

**В.М. ШАТОХИН**, д-р. техн. наук, проф. каф. теор. механики,  
**Н.С. ЯРМАК**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр. каф. КГМ, НТУ „ХПИ“

### ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ДВИЖЕНИЙ ДЕТАЛЕЙ В ВИБРАЦИОННЫХ МОНТАЖНЫХ УСТРОЙСТВАХ ДЛЯ СБОРОЧНЫХ РОБОТОВ

Описано конструктивні особливості одного класу вібраційних монтажних пристроїв для складальних роботів, запропонована математична модель для дослідження рухів деталей. Приведено результати розрахунків, що підтверджують її ефективність.

The constructive peculiar properties of one class of vibratory assembly devices for selecting robots are described, mathematical model for the details moving research is offered. The results of calculation, which confirm its efficiency are produced.

**Введение.** Актуальной в самых разных отраслях промышленности является проблема автоматизация сборки с применением роботов (манипуляторов) для увеличения производительности труда, высвобождения рабочих рук, повышения качества работ, а также при выполнении опасных для здоровья, физически тяжелых и монотонных работ. Одним из перспективных направлений при решении этой задачи является применение так называемых неуправляемых, в частности, вибрационных монтажных устройств. Использование их позволяет отказаться при сборке даже неосесимметричных деталей без фасок от дорогостоящих датчиков и сервоприводов, не предъявляет высоких требований к жесткости всей конструкции робота. Сборка осуществляется следующим образом. Схват робота “грубо” подводит монтируемую деталь, которая установлена в грейфере вибрационного монтажного устройства, к месту соединения с другой деталью (например, плунжер к гильзе плунжера). Включается монтажное устройство, деталь с грейфером начинают совершать определенные пространственные колебания, при этом происходит сопряжение деталей, даже несмотря на то, что первоначально положение монтируемой детали было неточным. Пространственные колебания грейферу и детали сообщаются электромотором с дебалансом, установленным на монтажном устройстве.

Анализ конструктивных особенностей вибрационных монтажных устройств дан в [1-3]. Там же изложены простейшие приемы выбора параметров механизмов. Моделированию динамических процессов в некоторых устройствах с дебалансными, электромагнитными и механическими виброприводами посвящены статьи [4-7].

Созданные образцы сборочных устройств подтвердили их высокую эффективность. Однако недостаточная разработка математических моделей указанных устройств, методов их исследования, оптимального выбора парамет-

ров и режимов работы затрудняет пути совершенствования существующих конструкций и рациональной компоновки аналогичных механизмов.

Целью работы является построение математических моделей одного класса вибрационных монтажных устройств для исследования движений деталей.

#### 1. Математическая модель вибрационного монтажного механизма.

На рис. 1 показана схема вибрационного монтажного механизма для сборочного устройства. Конструктивно механизм состоит из нескольких жестких тел, соединенных между собой упругими элементами: 1 – основание для крепления механизма к “руке” манипулятора; 2 – кольцо; 3 – наклонные стержни; 4 – грейфер; 5 – монтируемая деталь; 6 – пластинчатые пружины; 7 – тахометр; 8 – электромотор; 9 – дебаланс; 10 – пластина упругой опоры возбuditеля, которая изогнута под углом  $45^\circ$  и крепится к кольцу так, чтобы ось электромотора образовывала углы в  $45^\circ$  с направлениями, параллельными осям плоских пружин.

Для записи дифференциальных уравнений движения использована процедура составления уравнений Лагранжа 2-го рода.

**Обобщенные координаты.** Неподвижную систему координат свяжем со схватом манипулятора, ее начало поместим в плоскости крепления грейфера к плоским пружинам (предполагаем, что они статически деформированы). Оси  $Ox$  и  $Oy$  направляем вдоль указанных пружин, а ось  $Oz$  – вертикально вверх (рис. 2, а). Положение кольца в неподвижной системе координат  $Oxyz$  с точностью до бесконечно малых высшего порядка определяется тремя обобщенными координатами:  $x$ ,  $y$ ,  $\varphi$ . Координаты  $x$  и  $y$  определяют положение центра масс кольца. Координата  $\varphi$  определяет поворот подвижной, жестко связанной с кольцом системы координат  $O_1x_1y_1z_1$  по отношению к неподвижной.

В исходном состоянии соответственные оси подвижной и неподвижной систем координат совпадают. Можно показать, что положение грейфера по отношению к кольцу с точностью до бесконечно малых высших порядков также определяется тремя обобщенными координатами (рис. 2, в): координаты  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$  характеризуют вращение грейфера вокруг осей  $Ox_1$  и  $Oy_1$ ; координата  $z_1 = z$  – вертикальное смещение точки подвеса. Эксперименты показали, что на эксплуатационных режимах работы механизма положение возбuditеля по отношению к кольцу вполне определяется угловой координатой  $\gamma$  (рис. 2, г), а упругая связь может быть смоделирована шарниром  $O_2$  со спиральной пружиной, коэффициент жесткости которой легко определяется экспериментально.

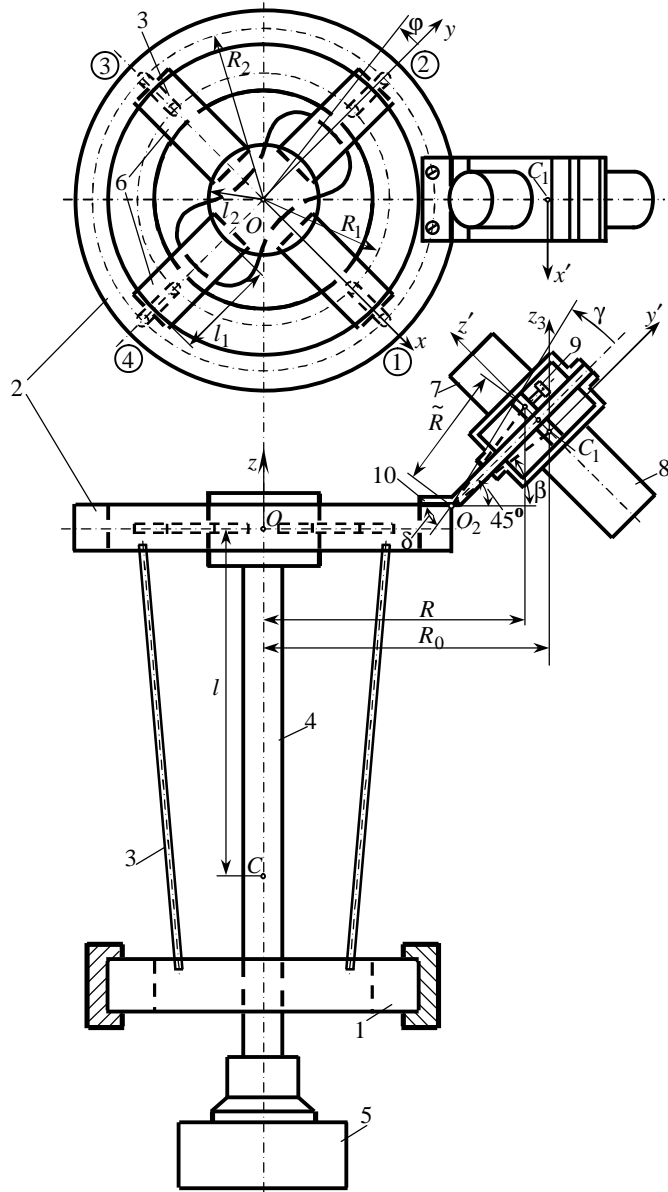


Рис. 1. Схема вибрационного монтажного механизма

Таким образом движение механизма определяют семь обобщенных координат:  $x, y, \varphi, \vartheta_{x_1}, \vartheta_{y_1}, z_1, \gamma$ .

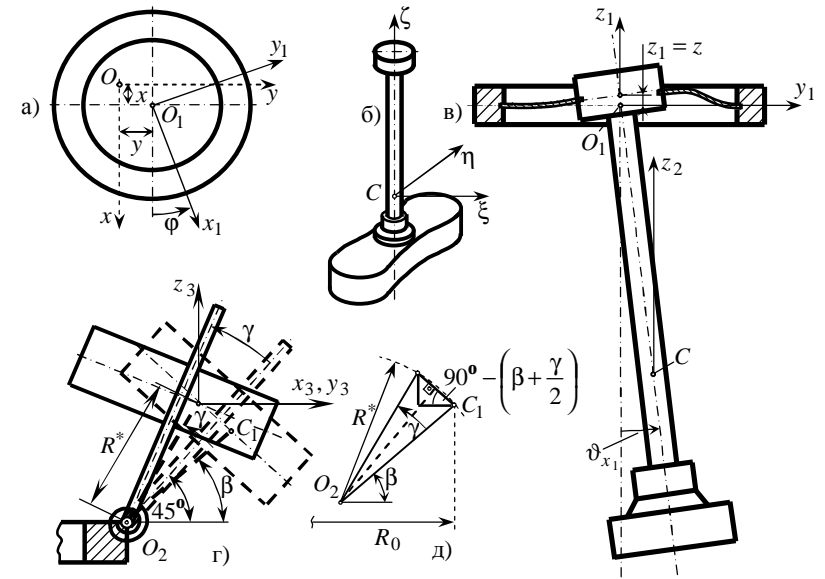


Рис. 2. Обобщенные координаты; главные центральные оси инерции грейфера

Суммарная **кинетическая энергия** системы (кольцо, грейфер с монтируемой деталью, возбудитель) при малых колебаниях

$$\begin{aligned}
 T = & m_1 \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} + \frac{J_{z_1} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2}{2} \left[ (\dot{x} - l\dot{\vartheta}_{y_1})^2 + (\dot{y} + l\dot{\vartheta}_{x_1})^2 + \dot{\varphi}^2 \right] + \\
 & + \frac{J_{\xi} \dot{\vartheta}_{x_1}^2}{2} + \frac{J_{\eta} \dot{\vartheta}_{y_1}^2}{2} + \frac{J_{\zeta} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_3}{2} \left[ (\dot{x} - R_0 \dot{\varphi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\varphi} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 + \right. \\
 & \left. + (\dot{y} + R_0 \dot{\varphi} \cos 45^\circ - R^* \dot{\varphi} \sin \beta \cos 45^\circ)^2 + R^{*2} \dot{\varphi}^2 \cos^2 \beta \right] + \frac{J_{x'} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{J_{z_3} \dot{\varphi}^2}{2}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $m_1$  – масса кольца;  $J_{z_1}$  – момент инерции кольца относительно вертикальной оси;  $m_2$  – масса грейфера и детали;  $l$  – расстояние от точки подвеса до центра масс грейфера (см. рис. 1);  $J_{\xi}, J_{\eta}, J_{\zeta}$  – моменты инерции грейфера и детали относительно главных центральных осей инерции  $C\xi, C\eta, C\zeta$

(рис. 2, б);  $m_3$  – масса возбудителя;  $R_0$  – расстояние от центра масс возбудителя до оси механизма;  $R^*$  – расстояние от центра масс возбудителя до оси шарнира;  $\beta$  – угол между направлением  $O_2C_1$  и горизонталью (см. рис. 2, г, д);  $J_{x'}$ ,  $J_{z_3}$  – моменты инерции возбудителя соответственно относительно осей  $C_1x'$  и  $C_1z_3$  (см. рис. 1).

Если считать возбудитель симметричным относительно плоскости  $x'C_1z'$  (в этом случае  $J_{y'z'} = 0$ ), то имеет место формула

$$J_{z_3} = J_{y'} \cos^2 45^\circ + J_{z'} \cos^2 45^\circ, \quad (2)$$

где  $J_{y'}$ ,  $J_{z'}$  – моменты инерции возбудителя соответственно относительно осей  $C_1y'$  и  $C_1z'$  (см. рис. 1).

**Обобщенные восстанавливающие силы.** Обобщенные силы, соответствующие координатам  $x$  и  $y$ ,

$$Q_x = -4cx, \quad (3) \quad Q_y = -4cy, \quad (4)$$

где  $c = \frac{12EI_{zz}}{l_c^3}$  – коэффициент жесткости стержня;  $E$  – модуль упругости стали;

$I_{zz} = \frac{\pi d^4}{64}$  – осевой момент поперечного (круглого) сечения стержня;  $l_c$  – длина стержня;  $d_c$  – диаметр стержня.

Обобщенная сила, соответствующая координате  $\varphi$  (угол  $\varphi$  полагаем малым)

$$Q_\varphi = -4cR_2^2\varphi, \quad (5)$$

где  $R_2$  – радиус большей окружности, на которой закреплены концы стержней ( $R_1$  – радиус меньшей окружности).

Для вычисления обобщенных сил, соответствующих координатам  $\vartheta_{x_1}$ ,  $\vartheta_{y_1}$ , найден момент и поперечная сила от изгиба плоской пружины (рис. 3, а). Использовалось дифференциальное уравнение упругой линии и краевые условия, которые для правой пружины имеют вид (здесь оси  $x$  и  $y$  – вспомогательные)

$$V_y(0) = 0, \quad V_y'(0) = 0, \quad V_y(l_1) = f, \quad V_y'(l_1) = -\vartheta_{x_1},$$

где  $V_y(x)$ ,  $V_y'(x)$  – перемещение и производная от перемещения;  $l_1$  – длина свободной части плоской пружины;  $f = l_2\vartheta_{x_1}$  (для малых углов);  $l_2$  – радиус верхней части грейфера.

Выражение обобщенной силы для малых углов запишется так

$$Q_{\vartheta_{x_1}} = -\tilde{c}\vartheta_{x_1}, \quad (6)$$

где  $\tilde{c} = 2al_2 + 2d + 2d_1 + m_2gl$ ;  $g$  – ускорение силы тяжести; где

$$a = EI_{zz}^* \frac{12 \left( \frac{l_1}{2} + l_2 \right)}{l_1^3}; \quad d = EI_{zz}^* \frac{4l_1 + 6l_2}{l_1^2}; \quad I_{zz}^* = \frac{bh^3}{12}$$

– осевой момент инерции прямоугольного сечения плоской пружины;  $b$  – ширина пружины;  $h$  – толщина пружины, где  $d_1 = \frac{GJ_t}{l_1}$ ;  $J_t = \alpha h^3b$  – момент сопротивления кручению для прямоугольного сечения (рис. 3, б);  $\alpha$  – табличный коэффициент, зависящий от соотношения  $h$  и  $b$ .

– осевой момент инерции

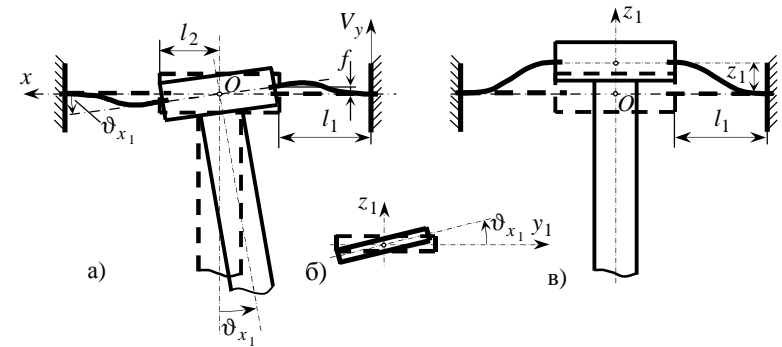


Рис. 3. Схемы для нахождения обобщенных сил  $Q_{\vartheta_{x_1}}$ ,  $Q_{\vartheta_{y_1}}$ ,  $Q_{z_1}$

Очевидно, что выражение, аналогичное (6), справедливо и для обобщенной силы, соответствующей координате  $\vartheta_{y_1}$

$$Q_{\vartheta_{y_1}} = -\tilde{c}\vartheta_{y_1}. \quad (7)$$

На рис. 3, в показан характер деформирования плоских пружин при изменении координаты  $z_1$ . Тогда обобщенная сила

$$Q_{z_1} = -4c_1z_1, \quad (8)$$

$$\text{где } c_1 = \frac{12EI_{zz}^*}{l_1^3}.$$

Для определения обобщенной силы  $Q_y$  проведены эксперименты по статическому деформированию упругой опоры возбудителя. Выражение для обобщенной силы принято в виде

$$Q_\gamma = -c_2 \gamma, \quad (9)$$

где  $c_2$  – экспериментальное значение коэффициента жесткости.

**Возмущающие силы.** Для удобства рассуждений на рис. 4 показаны необходимые части механизма, координатные оси, обозначения.

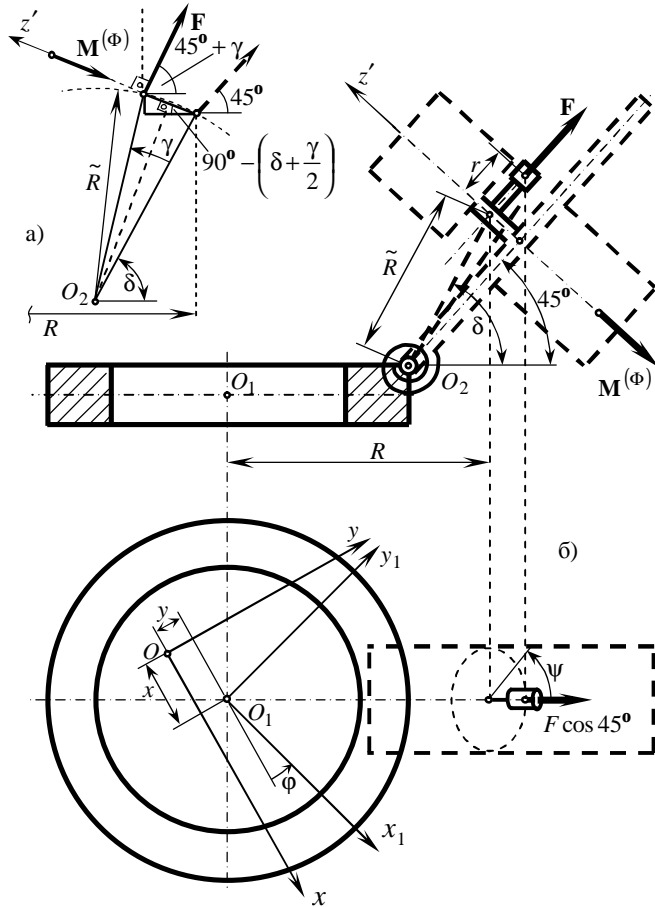


Рис. 4. Схема для нахождения возмущающих воздействий: а) –  $\gamma > 0$ ; б) –  $\gamma = 0$

При малых колебаниях момент центробежной силы инерции дебаланса  $\mathbf{F}$  относительно оси  $O_1 z_1$  и реактивный момент возбудителя в сумме дают

$$M_{O_1 z_1} = m \omega^2 r R \sin \psi - I_z^{(r)} \omega \cos 45^\circ, \quad (10)$$

где  $F = m \omega^2 r$  – модуль центробежной силы инерции дебаланса;  $m$  – масса дебаланса;  $r$  – расстояние от центра масс дебаланса до оси электродвигателя;  $\omega$  – угловая скорость ротора электромотора;  $R$  – расстояние от оси механизма до точки пересечения плоскости движения дебаланса с осью электромотора;  $M^{(\Phi)} = I_z^{(r)} \omega$  – модуль “реактивного” момента роторов электромотора и тахометра при пуске ( $M_z^{(\Phi)} = -I_z^{(r)} \omega$  – проекция момента на ось  $z'$ );  $I_z^{(r)}$  – суммарный момент инерции роторов электромотора и тахометра относительно оси  $z'$ ;  $\psi$  – угол поворота ротора электромотора.

Проекции силы  $\mathbf{F}$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  при малых колебаниях

$$F_x = \frac{\sqrt{3}}{2} m \omega^2 r \cos(\psi + \xi), \quad F_y = \frac{\sqrt{3}}{2} m \omega^2 r \cos(\psi - \xi), \quad (11)$$

где  $\cos \xi = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\sin \xi = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .

Момент силы  $\mathbf{F}$  относительно оси  $O_2 z_4$  шарнира  $O_2$

$$M_{O_2 z_4} = -m \omega^2 r \cos \psi \tilde{R} \sin(\delta - 45^\circ), \quad (12)$$

где  $\tilde{R}$  – расстояние от оси шарнира  $O_2$  до точки пересечения оси электромотора и плоскости движения дебаланса.

Ось  $O_2 z_4$  – перпендикулярна плоскости рис. 4, б и, следовательно, параллельна оси  $C_1 x'$  на рис. 1. На указанных рисунках она не изображена.

**Обобщенные силы сопротивления** принимались пропорциональными соответствующим обобщенным скоростям  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}, \dot{\vartheta}_{x_1}, \dot{\vartheta}_{y_1}, \dot{z}_1, \dot{\gamma}$ , т.е. в виде  $Q_x^* = -\beta_x \dot{x}$ ,  $Q_y^* = -\beta_y \dot{y}$ ,  $Q_\phi^* = -\beta_\phi \dot{\phi}$ ,  $Q_{\vartheta_{x_1}}^* = -\beta_{\vartheta_{x_1}} \dot{\vartheta}_{x_1}$ ,  $Q_{\vartheta_{y_1}}^* = -\beta_{\vartheta_{y_1}} \dot{\vartheta}_{y_1}$ ,  $Q_{z_1}^* = -\beta_{z_1} \dot{z}_1$ ,  $Q_\gamma^* = -\beta_\gamma \dot{\gamma}$ .

**Дифференциальные уравнения движения механизма.** После выполнения стандартных операций по составлению дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода с учетом приведенных выше выражений, уравнения движения механизма записываются в виде

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \mathbf{q} = \mathbf{P}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{q} = [x, y, \phi, \vartheta_{x_1}, \vartheta_{y_1}, z_1, \gamma]^T$  – вектор обобщенных координат;  $\mathbf{M}$  – матрица инерции;  $\mathbf{V} = \text{diag} \{ \beta_x, \beta_y, \beta_\phi, \beta_{\vartheta_{x_1}}, \beta_{\vartheta_{y_1}}, \beta_{z_1}, \beta_\gamma \}$  – диагональная матрица

демпфирования;  $C = \text{diag}\{4c, 4c, 4cR_2^2, \tilde{c}, \tilde{c}, 4c_1, c_2\}$  – диагональная матрица жесткости;  $P$  – вектор возмущения ( $t$  – знак транспонирования).

Формулы (10)–(12) позволяют представить вектор возмущения в виде

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} m \Phi^2 r \cos(\psi + \xi), \frac{\sqrt{3}}{2} m \Phi^2 r \cos(\psi - \xi), m \Phi^2 r R \sin \psi - I_z^{(r)} \Phi \cos 45^\circ, \\ 0, 0, 0, -m \Phi^2 r \cos \psi \tilde{R} \sin(\delta - 45^\circ) \end{bmatrix}^T. \quad (14)$$

### 3. Расчетно-экспериментальные исследования динамических процессов в вибрационном механизме.

Характер изменения обобщенных координат  $x, y, \varphi, \vartheta_{x_1}$  при пуске устройства иллюстрируют рис. 5, 6.

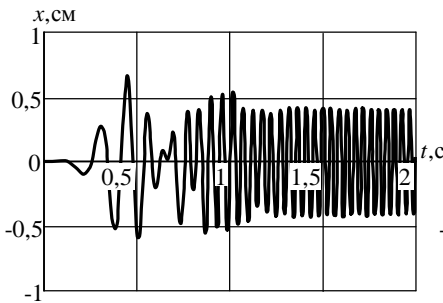


Рис. 5. Закон изменения координаты  $x$

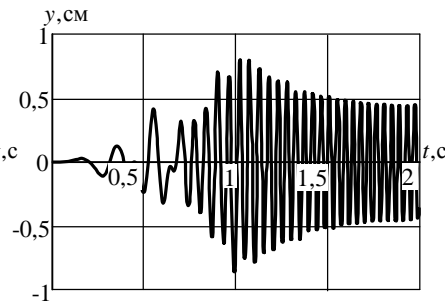


Рис. 6. Закон изменения координаты  $y$

Установившийся режим соответствует  $\omega_0 = 152,05 \text{ рад/с}$  ( $n_0 = 1452 \text{ мин}^{-1}$ ). В этом случае реализуются резонансные колебания вблизи 6-ой собственной частоты механизма ( $\nu_6 = 24,2 \text{ Гц}$ ), когда значительно меняются координаты

$\vartheta_{x_1}, \vartheta_{y_1}$  и достаточно существенно изменения координат  $x, y, \varphi$  [2]. Такой режим способствует быстрому сопряжению деталей, что подтверждается опытным путем.

Пространственные движения некоторых характерных точек основания монтируемой детали, представлено

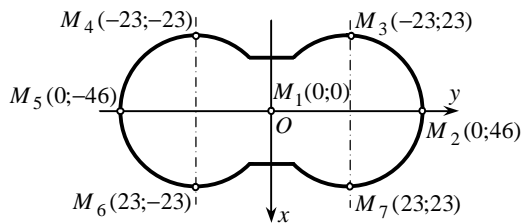


Рис. 7. Расположение характерных точек основания монтируемой детали

ного на рис. 7 (координаты даны в миллиметрах), показаны на рис. 8, 9.

**Выводы.** 1. Построена полная математическая модель вибрационного монтажного устройства для сборочного робота, позволяющая исследовать процесс пуска механизма, установившиеся режимы, пространственные движения любых точек монтируемой детали. 2. Приведены результаты расчетных исследований динамических процессов при монтаже конкретной детали. 3. Изложенный подход перспективен при создании и совершенствовании аналогичных конструкций.

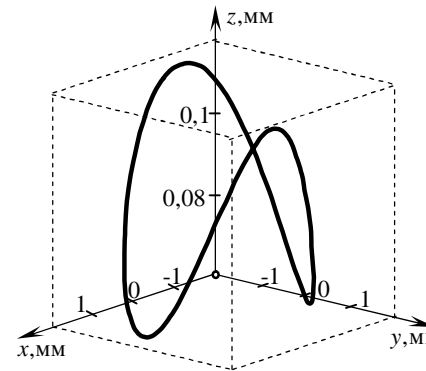


Рис. 8. Траектория движения точки  $M_1$

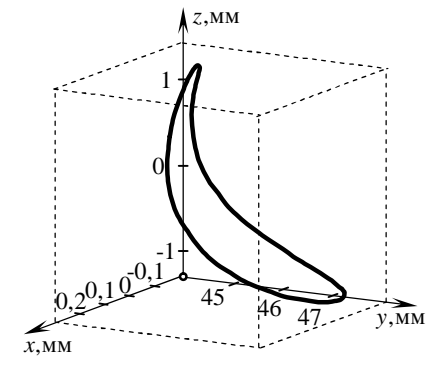


Рисунок 9 – Траектория движения точки  $M_2$

**Список литературы:** 1. *Jcobi P.* Fügemechanismen für die automatisierte Montage mit Industrierobotern.– Karl-Marx-Stadt, Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule, 1982.– S. 96. 2. *Шатохин В. М., Якоби П.* Синтез параметров вибрационного монтажного устройства для сборочного робота // Теория механизмов и машин.– Харьков: Вища школа.– 1985.– Вып. 38.– С. 3-13. 3. *Вибрации в технике:* Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Э.Э. Лавендела.– М: Машиностроение, 1981.– т. 4: Вибрационные процессы и машины.– 510 с. 4. *Шатохин В.М.* Синтез параметров вибрационного монтажного устройства при вынужденных нелинейных колебаниях // Вісник Інженерної академії України. Спеціальний випуск.– Київ: Інженерна академія України.– 2000.– С. 407-410. 5. *Лобзонов Б.А., Судник Ф.А.* К расчету режимов колебаний при вибрационной сборке.– В кн.: Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. Рига: Зинатне, 1989, вып. 6.– С. 33-42. 6. *Савиценко В.М., Беспалов В.Г.* Ориентация деталей исканием при автоматической сборке // Вестник машиностроения, 1995, № 5.– С. 48-50. 7. *Зайцев А.И., Шатохин В.М.* Синтез параметров вибрационных монтажных устройств по собственным формам колебаний // Вібрації в техніці та технологіяx.– 2007.– № 2 (47).– С. 21-25.

Поступила в редколлегию 01.9.08