad (26)$$

$$P_x = P_{z0} \cdot \sin \omega_1 + P_0 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \omega, \quad (27)$$

де  $P_{z0} = \sigma \cdot S_z \cdot t$  – тангенціальна складова сили різання при куті  $\omega = 0$ , Н;  
 $P_0 = P_{z0} / K_{piz}$ .

Сумарні складові сили різання, що діють на всі  $n$  зубів розгортки, з урахуванням залежностей (25) – (27) опишуться так:

$$P_z = n \cdot P_{z0} \cdot \cos \omega_1 - n \cdot P_0 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \omega; \quad (28)$$

$$P_y = n \cdot P_0 \cdot \cos \varphi; \quad (29)$$

$$P_x = n \cdot P_{z0} \cdot \sin \omega_1 + n \cdot P_0 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \omega. \quad (30)$$

**Результати розрахунків.** Як випливає з табл. 1, зі збільшенням кута нахилу зубів  $\omega$  тангенціальна  $P_z$  складова сили різання зменшується, а осьова  $P_x$  складова, навпаки, збільшується. Радіальна  $P_y$  складова сили різання не змінюється зі збільшенням кута нахилу зубів  $\omega$ . При цьому тангенціальна  $P_z$  складова сили різання при  $\omega < 30^\circ$  приймає найбільші значення, а осьова  $P_x$  складова – найменші значення. Зі збільшенням кута нахилу зубів  $\omega > 30^\circ$  осьова  $P_x$  складова сили різання істотно збільшується й перевищує тангенціальну  $P_z$  й радіальну  $P_y$  складові.

Із залежності (25) випливає, що радіальна  $P_y$  складова сили різання не залежить від кута  $\omega$ . Однак, зі збільшенням кута  $\omega_1$  буде збільшуватися передній кут зуба розгортки, що приведе до зменшення величини  $P_{z0}$  і відповідно  $P_y$ . Зменшення  $P_y$  вказує на можливість зменшення пружних переміщень, які виникають у технологічній системі при зніманні нерівномірного припуску, що буде сприяти підвищенню точності обробки. Як відзначалося вище, в умовах знімання рівномірного припуску всі зуби рівнонавантажені, тому сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання буде дорівнювати нулю, й пружні переміщення в радіальному напрямку виникати не будуть. У цьому випадку сумарна радіальна  $P_y$  складова сили різання не є основним чинником, що визначає виникнення погрешностей обробки отвору.

Таблиця 1 – Розрахункові значення  $P_z$ ,  $P_y$  і  $P_x$  для  $P_{z0} = 1$ ;  $K_{piz} = 2$ ;  $\varphi = 15^\circ$ ,

$$\omega_1 = \omega$$

$\omega^\circ$	0	10	20	30	40	50
$P_z$ , Н	1	0,962	0,895	0,801	0,683	0,544
$P_y$ , Н	0,483					
$P_x$ , Н	0,129	0,3	0,463	0,612	0,742	0,849

З наведених залежностей (25) – (27) і (28) – (30) випливає, що за умови



$\omega > 0$  характер зміни  $P_z$  і  $P_x$  зі зміною кута  $\varphi$  трохи інший, чим за умови  $\omega = 0$ . Так, зі збільшенням кута  $\omega$  у залежності (25) збільшується другий доданок, що інтенсифікує зменшення  $P_z$  зі збільшенням кута  $\varphi$ . Отже, з погляду зменшення  $P_z$  доцільно збільшувати кут  $\varphi$ .

У табл. 2 наведені розраховані за залежностями (25) – (27) значення складових сили різання  $P_z$ ,  $P_y$  і  $P_x$  за умови, що кут  $\omega_1$  змінюється за залежністю (24):  $tg\omega_1 = tg(\omega - \psi_1) = 0,4 \cdot tg\omega$ .

Таблиця 2 – Розрахункові значення  $\omega_1$ ,  $P_z$ ,  $P_y$  і  $P_x$  для  $P_{z0} = 1$ ;  $K_{piz} = 2$ ;  $\varphi = 15^\circ$

$\omega^\circ$	0	10	20	30	40	50
$\omega_1^\circ$	0	4	9	13	19	25
$P_z$ , Н	1	0,975	0,944	0,909	0,863	0,807
$P_y$ , Н	0,483					
$P_x$ , Н	0,129	0,197	0,277	0,337	0,424	0,506

Як впливає з табл. 2, у цьому випадку характер зміни  $P_z$ ,  $P_y$  і  $P_x$  залишається таким самим, як і за умови  $\omega_1 = \omega$  (табл. 1). Однак інтенсивність зміни  $P_z$  і  $P_x$  зі збільшенням кута  $\omega$  нижче, що пов'язане з меншим кутом  $\omega_1 < \omega$ . Тому розрахункові дані, наведені в табл. 2, більшою мірою відображають закономірності процесу різання при розгортанні.

**Перспективи подальших досліджень.** Автор вважає перспективним напрямки досліджень, пов'язані зі створенням математичної моделі визначення погрішностей обробки отворів при внутрішньому шліфуванні, а також при фрезеруванні кінцевою фрезою, що є новим ефективним методом в механічній обробці отворів, який забезпечує суттєве підвищення точності обробки. Це дозволить виявити й обґрунтувати широкі технологічні можливості зменшення погрішності обробки глибоких отворів.

**Висновки.** Розроблено математичну модель визначення складових сили різання при обробці глибоких отворів, що дозволило оцінити рівень нерівноваженості радіальної складової сили різання при зніманні нерівномірного припуску й обґрунтувати умови її зменшення з метою підвищення точності обробки. Теоретично показана можливість зменшення радіальної складової сили різання за рахунок створення кута нахилу зубів розгортки, що відкриває широкі технологічні можливості високоточної обробки глибоких отворів.

**Список літератури:** 1. Балакишин Б.С. Основы технологии машиностроения. – М.: Машиностроение, – 1969. – 359 с. 2. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов. – М.: Машиностроение, – 1975. – 343 с. 3. Колев К.С., Горчаков Л.М. Точность обработки и режимы резания. – М.: Машиностроение, – 1976. – 144 с. 4. Новиков Ф.В., Иванов И.Е., Рябенков И.А. Теоретический

анализ формирования погрешностей при обработке отверстия с начальной значительной некруглостью // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. – Харків: ХНТУСГ 2008. – Вип. 68. – С. 119 – 135. 5. Брижан Т.М. Условия повышения точности обработки отверстий // Инновации, качество и сервис в технике и технологиях: сборник научных трудов 4-ой Международной научно-практической конференции (4 – 5 июня 2014 г.). В 3-х томах, Том 1. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2014. – С. 104 – 109.

**Bibliography (transliterated):** 1. Balakshin, B. S. *Osnovy tehnologii mashinostroeniya*. Moscow: Mashinosroenie, 1969. Print. 2. Bobrov, V. F. *Osnovy teorii rezanija metallov*. Moscow: Mashinosroenie, 1975. Print. 3. Kolev, K. S., and L. M. Gorchakov. *Tochost' obrabotki i rezhimy rezanija*. Moscow: Mashinosroenie, 1976. Print. 4. Novikiov, F. V., I. E. Ivanov and I. A. Rjabenkov. "Teoreticheskij analiz formirovaniya pogreshnostej pri obrabotke otverstija s nachal'noj znachitel'noj nekruglostju." *Visnyk Kharkivs'kogo nacional'nogo tehničnogo universytetu sil's'kogo gospodarstva im. Petra Vasylenka*. No. 68. Kharkiv: KhNTUSG, 2008. 119–135. Print. 5. Brizhan, T. M. "Uslovija povyshejniya tochnosti obrabotki otverstij." *Sb. nauch. trudov 4-j Mezhdunarodnoj nauchno-praktičeskoj konferencii: Innovacii, kachestvo i servis v tehnikе i tehnologijah*. Vol. 1. 3 vols. Kursk: Yugo-Zap. gos. un-t, 2014. 104–109. Print.

Надійшла (received) 26.08.2014

УДК 532.57:519.63

**А.А. БРИЧАК**, аспирант, ИПМаш НАНУ, Харьков;

**В.А. ВАНИН**, д-р техн. наук, проф., ИПМаш НАНУ, Харьков

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К РЕШЕНИЮ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Представлена методика применения метода конечных элементов к решению уравнения теплопроводности. Предложена простая процедура учета граничных условий задачи. Проведено сравнение затрат машинного времени и погрешности расчетов при использовании различных видов элементов, а также различных функций формы. Проведен анализ результатов применения метода конечных элементов в сравнении с конечно-разностными схемами. Продемонстрировано улучшение точности расчетов при измельчении расчетной сетки. Экспериментально подтвержден теоретический порядок аппроксимации при использовании различных функций формы.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, метод Галёркина, уравнение теплопроводности.

**Введение.** К дифференциальным уравнениям параболического типа приводят многие задачи математической физики (например, задача о распространении тепла, задачи о диффузии, задача о фазовом переходе, и др.). Кроме аналитических методов решения указанных задач, широкое распространение получили *численные методы приближенного решения. Метод конечных элементов* является одним из наиболее гибких и экономичных методов приближенного решения указанных задач.

© А. А. Бричак, В. А. Ванин, 2014