Список литературы: **1.** *Скворцов Г.Д.* Основы конструирования штампов для холодной листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1972. – 360 с. **2.** *Заярненко Е.И.* Разработка математических моделей и расчеты на прочность разделительных переналаживаемых штампов. – Дисс. на соиск. уч. ст. докт. техн. наук. – Харьков. – 1992. – 418 с. **3.** Львов Г.И., Ткачук Н.А. Моделирование и анализ элементов технологических систем листовой штамповки // Механіка та машинобудування. – Харків: ХДПУ, 1997. – № 1. – С.34-39. **4.** *Гоголь Н.А., Назарова О.П., Ткачук А.В., Кохановская О.В.* К задаче формирования расчетных элементов технологических систем листовой штамповки // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Динамика и прочность машин". – 2005. – №47. – С.50-60. **5.** *Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Липовецкий Л.С., Глущенко Э.В., Гоголь Н.А.* Методика экспериментального исследования элементов механических систем методом голографической интерферометрии // Механіка та машинобудування. – 2005. – №1. – С.88-99. **6.** *Гоголь Н.А.* Влияние конструктивных и технологических параметров на напряженно-деформированное состояние матриц штампов холоднолистовой штамповки // Вестник НТУ „ХПИ". Тем. вып. „Машиноведение и САПР. – 2005. – №60. – С.68-76. **7.** *Демина Н.А., Назарова О.П., Чепурной А.Д., Бараников Я.Н.* Численное моделирование процесса холоднолистовой штамповки // Вестник НТУ „ХПИ". Тем. вып. „Машиноведение и САПР. – 2006. – №3. – С.70-79. **8.** *Демина Н.А.* К вопросу моделирования напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки // Вестник НТУ „ХПИ". Тем. вып. „Машиноведение и САПР. – 2006. – №24. – С.75-83. **9**. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. – 1977. –Т.41.– Вып.2. – С.329–337. **10**. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. – 1978. –Т.42.– Вып.3. – С.466–474. **11.** Стренг Э., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 349 с.

Поступила в редколлегию 12.05.2007

УДК 621.921

І.В. КУЗЬО, докт. техн. наук, ***А.Б. БІЛОУС,*** Національний університет „Львівська політехніка", м. Львів

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ МАЯТНИКОВОГО ВІБРАТОРА ПРИ ЗМІШАНОМУ ЗБУРЕННІ

Робота присвячена будові та особливостям математичних моделей динаміки маятникового вібратора при кінетичному, силовому та змішаному збуренні, придатних для якісного аналізу руху вібратора аналітичними методами.

This work is devoted a structure and features of mathematical models of dynamics of pendulum vibrator at kinetic, power and mixed indignation of suitable for the high-quality analysis of motion of vibrator by analytical methods.

Постановка задачі досліджень. Вібраційні двигуни з маятниковими вібраторами та механізмом вільного ходу (МВХ) – електромеханічні системи змінної структури. Ця особливість вібраційного двигуна обумовлюється МВХ, який в процесі роботи двигуна об'єднує в одну механічну систему довільну кількість маятникових вібраторів ведучих систем, з веденою системою двигуна і з виконуючим механізмом машини або приладу, що приводиться в рух вібраційним двигуном. В роботі [1] побудована математична модель динаміки вібраційного електродвигуна з МВХ, в основу якої покладена система рівнянь вигляду:

$$\begin{cases} I\ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} = mgl\sin\varphi - ca^2\varphi + ml\left[\ddot{x}\left(\cos\varphi\sin\varphi_C + \sin\varphi\cos\varphi_C\right) + \right. \\ \left. + \ddot{y}\left(\sin\varphi\sin\varphi_C - \cos\varphi\cos\varphi_C\right)\right] + \dfrac{l_M}{2\mu_b S_j}\Phi_j^2; \quad (1.1) \\ \Phi_j = \dfrac{\mu_b \omega_j\left(i_j\right) S_j}{\left(l_{0j} - l_M\varphi\right)}; \quad (1.2) \\ \left[\omega_j \dfrac{d\Phi_j}{dt} + i_j R_j - u_j\left(t\right)\right]\sigma_j\left(t\right) = 0, \quad j = 1,2. \quad (1.3) \end{cases} \qquad (1)$$

Тут φ – кут відхилення маятника вібратора від положення рівноваги; I, m – масові характеристики маятника вібратора; c – жорсткість пружньої системи вібратора; a, l, l_M, φ_C – геометричні характеристики маятника вібратора; λ – коефіцієнт внутрішнього опору рухові маятника вібратора; $j = 1,2$ – формальний індекс j-ого електромагніта вібратора; Φ_j, i_j, R_j – магнітний потік, струм та активний опір j-ої котушки електромагніта вібратора; S_j, l_{0j} – площа сердечника та статичний зазор між якорем та сердечником j-ого електромагніта вібратора; $u_j\left(t\right) = u_0 \sin kt$ – напруга живлення j-ого електромагніта вібратора; k – частота зміни напруги живлення; $\sigma_j\left(t\right)$ – одинична функція Хевісайда, що описує почерговість роботи електромагнітів маятникового вібратора зі зміною часу t; $x = d\cos\nu t$; $y = b\sin\left(\nu t + \alpha\right)$ – вібраційне поле кінетичного збурення вібратора; d, b, ν, α – параметри кінетичного збурення; μ_b - магнітна проникність повітря.

З достатньою повнотою система рівнянь (1) відображає динаміку маятникового вібратора зі змішаним збуренням. Однак форма запису рівнянь (1) непридатна для виконання якісного аналізу динаміки маятникового вібратора аналітичними методами на етапі ескізного проектування вібраційного електродвигуна з метою призначення базових геометрично – масових характеристик для їх подальшого уточнення методом постановки чисельного експерименту. В зв'язку з цим актуальною є задача приведення рівнянь моделі (1) до вигляду, придатного для проведення якісного аналізу динаміки маятникового вібратора аналітичними методами.

Мета та результати досліджень. Метою досліджень є розробка моделей динаміки маятникового вібратора, придатних до проведення якісного аналізу динаміки маятникового вібратора аналітичними методами.

Для проведення перетворень рівняння (1.1) моделі (1) введемо в розгляд позначення вигляду:

$$\lambda_1 = \frac{\lambda}{2I}; P = \frac{l_M}{I}; \mu = \frac{mlv^2}{I}\sqrt{\left(d\cos\varphi_C + b\sin\varphi_C \sin\alpha\right)^2 + \left(b\sin\varphi_C \cos\alpha\right)^2};$$

$$tg\varphi_1 = \frac{\left(d\cos\varphi_C + b\sin\varphi_C \sin\alpha\right)}{b\sin\varphi_C \cos\alpha}; tg\varphi_2 = \frac{\left(b\cos\varphi_C \sin\alpha - d\sin\varphi_C\right)}{b\cos\varphi_C \cos\alpha}; \qquad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{mlv^2}{I}\sqrt{\left(b\cos\varphi_C \cos\alpha\right)^2 + \left(b\cos\varphi_C \sin\alpha - d\sin\varphi_C\right)^2}.$$

$$k^2 = \frac{Ca^2 - mgl}{I}. \qquad (3)$$

Після підстановки та проведення перетворень отримаємо математичну модель динаміки маятникового вібратора при змішаному збуренні у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + 2\lambda_1\dot{\varphi} + \left[k^2 + \mu\sin\left(vt + \varphi_1\right)\right]\varphi = \varepsilon\sin\left(vt + \varphi_2\right) + \dfrac{P}{2\mu_b S_j}\Phi_j^2; \\ \Phi_j = \dfrac{\mu_b \omega_j \left(i_j\right) S_j}{\left(l_{0j} - l_M \varphi\right)}; \\ \left[\omega_j \dfrac{d\Phi_j}{dt} + i_j R_j - u_j\left(t\right)\right]\sigma_j\left(t\right) = 0, \quad j = 1,2. \end{cases} \qquad (4)$$

Розглянемо коливання маятникового вібратора за умови кінетичного збурення. Модель (4) набуде вигляду:

$$\ddot{\varphi} + 2\lambda_1\dot{\varphi} + \left[k^2 + \mu\sin\left(vt + \varphi_1\right)\right]\varphi = \varepsilon\sin\left(vt + \varphi_2\right). \qquad (5)$$

Стійкі вимушені коливання маятникового вібратора при кінетичному збуренні забезпечуються за виконання умови

$$\lambda_1^2 > \left(\frac{1}{8}\right)\left(k^2 + \mu - k^2\sqrt{k^2 + \mu}\right), \qquad (6)$$

що є умовою стійкості розв’язку рівняння (5). Розв’язок рівняння (5) розшукується у вигляді

$$\varphi = A\sin\left(vt + \xi\right), \qquad (7)$$

$$A = \sqrt{\frac{\left(2\lambda_1 v\varepsilon\right)^2 + \varepsilon^2\left(k^2 - v^2\right)^2}{\left[\left(k^2 - v^2\right)^2 + 4\lambda_1^2 v^2\right]^2}}, \qquad (8)$$

$$\xi = \frac{Arctg\left(k^2 - v^2\right)}{2\lambda_1 v\varepsilon}. \qquad (9)$$

Причому співвідношення (3) розцінюється як власна частота коливань маятникового вібратора, користуючись яким розраховують жорсткість пружньої системи маятникового вібратора з умови забезпечення резонансних коливань.

Сукупність співвідношень (3), (5)-(9) є необхідною та достатньою для проведення аналітичними методами вичерпного якісного аналізу динаміки руху маятникового вібратора при кінетичному збуренні.

Поклавши в рівняннях моделі (4) параметри кінетичного збурення

$$b = d = 0; \quad \alpha = 0, \qquad (10)$$

прийдемо до системи рівнянь вигляду

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + \lambda_1\dot{\varphi} + k^2\varphi = \dfrac{P}{2\mu_b S_j}\Phi_j^2; \\ \Phi_j = \dfrac{\mu_b \omega_j \left(i_j\right) S_j}{\left(l_{0j} - l_M \varphi\right)}; \\ \left[\omega_j \dfrac{d\Phi_j}{dt} + i_j R_j - u_j\left(t\right)\right]\sigma_j\left(t\right) = 0, \quad j = 1,2. \end{cases} \qquad (11)$$

Отримані рівняння є моделлю динаміки одномасового електромагнітного вібратора, розв’язок яких і якісний аналіз динаміки такого вібратора аналітичними методами достатньо відомі [2, 3] і тому тут не наводяться.

Висновок. Отримані математичні моделі абсолютно придатні до проведення якісного аналізу динаміки маятникових вібраторів відомими аналітичними методами. Проведення такого аналізу дозволяє вибрати базові варіанти конкретних чисельних значень параметрів, що характеризують жорсткість пружньої системи та габаритно – масові характеристики вібратора на етапі ескізного проектування вібраційного двигуна.

Список літератури: 1. *Andrij Bilous, Nazar Bilous*. Mathematical Model and Algorithm of Mechanical Descriptions’s Computation for Vibration Engine with the Overrunning Clutch. CADMD’2006. **2.** *Справочник* по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. – М.: Наука, 1979. – 832 с. **3.** *Вибрации* в технике. Справочник в 6-ти томах. Т 1÷6. Ред. совет В.Н. Чоломей (пред.). – М.: Машиностроение, 1978 ÷ 1981.

Поступила в редколлегию 15.04.07

УДК 628.94