

Уравнение (22) позволяет оценить предельное значение деформации двухфазного поликристаллического твердого тела. Сравнивая (22) и (17), замечаем, что они отличаются дополнением в знаменателе, который учитывает наличие частиц второй фазы.

Учитывая, что отделение частиц износа обуславливается процессами структурной повреждаемости, интенсивность поверхностного разрушения в зависимости от физико-механических свойств материала может быть представлена комилексом [5, 8]

$$I \sim \left( HB^{\frac{1+Rt}{1-Rt}} \cdot \epsilon_0^t \right)^{-1}, \quad (23)$$

где  $R$  – параметр шероховатости;  $t$  – показатель фрикционной усталости в классическом уравнении Велера;  $HB$  – твердость по Брюнелю.

Подставляя (19) в (23) и учитывая  $\Gamma/f = \text{const}$ , получим для однофазных поликристаллических твердых тел (конструкционные стали)

$$I \sim \left[ HB^{1,75} d^2 b^2 (\rho_{\text{кр}} - \rho_0)^2 \right]^{-1}. \quad (24)$$

Вводя физико-математический комилекс  $\Pi$ , получаем

$$I \sim \frac{\left( \frac{F}{\Gamma} + \frac{dAy}{\delta} \right)^2}{HB^{1,75} [db(\rho_{\text{кр}} - \rho_0)]^2} = \Pi. \quad (25)$$

Согласно работе [5] регрессионное уравнение, описывающее связь комилекса  $\Pi$  с интенсивностью изнашивания  $I$ , принимает вид:

$$I = 0,51 \cdot 10^{-9} + 1,52 \cdot 10^{-20} \Pi. \quad (26)$$

Адекватность уравнения (26) там же проверена по  $F$ -критерию.

Зависимости, связывающие интенсивность поверхностного разрушения твердых тел с параметрами микроструктуры и фазового состава, являются инвариантными и показывают, что основные процессы изнашивания с позиций физики твердого тела происходят в поверхностном слое.

#### Выводы.

1. Впервые получено граничное значение деформаций в процессе изнашивания и, тем самым, определено условие Гриффитса для герцевских контактных задач.

2. Износостойкость несущих поверхностей зубьев должна учитываться при определении допускаемых напряжений зубчатых пар и при выборе материалов этих пар.

3. Установлена связь между параметрами износостойкости и напряженно-деформированным состоянием контактирующих поверхностей под нагрузкой с позиций теории пластичности и физики твердого тела.

**Список литературы:** 1. Цеснек Л.С. Механика и микрофизика истирания поверхностей. – М.: Машиностроение, 1979. – 263с. 2. Циглер Г. Экстремальные принципы термодинамики необратимых процессов и механика сплошной среды. – М.: Мир, 1981 – 134с. 3. Сулима А.М., Евстигнеев М.И. Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1977. – 255с. 4. Когаев В.П., Дроздов Ю.Н. Прочность и износостойкость деталей машин. – М.: Высшая школа, 1991. – 319с. 5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Наука, 1989. – 931с. 6. Приймаков О.Г., Приймаков Г.О., Бобровицкий О.В. Прогнозування надійності довговічності літальних апаратів // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2004. – Вып.24. – С.77–83. 7. Приймаков А.Г. Устиненко А.В. Математическая модель анализа напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя и его устойчивости на поверхностях трения при определении допускаемых напряжений // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – 2005. – Вып.40. – С.65–77. 8. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712с. 9. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 363с.

Поступила в редколлегию 09.06.07

УДК 539.3

**Н.А. ТКАЧУК**, докт. техн. наук, **Г.Д. ГРИЦЕНКО**, канд. техн. наук, **А.В. МАРТЫНЕНКО**, НТУ „ХПИ”, **А.В. НЕЧЕПУРЕНКО**, канд. техн. наук, ОАО „МК „Азовсталь””, г. Мариуполь, **Т.В. ПОЛИЩУК**, канд. техн. наук, ОАО „Азовмаш”, г. Мариуполь

#### К ВОПРОСУ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Запропоновано нові підходи до проектування і дослідження елементів складних механічних систем. Основна ідея полягає в застосуванні наскрізної параметризації на всіх етапах проектування. У просторі змінних параметрів шукається рішення оптимізаційної задачі за критеріями міцності, жорсткості і мінімальної маси.

New approaches to design and research of the complicated mechanical systems elements are offered. The main idea lies in application of through parameterization at all design phases. Within the varied parameter space we search for optimization problem solution based on strength, rigidity and minimum mass criteria.

**Введение.** При формулировке задачи расчетно-экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов

сложных механических систем [1-5] можно вычленил следующие основные проблемы математического характера: сравнение полей разной природы и происхождения; оценка точности численных исследований при помощи метода конечных элементов (МКЭ); модификация теоретических основ метода спекл-голографической интерферометрии (МСГИ) с точки зрения оценки точности и взаимодействия с МКЭ; построение меры несоответствия результатов экспериментальных и численных исследований.

Данные задачи во многом определяют трудности математического моделирования, численных и экспериментальных исследований. В работах [1-5] приведены некоторые обобщенные подходы к их решению. В данной статье описывается применение разработанных технологий, основанных на МКЭ и методе спекл-голографической интерферометрии.

### 1. Формулировка задачи анализа прочностных и жесткостных характеристик элементов сложных механических систем

Рассмотрим, следуя [4], элементы сложных механических систем как систему взаимодействующих тел, поведение которой (математическая модель) описывается в общем виде в операторной форме

$$\bar{L}_M(u_M, P_M, f_M, t) = 0, \quad (1)$$

где  $\bar{L}_M$  – некоторый оператор, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузки и условий сопряжения;  $u_M$  – массив переменных состояния, относительно которых сформулирована задача, образующих пространство решений  $U_M$ ;  $P_M$  – массив параметров (характеристики физико-механических свойств, геометрические размеры, величины присоединенных масс, жесткости), составляющих параметрическое пространство  $P_M$ ;  $f_M$  – массив, характеризующий действующие на систему внешние нагрузки (поверхностные, объемные сосредоточенные, тепловые нагрузки), составляющие пространство нагрузок  $F_M$ ;  $t$  – время или иной параметр, характеризующий исследуемое явление как процесс.

В частности, для большинства случаев удобно сформулировать напряженно-деформированное состояние в перемещениях. В этом случае  $U_M = \mathbf{U} u_{M_i}^{(s)}$ ,

где  $u_{M_i}^{(s)} = u_{M_i}^{(s)}(r_i, t)$  – массив перемещений точек элемента  $s$  исследуемой системы функций с радиус-вектором  $\mathbf{r}$  с компонентами  $r_i$  ( $i=1, 2, 3$ ), соответствующими моменту времени  $t$ . Соответственно  $P_M = \mathbf{U} p_M^{(s)}$ ,  $F_M = \mathbf{U} f_M^{(s)}$ .

При анализе напряженно-деформированного состояния математическая модель (1) содержит систему уравнений теории упругости [6-8], включая уравнения в частных производных в области  $\Omega$ , занимаемой исследуемым объектом, а также на его поверхности  $S$ . Для определения НДС тел исследуемой системы, т.е. решения некоторой текущей задачи анализа, необходимо или решить систему уравнений (1) (или неравенств для случая контактного взаимодействия), или вариационное уравнение (соответственно неравенство), или произвести минимизацию функционала [4-12].

При решении задачи определения напряженно-деформированного состояния предполагается, что она поставлена корректно (по Адамару) [13]. При этом кроме классических требований разрешимости, единственности и устойчивости [4], предполагается еще и требование устойчивости по отношению к изменению оператора задачи (как структурному, так и параметрическому), а также граничных условий и условий контактного непроникновения. Соотношения (1) в развернутой форме составляют математическую модель для определения НДС элементов сложных механических систем.

Оператор  $\bar{L}_M$  исследуемой задачи действует как оператор  $\bar{L}_M$  в области  $\Omega$  и характеризуется типом оператора, его структурой, физико-механическими характеристиками, определяемыми свойствами материала, а также физической размерностью области  $\Omega$ . На границе действуют различные граничные условия, характеризующие тип краевых условий, внешние нагрузки, условия контактного взаимодействия. Кроме того, сама область  $\Omega$  имеет некоторую форму и геометрические размеры. То же относится к границе  $S$  и ее составляющим.

Все указанные данные различной природы составляют множество обобщенных параметров математической модели исследуемого элемента сложной механической системы. Естественно, что при переходе от реального объекта к его математической модели допускается некоторая погрешность. В соответствии с этим необходимо в различных случаях решать следующие типы задач: уточнение оператора краевой задачи (тип, структура); краевых условий; нагрузок (тип, величина, распределение); условий сопряжения; формы, размеров, гладкости областей  $\Omega, S$ .

Все указанные данные различной природы составляют множество обобщенных параметров математической модели исследуемого элемента сложной механической системы. Естественно, что при переходе от реального объекта к его математической модели допускается некоторая погрешность. В соответствии с этим необходимо в различных случаях решать следующие типы задач: уточнение оператора краевой задачи (тип, структура); краевых условий; нагрузок (тип, величина, распределение); условий сопряжения; формы, размеров, гладкости областей  $\Omega, S$ .

**2. Конечно-элементное описание поведения элементов сложных механических систем.** Для численного решения задачи анализа напряженно-деформированного состояния в настоящее время часто применяется метод Ритца с базисными кусочно-полиномиальными функциями – метод конечных элементов [14]. Тогда, вводя пространство  $V^n$  ( $n$  – количество узлов сетки конечных элементов (КЭ)) базисных функций МКЭ, исходную задачу можно привести к проблеме минимизации функционала

$$I^n(q^n) = 1/2 K_{ij} q_i q_j - b_i q_i, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $K_{ij} = (L\varphi_i, \varphi_j)$  – коэффициенты матрицы жесткости конструкции  $K$ ;  $\varphi_i$  – базисная функция МКЭ;  $b_i = (f_i^N, q_i)$  – элементы массива узловых нагрузок.

Условия минимальности (16) дают систему линейных алгебраических уравнений [14]

$$K \cdot q = b, \quad (3)$$

которая соответствует операторному аналогу (1)

$$\bar{L}_N(u_N, P_N, f_N, t) = 0, \quad (4)$$

где  $u_N, P_N, f_N$  – соответственно аналоги  $u_M, P_M, f_M$  в пространстве функций  $u_N$ , параметров  $P_N$  и нагрузок  $f_N$ .

Таким образом, при дискретизации исходной задачи производится переход от функционального пространства функций  $U_N$  к пространству конечной размерности  $V^N$ .

Известно [4, 14], что теоретическая точность МКЭ в силу эллиптичности исследуемых задач может быть оценена качественно в различных нормах (энергетическая, эвклидова, чебышевская). При этом тенденция изменения нормы ошибки должна быть монотонной: начиная с некоторого момента с уменьшением размеров конечных элементов ошибка уменьшается по обратной степенной зависимости. Поскольку измельчение сетки КЭ приводит к росту требований к объему вычислительных ресурсов, то закономерно возникает вопрос об узости постановки задачи, предполагающей повышение точности конечно-элементной модели. Здесь можно сделать 2 замечания [4]:

1. Процесс улучшения конечно-элементной модели должен быть ограничен наперед заданным значением погрешности  $\alpha_i$  ( $i$  – номер варианта для вычисления погрешности МКЭ)

$$\alpha_i \leq \bar{\alpha}_i. \quad (5)$$

2. Процесс повышения точности конечно-элементной модели ограничивается также вычислительными ресурсами.

Последнее замечание можно трансформировать в систему ограничений

$$V_{RAM}(\alpha) \leq \bar{V}_{RAM}(\alpha); V_{HD}(\alpha) \leq \bar{V}_{HD}(\alpha); V_t(\alpha) \leq \bar{V}_t, \quad (6)$$

где в правых частях соотношений (6) находятся предельные объемы оперативной памяти, дискового пространства и времени решения на компьютере или системе компьютеров соответственно. Неявно заданные ограничения (6) и явное ограничение (5) образуют условие ограничения процесса улучшения численной модели:

$$\alpha_i \leq \alpha_i^+ = \max \left\{ \bar{\alpha}_i, \bar{\alpha}_i^{RAM}, \bar{\alpha}_i^{HD}, \bar{\alpha}_i^t \right\}. \quad (7)$$

Здесь  $\bar{\alpha}_i^{RAM}, \bar{\alpha}_i^{HD}, \bar{\alpha}_i^t$  – соответственно решения (6) в случае равенства:

$$V_{RAM}(\alpha_i) = \bar{V}_{RAM}; V_{HD}(\alpha_i) = \bar{V}_{HD}; V_t(\alpha_i) = \bar{V}_t. \quad (8)$$

Наиболее существенными при повышении качества конечно-элементной модели являются задачи уточнения следующих обобщенных параметров: тип задачи; тип конечных элементов; схема конечно-элементной разбивки; размеры КЭ; расположение зон сгущения-разрежения сетки конечных элементов; ограничения вычислительных ресурсов.

**3. Применение метода спекл-голографической интерферометрии для исследования поведения сложных механических систем.** Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем предполагает наличие самого объекта исследований или его физической модели, измерительной аппаратуры, регистрирующих приборов, оборудования для расшифровки полученных результатов. Все эти элементы объединены при помощи специально разработанных схем, которые реализуют тот или иной способ измерений. Голографическая интерферометрия [15,16] представляет исследователю мощный инструмент определения перемещений точек поверхности исследуемых элементов механических систем. Особенностью голографической интерферометрии является возможность проведения бесконтактных измерений как на физической модели исследуемого объекта, так и на самом объекте. При этом, как и любой другой метод экспериментальных измерений, метод голографической и спекл-интерферометрии допускает формальную запись в виде [4]:

$$\bar{L}_E(u_E, P_E, f_E, t) = 0, \quad (9)$$

где  $\bar{L}_E$  – некоторый оператор, который можно трактовать как способ преобразования информации о деформации объекта в некоторый формат данных;  $u_E$  – массив переменных состояния (в большинстве случаев – вектор перемещений точек поверхности исследуемого тела);  $P_E$  – массив параметров  $p_E$ , включающий в себя (в соответствие с концепцией обобщенной параметризации, принятой авторами) и метод измерений, и измерительные схемы, и количественные параметры используемой аппаратуры, и методы расшифровки и обработки результатов измерений;  $f_E$  – массив, характеризующий внешнее воздействие на исследуемый объект;  $t$  – время.

Для повышения точности измерений удобно использовать методику, соединяющую в одной измерительной схеме запись голограммы во встречных пучках по схеме Денисюка и фиксацию спекл-фотографии [16]. Для определения компонент перемещений, перпендикулярных плоскости голограммы, используется соотношение [4]

$$u_n = (\lambda N) / 2, \quad (10)$$

где  $N$  – номер полосы;  $u_n$  – нормальная составляющая вектора перемещения  $\mathbf{u}$ ;  $\lambda$  – длина волны лазера.

Для определения перемещений  $u_t$  в плоскости спекл-фотографии исполь-

зуются соотношения (рис. 1)

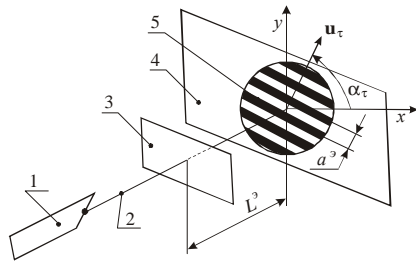


Рис. 1. Схема поточечной расшифровки спекл-интерферограмм:

- 1 – лазер; 2 – неразведенный луч;
- 3 – спекл-интерферограмма;
- 4 – экран; 5 – картина полос

ской и спекл-интерферометрии. *Природа и источники погрешностей:* погрешность самой модели; погрешность измерительной схемы; погрешность носителя (шум); погрешность расшифровки; погрешность дальнейшей интерполяции и обработки (вычисление перемещений в промежуточных точках, численное дифференцирование).

Влияние погрешности модели является неуправляемой величиной в ходе эксперимента. Она минимизируется при соблюдении технологии изготовления объекта или его физической модели, а также путем статистической обработки результатов множества измерений на некоторой выборке исследуемых объектов. Что касается остальных компонент погрешности, то они минимизируются путем разработки новых измерительных схем, методов расшифровки и обработки информации.

Погрешность измерительной схемы в данном случае сводится к минимуму путем использования схемы, соединяющей запись метода голографической интерферограммы и спекл-фотографии на одном носителе одновременно. В этом случае удастся избежать погрешностей, обусловленных традиционными технологиями расшифровки. Соотношения (10) и (11), в которых нормальная и тангенциальная составляющие вектора перемещений разделены по способу их получения, а также формально, позволяют исключить взаимовлияние этих компонент, что максимально увеличивает точность измерений. В этом случае погрешности измерений определяются по соотношениям

$$\frac{\|\Delta u_N\|}{\|u_N\|} = \frac{\|\Delta N\|}{\|N\|}, \quad \frac{\|\Delta u_\tau\|}{\|u_\tau\|} = \frac{\|\Delta a\|}{\|a\|}. \quad (12)$$

Соответственно в данном случае относительная погрешность гораздо меньше, чем в классических способах расшифровки [4, 15].

Вклад указанных выше составляющих погрешности измерений можно

$$u_\tau = \frac{\lambda a^3}{L^3}, \quad (11)$$

где  $a^3$  – расстояние между полосами на экране;  $L^3$  – расстояние до экрана.

При этом вектор  $u_\tau$  направлен по перпендикуляру к плоскостям, наблюдаемым на экране при освещении спекл-интерферограммы неразведенным лучом лазера.

Рассмотрим природу погрешностей метода голографической

уменьшить практически до долей процента. В то же время существенно возрастает значение компонент погрешностей расшифровки, интерполяции и обработки данных, поскольку предполагается автоматизированное выполнение этих операций.

**4. Мера несоответствия результатов численного и экспериментального исследований.** Применение предлагаемого подхода приводит к замене  $u_R$  (характеризует поле перемещений реального объекта  $R$ ) на  $u_E$  (характеризует поле перемещений экспериментального образца) при сравнении приближенного и точного решений. Схематически соотношения искомых полей для реального объекта и его математической модели, а также численного решения задачи и результатов экспериментальных исследований можно представить в виде точек в пространстве решений  $u$ . Предполагаемые соотношения близости различных описаний исследуемого объекта можно трактовать следующим образом:

$$\{\Delta_{RE} \leq \bar{\epsilon}_1; \Delta_{RM} \leq \bar{\epsilon}_2; \Delta_{MN} \leq \bar{\epsilon}_3\} \Rightarrow \{\Delta_{NR} \leq \bar{\epsilon}_4\}, \quad (13)$$

где  $\bar{\epsilon}_1$  – погрешность моделирования и измерений при экспериментальном исследовании;  $\bar{\epsilon}_2$  – погрешность математической модели;  $\bar{\epsilon}_3$  – погрешность дискретизации;  $\bar{\epsilon}_4$  – ограничение на меру несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований;  $\Delta_{RE}$  – погрешность физического моделирования;  $\Delta_{RM}$  – погрешность математической модели;  $\Delta_{MN}$  – погрешность перехода к численной модели;  $\Delta_{EN}$  – минимизируемая погрешность.

В данном случае предполагается естественным, что все фигурирующие в (13) составляющие представляют собой величины одного порядка малости. При решении реальных задач к величине  $\Delta_{RE}$ , в частности, предъявляются высокие требования, поскольку речь идет обычно о перемещениях точек исследуемого объекта под нагрузкой на несколько микрометров. В связи с этим в качестве метода экспериментальных исследований *необходимо выбрать метод*, обеспечивающий высокую точность, и, кроме того, обеспечивающий естественное приведение  $u_E$  к виду представления  $u_N$ . В этом случае замена  $u_M$  на  $u_E$  не приводит к значительным вычислительным трудностям и погрешностям.

Введем меру оценки различия результатов численных и экспериментальных исследований:

$$I = I(u_N, u_E). \quad (14)$$

Естественно, при идеальном выборе численной модели, условий эксперимента и теоретической модели явления

$$I \equiv 0. \quad (15)$$

Однако в реальных условиях  $I \neq 0$ , и задача получения достоверных чис-

ленных моделей может быть сформулирована как задача определения  $p_N^*$ , минимизирующих  $I$  [4]:

$$p_N^* = \arg \min I(u_N, u_E, p_N). \quad (16)$$

Ценность решения данной задачи состоит в том, что полученный набор параметров  $p_N^*$  может быть использован при численном анализе целого ряда *аналогичных* конструкций без проведения дорогостоящих экспериментов.

Отдельной задачей является определение конкретного вида функционала  $I$ . Это может быть:

- эвклидова норма

$$I_1 = \int_{(s)} (\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_E)^2 ds; \quad (17)$$

- аналогичная величина для выбранной части поверхности

$$I_2 = \int_{(s_i^*)} (\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_E)^2 ds; \quad (18)$$

- аналогичная величина для некоторой линии  $l \in S$

$$I_3 = \int_{(l)} (\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_E)^2 dl; \quad (19)$$

- аналогичная величина для некоторой точки  $p_j \in S$

$$I_4 = (\mathbf{u}_N - \mathbf{u}_E)^2. \quad (20)$$

Величины (17)-(20) могут в некоторой комбинации с весовыми коэффициентами  $\gamma$  образовывать комплексный функционал  $I^C$ :

$$I^C = \sum_k \gamma_k \sum_{j,s,t} \gamma_{j,s,t} I_k(S, S_j^p, l_s, p_t). \quad (21)$$

Кроме того, в качестве функционала  $I$  может быть принята некоторая энергетическая норма, норма абсолютной разности или любая другая норма, диктуемая спецификой исследуемого объекта и спецификой задачи.

На параметры  $p_N$  в общем случае могут быть наложены дополнительные ограничения

$$G(p_N) \geq 0, \quad (22)$$

которые описывают в пространстве данных параметров  $V_{p_N}$  некоторую область  $V_{p_N}^0$ . Тогда исходная задача сводится к проблеме поиска минимума функционала  $I$  на множестве  $V_{p_N}^0$ :

$$p_N^* = \arg \min I(u_N, u_E, p_N), p_N \in V_{p_N}^0. \quad (23)$$

Важно, что подход, описываемый данными соотношениями, распространяется без ограничений на случай любых подмножеств из множества параметров  $P_N \cup P_E$ .

**5. Численная оценка функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований.** Одним из важнейших аспектов построения функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований является процедура его вычисления. Действительно, при сравнении полей компонент перемещений, заданных на поверхностях в пространстве трех измерений, важно получить численную характеристику, которая отражает две стороны [4]:

- совпадение *качественное*, т.е. степень соответствия закона распределения по пространственным координатам, тенденции изменения во времени или реакции на изменение того или иного параметра;
- совпадение *количественное*, т.е. точность численного моделирования измеряемой экспериментально функции.

Естественно, что в интегральной оценке совмещены оба приведенных требования. Рассмотрим форматы сравниваемых величин. При использовании МКЭ искомые компоненты вектора перемещений формально определяются в любой точке исследуемого тела, в том числе и на поверхности, через базисные функции  $\varphi_N^\cup$  и узловые значения  $u_N^\cup$ . Таким образом, в рассмотрении находятся следующие данные: описание области  $\Omega^\cup$ , занимаемой телом, в виде ансамбля конечных элементов (т.е. при численном исследовании задаются массив координат узлов  $\chi^\cup$ , матрица конечных элементов  $M^\cup$ , определяющая узлы, которые образуют различные КЭ); узловые параметры  $u_N^\cup$ ; тип представления искомой компоненты вектора перемещений через узловые параметры и базисные функции МКЭ:

$$\bar{u}_N^\cup(x) = \sum_{E^\cup} u_N^\cup(E^\cup) \varphi_N^\cup(E^\cup, x), \quad (24)$$

где  $E^\cup$  – подмножество узлов, образующих элемент, которому принадлежит точка  $x$ ;  $\varphi_N^\cup$  – базисная функция метода конечных элементов.

Результаты экспериментальных исследований методом спекл-голографической интерферометрии имеют следующую структуру данных: сетка  $S^\sim$  узлов  $J^\wedge$ , покрывающих исследуемую часть поверхности объема  $S$ ; узловые параметры  $u_E^\wedge$ ; выражение искомой компоненты вектора перемещений в заданной точке  $x$  через узловые параметры и интерполяционные функции  $\hat{f}$ :

$$\bar{u}_E^\wedge(x) = \sum_{j^\wedge} u_E^\wedge(j) \hat{f}(j, x), \quad (25)$$

где  $j^\wedge$  – подмножество узлов ячейки, в которую попадает точка  $x$ .

Несмотря на кажущуюся эквивалентность структуры выражений (24) и (25), их сопоставление через непосредственное вычисление по приведенным формулам применимо для сравнения данных только в отдельных точках. В то же время непосредственное применение формул (24) и (25) для вычисления функционала несоответствия  $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$  проблематично. Действительно, основное отличие представлений  $\bar{u}_N^\cup$  и  $\bar{u}_E^\wedge$  на данном этапе состоит в том, что они определяются через различные дискретные множества (множества конечных элементов и узлов конечных элементов, с одной стороны, и множества ячеек и узлов интерполяции – с другой).

Для устранения возникающих при этом проблем возможны следующие пути:

1. Приведение численных данных, вычисляемых по выражению (24), к узлам  $J^\wedge$  сетки  $S^-$ , используемой при представлении результатов экспериментальных исследований.

2. Приведение экспериментальных данных, вычисляемых по формуле (25), к узлам  $\chi^\cup$  множества КЭ  $M^\cup$  (из конечно-элементной модели исследуемого объекта).

3. Приведение численных и экспериментальных результатов к некоторому искусственно созданному дискретному множеству  $R^*$  узлов ячеек (элементов)  $T^*$  с базисными функциями  $\xi^*$ . Тогда

$$\bar{u}_N^\cup = \sum_{r^*} \bar{u}_N^\cup(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (26)$$

$$\bar{u}_E^\wedge = \sum_{r^*} \bar{u}_E^\wedge(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (27)$$

где  $r^*$  – подмножество узлов, образующих элементарный фрагмент искусственно созданной сетки  $T^*$ .

Формально третий путь оказывается наиболее универсальным, поскольку отсутствует привязка к формам представления численных и экспериментальных данных. Тогда с учетом выражений для функционала  $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$ , содержащего операции суммирования  $\sum_{\cdot}$  и (или) интегрирования  $\int_{\cdot}$  и выражений (26)-(27) можно записать для некоторых случаев:

$$I(\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) = \left\{ \sum_{\cdot}, \int_{\cdot} \right\} \left( \sum_{r^*} (\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) \cdot \xi^*(r^*, x) \right)^2. \quad (28)$$

Учитывая перестановочность операций суммирования и интегрирования, выражение (28) может быть представлено в виде:

$$I(\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[ \bar{u}_N^\cup(r_1^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_1^*) \right] \cdot \left[ \bar{u}_N^\cup(r_2^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_2^*) \right] \cdot \left\{ \sum_{\cdot}, \int_{\cdot} \right\} \left[ \xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x) \right]. \quad (29)$$

Введя обозначение

$$\Delta \bar{u}_{NE}^* = \bar{u}_N^\cup(r_1^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_1^*), \quad (30)$$

выражение для функционала  $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$  можно записать в виде

$$I(\Delta \bar{u}_{NE}^*) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[ \bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_1^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_2^*) \right], \quad (31)$$

где через  $\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*)$  обозначен результат применения операции интегрирования (суммирования) в выражении (29):

$$\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) = \left\{ \sum_{\cdot}, \int_{\cdot} \right\} \left[ \xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x) \right]. \quad (32)$$

Таким образом, вычисление функционала  $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$  сводится к определению квадратичной формы (31) с известными коэффициентами (32). Указанный способ вычислений формально остается в силе при использовании любого формата представления данных численных и экспериментальных результатов.

**Заключение.** В работе изложен единый подход к расчетно-экспериментальному исследованию элементов сложных механических систем на базе обобщенного параметрического подхода. При этом:

1. Разработанная обобщенная математическая модель для исследования прочностных и жесткостных характеристик соединяет все этапы от составления систем уравнений до сравнения численных результатов с экспериментальными данными

2. Задача синтеза расчетных моделей элементов сложных механических систем получила полную математическую формализацию.

3. Достоверность расчетных моделей исследуемых объектов обеспечивается соединением преимуществ метода конечных элементов и метода спекл-голографической интерферометрии: путем сравнения полей различного происхождения (причем каждый из методов – МКЭ и МСГИ – обладает высокой точностью и широкими возможностями) удастся замкнуть цикл расчетно-экспериментальных исследований, получив не только конкретные результаты для конкретной задачи, но также достоверную численную модель.

4. Конкретизация функционала несоответствия результатов численных и

экспериментальных исследований, проведенная в работе, позволяет получить численную характеристику при сравнении полей перемещений точек элементов сложных механических систем.

5. Разработка единого формата данных для вычисления функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований дает возможность удобного и точного его вычисления.

Таким образом, предложенный подход после формализации основных этапов исследований при помощи соответствующего математического аппарата реализован в виде конечного числа задач, методы решения которых приведены в статье. Для перехода к решению конкретных задач разработанные методы должны быть реализованы в виде соответствующего программно-аппаратного комплекса.

В сочетании с голографической установкой, специальным программным обеспечением, оригинальными подсистемами автоматизированного анализа и синтеза на основе авторских разработок, а также лицензионными версиями CAD/CAM/CAE Pro/ENGINEER, ANSYS, SolidWorks, LS-DYNA, данный программно-аппаратный комплекс представляет собой мощный инструмент анализа поведения механических объектов различной природы.

**Список литературы:** 1. *Ткачук Н.А.* Интенсивная схема экспериментальных исследований элементов технологических систем // Динамика и прочность машин. – 1998. – Вып. 56. – С.175-181. 2. *Ткачук Н.А.* Экспериментальное определение параметров конечно-элементных моделей // Механика та машинобудування. – 1998. – № 1. – С.68-75. 3. *Капустин А.А., Ткачук Н.А.* Расчетно-экспериментальный метод исследования деформаций элементов механических систем // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ – 1999. – вып.53. – С.148-155. 4. *Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Глуценко Э.В., Ткачук А.В.* Решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем // Механика та машинобудування. – 2004. – № 2. – С.85-96. 5. *Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Липовецкий Л.С., Глуценко Э.В., Гоголь Н.А.* Методика экспериментального исследования элементов механических систем методом голографической интерферометрии // Механика та машинобудування. – 2005. – №1. – С.88-99. 6. *Лурье А.И.* Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с. 7. *Работнов Ю.Н.* Механика деформированного твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 712 с. 8. *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с. 9. *Сей Ж.* Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 10. *Черноуцько Ф.Л., Баничук Н.В.* Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 240 с. 11. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 12. *Кравчук А.С.* К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Доклады АН СССР. – 1976. – Т.230. – № 2. – С.308-310. 13. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1974. – 224 с. 14. *Стрэнг Э., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1977. – 349 с. 15. *Вест Ч.* Голографическая интерферометрия. – М.: Мир, 1982. – 504 с. 16. *Капустин А.А.* Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натуральных конструкций. – В кн.: Физические основы голографии. Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137-159.

Поступила в редколлегию 25.05.2007

УДК 539.3

*Н.А. ТКАЧУК*, докт. техн. наук, *Г.Д. ГРИЦЕНКО*, канд. техн. наук, НТУ „ХПИ”, *А.В. НЕЧЕПУРЕНКО*, канд. техн. наук, ОАО „МК „Азовсталь””, г. Мариуполь, *В.И. ГОЛОВЧЕНКО*, канд. техн. наук, *В.А. ШКОДА*, канд. техн. наук, ОАО “Головной специализированный конструкторско-технологический институт”, г. Мариуполь

### СТРУКТУРА СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СЛОЖНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Запропоновано методи, алгоритми і програмне забезпечення для моделювання, аналізу і параметричної оптимізації елементів механічних систем. Запропонована система автоматизованого аналізу елементів механічних систем робить можливим знаходження параметрів проектування, які забезпечують відповідний рівень міцності, ресурсу, жорсткості і мінімальної матеріалоемності.

It is proposed the methods, algorithms and software for modeling, analysis and parameter optimisation of the mechanical systems elements. The offered system of the elements of the mechanical systems automatic analysis make it possible to find design parameters which provide for appropriate level of the strength, resurs, hardness and minimal material intensity.

**Введение.** Совершенствование характеристик точности, надежности, ресурса, материалоемкости, долговечности, нагрузочной способности новых видов современных механических систем требует применения эффективных численных методов расчета их напряженно-деформированного состояния с учетом реальных условий эксплуатации. Для решения этой задачи используются как мощные специализированные пакеты типа ANSYS, NASTRAN, COSMOS, так и специализированные модули в больших CAD-системах (например, в системе Pro/ENGINEER). Наряду с несомненными достоинствами и преимуществами (универсальность, наличие большой библиотеки моделей, типов конечных элементов, удобства графического ввода и визуализации информации), они требуют значительного объема ресурсов от компьютеров и достаточно высокой квалификации пользователей.

В то же время для многих видов проектно-технологических работ используются специализированные программные пакеты, учитывающие специфику объектов конструирования, обладающие достаточными средствами моделирования при умеренных запросах к ресурсам компьютеров. Для такого типа пакетов одной из наиболее приемлемых схем исследования прочностных, жесткостных, динамических характеристик является технология, предусматривающая разбивку исследуемых объектов на отдельные подсистемы, моделирование, анализ и оптимизацию данных подсистем, а после этого – сборку синтетической модели и проведение значительно меньшего по объему числа исследований полной модели.