

**Б. І. КИДРАЦЬКИЙ**, проф. каф. деталей машин, докт. техн. наук, проф.,  
**В. Т. ПАВЛИЩЕ**, канд. техн. наук, проф., зав. каф. деталей машин,  
**Р. Я. ПРЕДКО**, асп. каф. деталей машин, НУ „Львівська політехніка”

### ПРО КОЛИВАННЯ САМОЗАТЯЖНОГО КІЛЬЦЯ В АВТОМАТИЧНО РЕГУЛЬОВАНІЙ ПАСОВІЙ ПЕРЕДАЧІ

Подана розрахункова модель автоматично регульованої пасової передачі з самозатяжним кільцем і визначені власні частоти коливань кільця.

Given calculation model of the automatically managed belt drive with the selfprotracted ring and certain own frequencies of vibrations of ring.

Автоматично регульована пасова передача з самозатяжним кільцем [3] забезпечує необхідний пружний натяг приводного паса залежно від корисного навантаження передачі. В такій пасовій передачі (рис. 1) ведучий шків складається

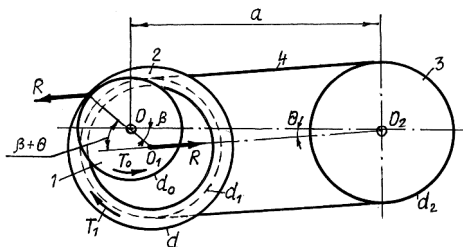


Рис. 1. Схема автоматично регульованої пасової передачі

з ролика 1, на якому розташовується самозатяжне кільце 2, що охоплюється разом з веденим шківом 3 приводним пасом 4. Необхідний пружний натяг приводного паса здійснюється за рахунок дії на самозатяжне кільце реактивного моменту  $M_{np}$ , який рівний різниці

крутних моментів  $T_1$  і  $T_0$ , що діють, відповідно, на самозатяжне кільце 2 і ролик 1. Під дією моменту  $M_{np}$  кільце 2, обкочуючись по ролику 1, здійснює додатковий пружний натяг приводного паса. При цьому положення самозатяжного кільця відносно ролика визначається кутом  $\beta$ . Якщо пасова передача не навантажена, то  $\beta = 0$ .

Спостереження за роботою експериментальної автоматично регульованої пасової передачі з самозатяжним кільцем виявили, що під час деяких режимів корисного навантаження передачі мають місце небажані коливання кільця навколо ролика. Такі коливання негативно впливають на роботу пасової передачі, оскільки порушують кінематику передачі і додатково навантажують приводний пас. Тому виникла потреба дослідити коливання самозатяжного кільця, яке знаходиться під дією сили пружного натягу приводного паса. Оскільки автоматично регульована пасова передача з самозатяжним кільцем є новою [2] та дослідження власних коливань самозатяжного кільця не проводилось, вони є новими і становлять як теоретичне, так і практичне зацікавлення.

Для запобігання коливань кільця потрібно знати спосіб визначення частоти його вільних коливань, оскільки збігання такої частоти із частотами мож-

ливих збурень, що діють у пасовій передачі, призведе до явища резонансу, тобто до коливань зі збільшеною амплітудою. Якщо виявити параметри, що впливають на частоту вільних коливань самозатяжного кільця, то можна знайти шляхи для уникнення небажаних коливань кільця.

**Розрахункова схема** для дослідження коливань самозатяжного кільця у пасовій передачі зображена на рис. 2.

За узагальнену координату положення кільця відносно ролика прийнято кут  $\beta$  його повороту відносно ролика. Під час коливання на кільце діють момент сил пружного натягу паса  $M_{np}$  і інерційний момент  $M_i$ , які направлені в сторону положення рівноваги кільця [1], тобто в сторону, протилежну напрямку кута  $\beta$  руху кільця. Відповідно до прийнятих позначень рівняння руху самозатяжного кільця за принципом Д'Аламбера матиме вигляд

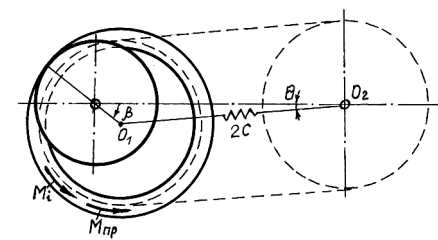


Рис. 2. Розрахункова модель автоматично регульованої пасової передачі

$$M_i + M_{np} = 0. \quad (1)$$

Тут  $M_i = I_0 \ddot{\beta}$  – (2)

інерційний момент, що діє на кільце при його повороті на кут  $\beta$ . У виразі (2)  $I_0$  – зведений момент інерції кільця,  $\ddot{\beta}$  – кутове прискорення кільця за напрямом його узагальненої координати  $\beta$ .

У подальшому дослідженні коливань прийнято допущення, що сила ваги самозатяжного кільця мала у порівнянні з іншими силами, що діють на нього, а тому силою ваги кільця нехтуємо, хоча її врахування не завдає зайвих труднощів. Крім цього будемо вважати, що кут  $\beta$  малий (його значення не перевищує  $20^\circ$ ), а тому прийматимемо наближення  $\sin \beta = \beta$ .

За рис. 1 момент, що діє на кільце, від сил пружного натягу приводного паса

$$M_{np} = R \frac{d}{2} \sin(\beta + \theta) - R \frac{d_0}{2} \sin(\beta + \theta) = R e \sin(\beta + \theta), \quad (3)$$

де  $e = 0,5(d - d_0)$  – ексцентриситет самозатяжного кільця у відношенні до ролика, на якому воно розташоване. Сила  $R$  дорівнює сумі сил пружного натягу двох віток приводного паса і становить

$$R = 2(F_* + F_0). \quad (4)$$

Тут сила  $F_*$  – сила попереднього сталого пружного натягу паса (вона може бути рівною нулю), а  $F_0 = c\Delta a$  – сила пружного натягу паса, що має позовжно жорсткість  $c$ , за рахунок його видовження  $\Delta a$  під час повороту самоза-

тяжного кільця на кут  $\beta$ . Тут зауважимо, що жорсткість  $c$  приводного паса слід визначати для повної його довжини  $l$  за формулою

$$c = \frac{EA}{l}, \quad (5)$$

де  $E$  – модуль повздовжньої пружності матеріалу приводного паса [4], а  $A$  – площа його поперечного перерізу.

Враховуючи (4), а також залежності, що отримані в [3],

$$\Delta a = \frac{ae}{2(a-e)}\beta^2, \quad (6) \quad \sin(\beta + \theta) = \frac{a}{a-e}\beta, \quad (7)$$

вираз (3) для визначення моменту сил пружного натягу приводного паса набуде вигляду

$$M_{np} = \frac{2F_*ae}{a-e}\beta + \frac{ca^2e^2}{(a-e)^2}\beta^3. \quad (8)$$

Зауважимо, що вираз (8) можна отримати, виходячи із потенціальної енергії  $\Pi$  пружної системи [5], що відповідає розрахунковій схемі, зображеній на рис. 2, за умови, що жорсткість пружного елемента рівна  $2c$ :

$$M_{np} = \frac{\partial \Pi}{\partial \beta}; \quad \Pi = \frac{2c}{2}(\Delta_* + \Delta_0)^2 = c \left( \frac{F_*}{c} + \Delta_a \right)^2.$$

Величину зведеного моменту інерції  $I_0$  самозатяжного кільця у залежності (2) можна визначити за виразом його кінетичної енергії [5]

$$K = \frac{I_0 \omega_k^2}{2}. \quad (9)$$

В нашому випадку кільце здійснює складний рух: кільце повертається на деякий кут  $\alpha$  відносно

свого центра  $O_1$  і сам центр  $O_1$  рухається з швидкістю  $V_{O1} = e\dot{\beta}$  (рис. 3). Якщо кут  $\beta = 0$ , то радіус кільця займає положення  $O_1A$  (див. рис. 3). За умови зміщення кільця на кут  $\beta$  цей же радіус займе положення  $O_1A'$ , тобто кільце повернеться відносно свого центра на кут  $\alpha = \beta - \gamma$ . Якщо кільце перекочується по ролику без ковзання, то довжина дуги  $AB$  дорівнює довжині дуги  $A'B$ , тобто  $0,5d_0\beta = 0,5d\gamma$ , звідки  $\gamma = \beta d_0/d$ . Таким чином, кут повороту кільця навколо свого центра  $O_1$  і його кутова швидкість  $\omega_k$  виражаються залежностями:

$$\alpha = \beta - \gamma = \beta \left( 1 - \frac{d_0}{d} \right) = \frac{2e}{d}\beta; \quad \omega_k = \dot{\alpha} = \frac{2e}{d}\dot{\beta}. \quad (10)$$

На підставі наведених вище міркувань кінетична енергія кільця

$$K = \frac{mV_{O1}^2}{2} + \frac{I\omega_k^2}{2} = \frac{me^2\dot{\beta}^2}{2} + \frac{4Ie^2\dot{\beta}^2}{2d^2}. \quad (11)$$

У записаному виразі  $m$  – маса самозатяжного кільця, а  $I$  – його момент інерції відносно осі, що проходить через центр  $O_1$ . Величина  $I$  для нашого випадку може бути прийнятою [1]

$$I = md_1^2/4. \quad (12)$$

З врахуванням наведеного, вираз (11) подамо у такому вигляді

$$K = \frac{me^2\dot{\beta}^2}{2} + \frac{4e^2\dot{\beta}^2}{2d^2} \cdot \frac{md_1^2}{4} = \frac{me^2(1+\delta^2)}{2}\dot{\beta}^2. \quad (13)$$

Тут  $\delta = d_1/d$ .

Прирівнюючи залежності (9) і (13), отримаємо вираз для визначення зведеного моменту інерції самозатяжного кільця

$$I_0 = me^2(1+\delta^2). \quad (14)$$

Для компактності записів математичних залежностей у подальших викладах введемо позначення

$$a/(a-e) = \gamma. \quad (15)$$

Тоді вираз (8) для моменту сил, що діють на самозатяжне кільце, від пружного натягу приводного паса, матиме вигляд

$$M_{np} = 2F_*\gamma e\beta + c\gamma^2 e^2\beta^3, \quad (16)$$

а з врахуванням залежностей (1),(2),(14) і (16) диференціальне рівняння вільних коливань кільця запишемо так:

$$me^2(1+\delta^2)\ddot{\beta} + 2F_*\gamma e\dot{\beta} + c\gamma^2 e^2\beta^3 = 0. \quad (17)$$

Таке рівняння є нелінійним і воно описує коливання кільця відносно положення його рівноваги ( $\beta_0 = 0$ ), тобто для випадку холостого режиму роботи пасової передачі (корисне навантаження приводного паса  $F_t = 0$ ). Характерною особливістю нелінійних коливань, що описуються рівнянням типу (17) є те, що частота таких вільних коливань залежить від їхньої амплітуди [5].

Тепер слід зауважити, що у пасовій передачі, що працює з корисним навантаженням  $F_t$ , кут, який визначає положення самозатяжного кільця на ролику, має певне конкретне значення  $\beta_0$ , відносно якого спостерігаються коливання кільця. Ці коливання відбуваються з деяким розмахом  $2\epsilon$ , який є значно мен-

шим від  $\beta_0$ . Якщо взяти до уваги пружну характеристику коливної системи (рис. 2) за виразом (16), то вона має вигляд, показаний на рис. 4. Оскільки кут  $2\varepsilon$  є малим, то в межах цього кута пружну характеристику можна лінеаризувати, а жорсткість коливної системи прийняти постійною і рівною

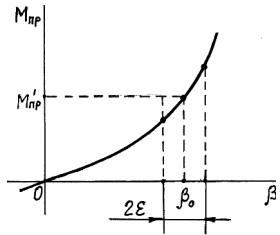


Рис. 4. Пружна характеристика коливної системи

$$c_0 = \frac{dM_{np}}{d\beta} = 2F_*\gamma e + 3c\gamma^2 e^2 \beta_0^2. \quad (18)$$

Нагадаємо, що тут  $F_*$  – сила попереднього сталого пружного натягу приводного паса, а  $\beta_0$  – кут, який визначає положення самозатяжного кільця на роликів під час передавання пасовою передачею корисного навантаження  $F_t$ . Кут  $\beta_0$  – визначається розв’язуванням рівняння [3]

$$\beta_0^3 + \frac{2F_*}{\gamma c e} \beta_0 - \frac{\delta F_t}{\gamma^2 c e} = 0. \quad (19)$$

Виходячи із наведених міркувань, диференціальне рівняння руху самозатяжного кільця подамо у вигляді

$$m e^2 (1 + \delta^2) \ddot{\beta} + c_0 \varepsilon = 0. \quad (20)$$

Записане диференціальне рівняння є лінійним рівнянням коливання самозатяжного кільця відносно свого положення рівноваги, яке визначається кутом  $\beta_0$ . Відповідно [5], частота вільних коливань кільця  $k = \sqrt{\frac{c_0}{m e^2 (1 + \delta^2)}}$  або з врахуванням виразу (18)

$$k = \sqrt{\frac{2F_*\gamma + 3c\gamma^2 e \beta_0^2}{m e (1 + \delta^2)}}. \quad (21)$$

Отримана формула (20) дозволяє проаналізувати вплив параметрів пасової передачі на частоту вільних коливань самозатяжного кільця. Як і треба було очікувати, збільшення маси  $m$  кільця приводить до зменшення частоти коливань, а збільшення жорсткості  $c$  приводного паса (зменшення його довжини) забезпечує ріст частоти вільних коливань кільця. Для того, щоб відслідкувати вплив інших факторів на зміну частоти вільних коливань самозатяжного кільця, звернемося до графіків,

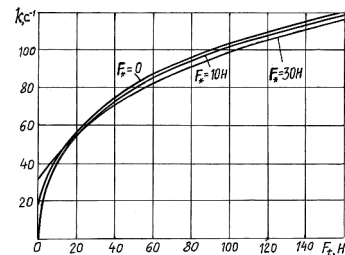


Рис. 5. Зміна частот вільних коливань самозатяжного кільця

зображених на рис. 5. Такі графіки побудовані для клинопасової передачі, що має такі параметри (див. рис. 1): передача оснащена приводним клиновим пасом з перерізом типу А, що має площу поперечного перерізу  $A = 81 \text{ мм}^2$ , довжину  $l = 1600 \text{ мм}$ , і жорсткість  $c = 50 \text{ Н/мм}$ ; діаметри ролика, кільця і шківів:  $d_0 = 90 \text{ мм}$ ;  $d = 150 \text{ мм}$ ;  $d_2 = 135 \text{ мм}$ ; міжосьова відстань передачі  $a = 600 \text{ мм}$ ; маса кільця  $m = 1,2 \text{ кг}$ , а його ексцентриситет відносно ролика  $e = 30 \text{ мм}$ ; розрахункові безрозмірні коефіцієнти  $\delta = 0,9$ ;  $\gamma = 1,05$ . Для побудови графіків, зображених на рис. 5, використані вирази (19) і (21). При цьому прийняті до уваги значення сили попереднього сталого пружного натягу приводного паса:  $F_* = 0$ ,  $F_* = 10 \text{ Н}$  і  $F_* = 30 \text{ Н}$ .

**Висновок.** На підставі аналізу залежності частоти  $k$  вільних коливань самозатяжного кільця від корисного навантаження  $F_t$  приводного паса за рис. 5 можна констатувати наступне:

- зі збільшенням корисного навантаження  $F_t$  зростає також і частота  $k$  вільних коливань кільця, причому темп росту  $k$  є меншим в діапазоні робочих навантажень передачі;
- вплив на частоту вільних коливань кільця сили  $F_*$  попереднього сталого пружного натягу приводного паса є несуттєвий в діапазоні робочих навантажень пасової передачі (збільшення  $F_*$  понад 20 % від  $F_{t\text{max}}$  не має сенсу, оскільки тоді втрачається ефект від застосування автоматично регульованої пасової передачі);
- значний вплив на частоту  $k$  вільних коливань кільця має  $F_*$  при малих значеннях навантаження  $F_t$ , тобто під час холостого режиму роботи пасової передачі, що дозволяє ефективно уникати коливань незначною зміною  $F_*$ .

Зауважимо, що основними частотами збурення коливань у пасовій передачі можуть бути частоти обертання ролика, самозатяжного кільця і веденого шківів. Для запобігання виникнення небажаних коливань кільця потрібно під час проектування автоматично регульованої пасової передачі надавати їй таких розмірів і параметрів, щоб частота вільних коливань самозатяжного кільця не наближалась до частоти збурювальних факторів на основних режимах роботи пасової передачі.

**Список літератури:** 1. Василенко Н. В. Теория колебаний. – К.: Вища шк., 1992. – 430 с. 2. Декларційний патент на корисну модель UA 10157. Шків автоматично регульованої пасової передачі / Павлице В. Т., Предко Р. Я. Бюл. № 11, 2005. 3. Кіндрацький Б. І., Павлице В. Т., Предко Р. Я. Розрахункові параметри автоматично регульованої пасової передачі з самозатяжним кільцем // Вісник Східноукраїнського національного університету імені В. Даля. – 2007. – № 9. – С.73-78. 4. Павлице В. Т., Предко Р. Я. Про пружні властивості приводних клинових пасів пасової передачі. // Вісник Нац. ун-ту „Львівська політехніка”. – 2004. – № 509. – С.96-99. 5. Пановко Я. Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971. – 240 с.