

from infinite curved smooth strips. Part I: TM-Case», *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 58, 2010. – P. 3265 – 3274. 2. *Лифанов И.К.* Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент – М.: ТОО «Янус», 1995 – 520 с. 3. *Гандель Ю.В., Еременко С.В., Полянская Т.С.* Математические вопросы метода дискретных токов. Обоснование численного метода дискретных особенностей решения двумерных задач дифракции электромагнитных волн: Учеб. Пособие. Ч. II. – Харьков, 1992. – 145 с. 4. *Гандель Ю.В.* Лекции о численных методах для сингулярных интегральных уравнений. Учебное пособие, часть 1. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков – Херсон, 2001 год. – 92 с. 5. *Натансон И.П.* Конструктивная теория функций. – М. Л.: ГТТИ, 1949. – 688 с. 6. *Габдулхаев Б.Г.* Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. – Казань: Изд. Казанск. ун-та, 1980. – 231 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Tsalamengas, J. L. "Exponentially converging Nystrom methods in scattering from infinite curved smooth strips. Part I: TM-Case." *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 58. 2010. 3265–3274. Print. 2. Lifanov, I. K. *Metod singularnykh integral'nykh uravnenij i chislennyj jeksperiment.* Moscow: TOO «Janus», 1995. Print. 3. Gandel', Ju. V., S. V. Eremenko and T. S. Poljanskaja. *Matematicheskie voprosy metoda diskretnykh tokov. Obosnovanie chislennogo metoda diskretnykh osobennostej reshenija dvumernykh zadach difrakcii jelektromagnitnykh voln: ucheb. posobie.* Vol. II. Kharkov, 1992. Print. 4. Gandel', Ju. V. *Lekcii o chislennykh metodah dlja singularnykh integral'nykh uravnenij. Uchebnoe posobie.* Vol. 1. *Vvedenie v metody vychislenija singularnykh i gipersingularnykh integralov.* Kharkov – Kherson, 2001. Print. 5. Natanson, I. P. *Konstruktivnaja teorija funkcij.* Moscow – Leningrad: GTTI, 1949. Print. 6. Gabdulhaev, B. G. *Optimal'nye approksimacii reshenij linejnykh zadach.* Kazan': Izd. Kazansk. un-ta, 1980. Print.

*Поступила (received) 04.03.2015*

УДК 631.37

**А.Ю. РЕБРОВ**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ТРАКТОРНЫХ ШИН ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ**

Предложен метод идентификации современных тракторных радиальных шин с использованием математической модели, построенной на универсальной характеристике шин. Метод позволяет идентифицировать шины по норме слойности и контурной площади пятна контакта, а также использовать математическую модель для теоретических исследований эффективности отечественных и зарубежных сельскохозяйственных тракторов, оборудованных современными радиальными шинами, в том числе категорий IF и VF. Для адекватного моделирования радиальной деформации и площади пятна контакта шин категорий IF и VF, которые характеризуются высокой эластичностью, предложено скорректировать математическую модель на основе универсальной характеристики шин.

**Ключевые слова:** радиальные тракторные шины, универсальная характеристика шин, норма слойности, контурная площадь пятна контакта.

**Введение.** Совершенствование сельскохозяйственных технологий неразрывно связано с внедрением инновационных технологий в различных сферах сельскохозяйственного производства. При создании новой тракторной техники, анализе и прогнозировании ее эффективности, крайне важны характеристики современных двигателей, трансмиссии и, несомненно, пнев-

© А. Ю. Ребров, 2015

матических шин. Обоснованию и выбору тракторных шин уделено крайне мало внимания, до сих пор нет теоретически обоснованной методики выбора шин для сельскохозяйственных тракторов. Развитие инновационных технологий в области производства тракторных шин позволяют обеспечить повышение технико-экономических показателей колесных тракторов. Это достигается за счет высокой эластичности шин, большой площади пятна контакта с опорным основанием и грузоподъемности.

Поэтому вопросы применения перспективных пневматических тракторных шин, изготовленных с использованием инновационных технологий, а также моделирования и прогнозирования технико-экономических показателей сельскохозяйственных тракторов, являются весьма актуальными. Для их реализации необходимо осуществить идентификацию сельскохозяйственных тракторных шин по ряду показателей для использования в математических моделях, описывающих процессы взаимодействия пневматической шины с деформируемой почвой.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Одной из центральных задач при исследовании взаимодействия пневматической шины с недеформируемым опорным основанием является определение ее прогиба или радиальной деформации и площади пятна контакта. Впервые было установлено, что успеха в этом вопросе можно добиться, если использовать универсальную характеристику пневматической шины [1]. В работах [2, 3] приведена модель [1] в адаптированном для тракторных шин виде. Однако, учитывая постоянное повышение эксплуатационных характеристик тракторных шин, а также повсеместный переход на шины радиальной конструкции для применения в сельском хозяйстве, рассматриваемая модель [1 – 3] требует корректировки. В первую очередь это связано с тем, что в 2004 году на рынке появились инновационные тракторные шины, выполненные по технологии Michelin Ultraflex [4]. Это шины категорий IF (Improved Flexion – шины повышенной эластичности) и VF (Very High Flexion – шины очень высокой эластичности). В 2006 году шины категорий IF и VF были официально утверждены Европейской технической организацией по шинам и ободьям (ETRTO – European Tyre and Rim Technical Organization) [5]. Сегодня шины IF и VF в своей номенклатуре имеют всемирно известные бренды, выпускающие сельскохозяйственные шины, такие, как Michelin, Firestone (Bridgestone), Good Year, Trelleborg (Pirelli), Mitas. Такие шины обладают рядом преимуществ: большая площадь пятна контакта (до +24 % по сравнению с обычными радиальными шинами); меньшая глубина колеи (до –55 %) и сопротивление качению (до –20 %); выше касательная сила тяги при одинаковом буксовании (до +7 %) [4]. Поэтому их применение на существующих и вновь разрабатываемых тракторах, в том числе и отечественного производства, представляется перспективным.

**Постановка задачи.** Целью данной работы является идентификация численным методом тракторных сельскохозяйственных шин (в том числе категорий IF и VF), смоделированных с использованием известной математической модели тракторных шин *В. Л. Бидермана* [1 – 3], построенной на уни-

версальной нагрузочной характеристике шин. Идентификация позволит корректно моделировать шины и их взаимодействие с опорной поверхностью для анализа и теоретического обоснования перспективности применения на тракторах, в том числе и отечественного производства, шин разных категорий, конструкции и типоразмеров.

**Идентификация тракторных сельскохозяйственных шин численным методом.** В соответствии с работой [1] радиальная деформация или прогиб пневматической тракторной шины складывается из прогибов протектора и каркаса шины. Полная работа, затраченная на радиальный прогиб шины, представляет собой сумму работы, затраченной на деформацию каркаса шины и протектора, а также работу сжатия воздуха при прогибе. Работа деформации каркаса, протектора и сжатия воздуха в шине нелинейно зависят от радиального прогиба. С увеличением прогиба доля работы сжатия воздуха возрастет, в то время как при малых прогибах работа сжатия воздуха практически отсутствует, а доля работы деформации каркаса и протектора максимальна. В этом заключается основное различие автомобильных и тракторных сельскохозяйственных шин. У автомобильных шин, работающих при малых радиальных прогибах и заданном внутреннем давлении, больше доля работы деформации каркаса шины. У сельскохозяйственных тракторных шин, работающих при больших относительных радиальных деформациях (эластичные VF шины 27 – 31%, шины IF – 21 – 27%, шины традиционной технологии – 12 – 26%), определяющей является работа сжатия воздуха, которая пропорциональна избыточному внутреннему давлению и изменению объема шины. Поскольку при деформации внутреннее давление меняется незначительно, то процесс сжатия можно считать изобарным. Следует отметить, что радиальный прогиб и изменение объема шины нелинейно связаны, причем с повышением внутреннего давления изменение объема шины уменьшается. В работе [1] выдвигается гипотеза о том, что работа деформации каркаса также как и работа сжатия воздуха, пропорциональна изменению объема шины. Поэтому вводится постоянная для шины величина  $p_0$  – условное давление, характеризующее жесткость каркаса при нулевом внутреннем давлении (кПа) [1, 3].

Часть радиального прогиба  $f_k$ , обусловленная деформацией каркаса и сжатием воздуха при изменении объема, определяется зависимостью, м:

$$f_k = c_2 \cdot (G_k / (p_{\text{ш}} + p_0)), \quad (1)$$

где  $c_2$  – постоянный коэффициент, 1/м;  $G_k$  – радиальная нагрузка на шину, кН;  $p_{\text{ш}}$  – внутреннее давление воздуха в шине, кПа.

Часть радиального прогиба  $f_n$ , обусловленная деформацией протектора, определяется зависимостью, м:

$$f_n = c_1 \cdot (G_k / f_{\text{ш}}), \quad (2)$$

где  $c_1$  – постоянный коэффициент, м<sup>2</sup>/кН;  $f_{\text{ш}}$  – радиальный прогиб шины, м:

$$f_{\text{ш}} = f_n + f_k = c_1 \cdot (G_k / f_{\text{ш}}) + c_2 \cdot (G_k / (p_{\text{ш}} + p_0)). \quad (3)$$

Решением уравнения (3) относительно радиальной нагрузки является универсальная характеристика шины [1, 3]:

$$G_k = f_{\text{ш}}^2 / (c_1 + c_2 \cdot (f_{\text{ш}} / (p_{\text{ш}} + p_0))). \quad (4)$$

В результате преобразований (4) получим:

$$f_{\text{ш}}^2 - \frac{G_k \cdot c_2}{p_{\text{ш}} + p_0} \cdot f_{\text{ш}} - c_1 \cdot G_k = 0. \quad (5)$$

После отбрасывания лишнего корня, решение уравнения универсальной характеристики (5) относительно радиальной деформации  $f_{\text{ш}}$  получим в виде:

$$f_{\text{ш}} = \frac{c_2 \cdot G_k}{2 \cdot (p_{\text{ш}} + p_0)} + \sqrt{\left( \frac{c_2 \cdot G_k}{2 \cdot (p_{\text{ш}} + p_0)} \right)^2 + c_1 \cdot G_k}, \quad (6)$$

Выражение (6) является функциональной зависимостью между радиальной деформацией  $f_{\text{ш}}$ , радиальной нагрузкой  $G_k$  и внутренним давлением в шине  $p_{\text{ш}}$  с учетом свойств шины в виде постоянных коэффициентов  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ . Приведенная математическая модель обладает несомненным преимуществом, которое заключается в том, что коэффициенты  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  определяются из трех опытов, проведенных при двух различных внутренних давлениях [1]. Вторым вариантом определения этих коэффициентов может быть использование стандартов [2] или технических данных производителя на шину.

Если нет возможности определить коэффициенты  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  экспериментально, тогда наиболее корректным будет использование технической информации производителя, поскольку конструктивные размеры шин могут отличаться от данных стандартов.

Коэффициенты  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  зависят от ряда параметров шины. Это наружный диаметр ( $D$ ), ширина профиля шины ( $b$ ), статический радиус ( $r_c$ ), минимально допустимое давление в шине ( $p_{\text{ш.мин}}$ ), максимально допустимая нагрузка при минимально допустимом давлении ( $Q_{p\text{мин}}$ ), максимально допустимое давление в шине ( $p_{\text{ш.макс}}$ ), максимально допустимая нагрузка при максимально допустимом давлении ( $Q_{p\text{макс}}$ ), посадочный диаметр шины ( $D_{\text{п}}$ ) и норма слоистости ( $n_c$ ):

$$p_0 = 16,7 \cdot n_c \cdot \sqrt{D/b - 1,4} - 28; \quad (7)$$

$$c_1 = \frac{(x_1^2 + x_2^2) \cdot (y_1 + y_2) - (x_1 + x_2) \cdot (x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2)}{2 \cdot (x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2)^2}; \quad (8)$$

$$c_2 = \frac{2 \cdot (x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2) - (x_1 + x_2) \cdot (y_1 + y_2)}{2 \cdot (x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2)^2}. \quad (9)$$

В соответствии с работой [2], коэффициенты  $x_1, x_2, y_1, y_2$  равны:

$$x_1 = \frac{f_{\text{сш}}}{P_{\text{ш. min}} + p_0}; \quad x_2 = \frac{f_{\text{сш}}}{P_{\text{ш. max}} + p_0}; \quad y_1 = \frac{f_{\text{сш}}^2}{Q_{p \text{ min}}}; \quad y_2 = \frac{f_{\text{сш}}^2}{Q_{p \text{ max}}}, \quad (10)$$

где  $f_{\text{сш}}$  – статический прогиб шины, м:

$$f_{\text{сш}} = D/2 - r_c. \quad (11)$$

Таким образом, для моделирования шины необходимо знать ее норму слоистости  $n_c$ . Норма слоистости является условным показателем и указывается только для диагональных шин, которые практически не применяются на тракторах сельскохозяйственного назначения, поскольку уступают по характеристикам радиальным шинам. Учитывая, что показатель нормы слоистости в технических данных для радиальных шин не указывается, определить коэффициенты  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  модели тракторных шин можно следующим образом.

Для получения решения уравнения (5) в действительной области необходимо выполнение условия:

$$((c_2 \cdot G_k) / 2 \cdot (p_{\text{ш}} + p_0))^2 + c_1 \cdot G_k \geq 0. \quad (12)$$

Коэффициенты  $p_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  функционально зависят от нормы слоистости. Подставив их в (12) с учетом (7 – 10) получим громоздкое уравнение относительно нормы слоистости  $n_c$ . Для его решения необходимо знать область, в которой будет моделироваться шина, и определиться со значениями радиальной нагрузки  $G_k$  и внутреннего давления  $p_{\text{ш}}$ . Для статической постановки задач можно взять достаточно ограниченную область значений, характерных для эксплуатации тракторных шин, при высоких радиальных нагрузках во всем интервале внутреннего давления. Для решения задач динамики область значений должна включать все возможные нагрузки и деформации от самых малых до превосходящих допускаяемые во всем интервале внутреннего давления в шине. Такой подход позволяет использовать математическую модель для любых теоретических исследований. При решении (12) в качестве радиальной нагрузки принимается малая величина  $G_k$ , которая позволяет определить норму слоистости шины при пренебрежимо малом значении радиального прогиба, обусловленного деформацией протектора  $f_{\text{п}}$ . Это вполне справедливо для тракторных шин, работающих в отличие от автомобильных при больших относительных радиальных деформациях, поскольку для них практически весь прогиб на эксплуатационных режимах нагружения колеса происходит за счет каркаса и изменения внутреннего объема шины. В тоже время при очень малых относительных радиальных прогибах тракторная шина деформируется в основном за счет протектора, а не каркаса. Поэтому норму слоистости, полученную при решении (12), необходимо скорректировать на 5 – 6% в сторону уменьшения. Это позволит модели работать при очень малых относительных радиальных деформациях.

Доля деформации каркаса  $f_k$  при эксплуатационных нагрузках в области допустимых значений радиальной нагрузки составляет 90 – 98%. При нагружении шины на 15% от допустимой нагрузки доля деформации каркаса снижается до 80 – 90%.

Дальнейшая идентификация шины происходит на основании каталожного значения действительной контурной площади пятна контакта с жестким опорным основанием. Суть ее заключается в том, чтобы расчетная и действительная контурные площади пятна контакта шины с жестким основанием совпадали при нагружении шины по линии, соединяющей точки  $(p_{ш, \min}; Q_{p \min})$  и  $(p_{ш, \max}; Q_{p \max})$ . Для обычных радиальных шин расчетное и действительное (экспериментальное) значения контурной площади пятна контакта, как правило, достаточно близки и не требуют корректировки. Однако современные радиальные шины могут работать при относительных радиальных прогибах, существенно превышающих 18 – 22%. Это относится к шинам категории IF и VF, у которых погрешность расчета площади пятна контакта может достигать 24%. Поэтому далее определяется расчетное значение контурной площади пятна контакта:

$$F_k = \frac{\pi \cdot 10000}{2} \cdot \frac{20,5 / \sqrt{k_F}}{11,9 + \left| \frac{D}{b} - \frac{|n_c - 9|}{2} - 3 \right|} \cdot \sqrt{D \cdot f_{сш} - f_{сш}^2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{b + H}{2,5 \cdot k_F} \cdot f_{сш} - f_{сш}^2}, \quad (13)$$

где  $H$  – высота профиля шины:

$$H = (D - D_{\text{п}} \cdot 0,0254) / 2, \quad (14)$$

$D_{\text{п}}$  – номинальный посадочный диаметр обода в дюймах.

В формулу (13) введен поправочный коэффициент  $k_F$ , который первоначально принимается равным 1. После определения контурной площади пятна контакта шины с жестким основанием в соответствии с (13) определяется поправочный коэффициент  $k_F$ :

$$k_F = F_k / F_{\text{н}}, \quad (15)$$

где  $F_k$  – расчетная контурная площадь пятна контакта шины (13);  $F_{\text{н}}$  – номинальная контурная площадь пятна контакта шины по данным испытаний производителя.

**Анализ результатов исследования.** В качестве примера для идентификации была выбрана тракторная шина типоразмера 540/65 R30, выпущенная под брендом Michelin.

В результате расчетов идентифицирована норма слойности  $n_c = 4,585$  и коэффициент  $k_F = 1,094$ , полученный из условия:  $F_k = F_{\text{н}} = 1981 \text{ см}^2$ . Показатели тракторной шины Michelin 540/65 R30 в координатах «давление в шине ( $p_{ш}$ , атм) – радиальная нагрузка ( $G_k$ , кН)» приведены на рис. 1. Область значений внутреннего давления и радиальной нагрузки разделена линией **1**, соединяющей точки  $(p_{ш, \min}; Q_{p \min})$  и  $(p_{ш, \max}; Q_{p \max})$ , на две области **A** и **B** (рис. 1, *a*). В области **A** радиальная нагрузка превышает допустимую (шина перегружена или недостаточно внутреннее давление). В зоне **B** радиальная нагрузка меньше допустимой (шина недогружена или внутреннее давление больше необходимого). На линии **1** (рис. 1, *a*) прогиб шины равен статическому ( $f_{ш} / f_{ст} = 1$ ), и контурная площадь пятна контакта соответствует но-

минальной, заявленной производителем ( $F_k / F_H = 1$ ). На рис. 1, б приведены абсолютные значения радиального прогиба, вызванные деформацией каркаса ( $f_k$ ) и протектора ( $f_n$ ) шины. Прогиб тракторной шины обусловлен, в основном, деформацией каркаса.

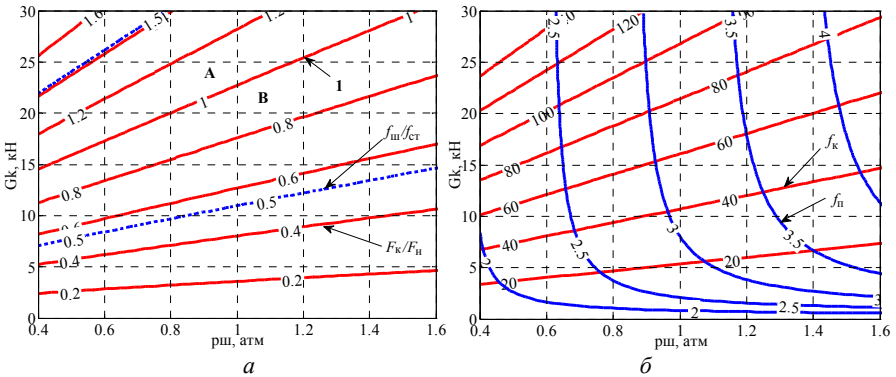


Рис. 1 – Показатели тракторной шины Michelin 540/65 R30:

а – изолинии равного прогиба шины ( $f_{ш} / f_{ст}$ ) и площади пятна контакта ( $F_k / F_H$ );  
 б – изолинии равного прогиба при деформации каркаса ( $f_k$ , мм) и протектора ( $f_n$ , мм).

Таким образом, предложенный метод идентификации сельскохозяйственных тракторных шин (в том числе и категорий IF, VF) с использованием известной математической модели В. Л. Бидермана [1], построенной на универсальной нагрузочной характеристике шин, позволяет определить коэффициенты модели для адекватного моделирования ее взаимодействия с опорным основанием во всем диапазоне радиальных нагрузок и внутреннего давления. Это дает возможность использовать рассматриваемую математическую модель сельскохозяйственных тракторных шин при решении задач динамики трактора.

**Выводы.** Математическая модель тракторной шины, предложенная Л. В. Бидерманом [1], наиболее полно отображает все показатели взаимодействия шины с жестким основанием с учетом ее характеристик, радиальной нагрузки и внутреннего давления. Для определения коэффициентов модели необходимо проводить идентификацию шины с учетом технических данных производителя. Предложенный метод позволяет идентифицировать тракторные шины и использовать рассматриваемую математическую модель во всем диапазоне радиальных нагрузок. Разность между расчетной и действительной контурной площадью пятна контакта с жестким основанием при номинальной нагрузке не превышает  $\pm 2 \text{ см}^2$ .

**Список литературы:** 1. Бидерман В.Л., Гуслицер Р.Л., Захаров С.П. и др. Автомобильные шины (конструкция, расчет, испытания, эксплуатация). – М.: Госхимиздат, 1963. – 384с. 2. Ксеневич И.П., Скотников В.А., Ляско М.И. Ходовая система – почва – урожай. – М.: Агропромиздат,

1985. – 304 с. 3. Гуськов В.В. Тракторы: теория / Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др.; под общ. ред. В.В. Гуськова. – М.: Машиностроение, 1988. – 377 с. 4. www.michelinag.com. 5. UN/ECE Regulation No.106.

**Bibliography (transliterated):** 1. Biderman, V. L., et al. *Avtomobil'nye shiny (konstrukcija, raschet, ispytaniya, ekspluatacija)*. Moscow: Goshimizdat, 1963. Print. 2. Ksenevich, I. P., V. A. Skotnikov and M. I. Ljasko. *Hodovaja sistema – pochva – urozhaj*. Moscow: Agropromizdat, 1985. Print. 3. Gus'kov, V. V., et al. *Traktory: teorija*. Ed. V. V. Gus'kov. Moscow: Mashinostroenie, 1988. Print. 4. Michelin Agricultural Tires. Change site. Web. 08 March 2015 <http://www.michelinag.com>. 5. UN/ECE Agreement. Addendum 105:Regulation No. 106. 16 April 2009. Web. 09 March 2015 <http://www.unece.org>.

*Поступила (received) 11.03.2015*

УДК 629.113

**В.В. РЕДЧИЦ**, канд. техн. наук, проф. КУЕИТУ, Кременчуг;  
**Б.И. КАЛЬЧЕНКО**, д-р. техн. наук, проф. КУЕИТУ, Кременчуг;  
**Е.В. ГОЛОВИНА**, доц. КУЕИТУ, Кременчуг

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ДВУХЗВЕННОГО АВТОПОЕЗДА ПРИ МАНЕВРЕ «ПОВОРОТ» НА СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

На базе доработанной математической модели криволинейного движения одиночного автомобиля предложен новый метод расчета параметров криволинейного движения двухзвеного автопоезда при маневре «поворот» с учетом времени запаздывания реакции автомобиля на управляющее воздействие, но без учета углов увода. Предложенный способ построения траектории движения двухзвеного автопоезда позволяет в первом приближении проводить имитацию маневра «поворот  $R_n = 35$  м» на жестких колесах и давать предварительную оценку управляемости и устойчивости транспортного средства на стадии проектирования. Метод в дальнейшем планирует использовать при исследовании динамики маневра «поворот».

**Ключевые слова:** кривизна траектории, угол складывания, время запаздывания, вход в поворот, управляемость, устойчивость.

**Введение.** Для сокращения сроков создания и доводки опытных образцов новых автопоездов конструктору необходимо еще на стадии проектирования провести оценку основных показателей управляемости и устойчивости в соответствии с нормативными документами.

Одним из таких показателей является нормативная максимальная скорость (42 км/ч), при которой автопоезд категории  $N3$  вписывается в габаритный коридор разметки участка маневра «поворот  $R_n = 35$  м».

**Анализ публикаций.** Анализ опубликованных работ за последние годы показывает, что все исследования по управляемости и устойчивости одиночных автомобилей и двух и трехзвеновых автопоездов связаны с траекторией