В этих уравнениях $\phi_2 = a/r_2$, где r_2 – радиус центроиды (начальной окружности) второго колеса.

Дополнительно, для удобства применения метода профильных нормалей в системах координат на рис. 1, сместим кривую (4) на величину $-0,25\pi m$ вдоль оси $O_1 y_1$. Тогда ось $O_1 x_1$ будет проходить не через полюс, а через ось симметрии зуба.

В качестве примера построим боковые профили зубьев с односторонним (выпукло-вогнутым) и двусторонним (двояко выпукло-вогнутым) эволютным зацеплением по имеющемуся профилю инструментальной рейки.

Профиль рейки с односторонним зацеплением описывается уравнением [2]:

$$y_1 = 0,15383x_1 + 0,0431889x_1^2 + 0,0180714x_1^3 - 0,25\pi m.$$
(10)

Согласно зависимости (7), для нахождения тангенса угла между касательной к профилю и осью *х* продифференцируем уравнение, описывающее зубчатую рейку, и, подставив в (8), найдем величину ее перемещения относительно неподвижной системы координат. Далее вычисляем значения угла поворота нарезаемого колеса φ_2 и определяем координаты точек профиля зуба в системе координат (x_2 , y_2) по зависимостям (9).

На рис. 2 приведен полученный профиль боковой поверхности зуба модулем m = 1мм при радиусе начальной окружности $r_2 = 100$ мм.

Профиль рейки с двусторонним зацеплением описывается уравнением

$$y_1 = 0.178105x_1 + 0.195597x_1^3 - 0.25\pi m.$$
(11)

Алгоритм построения профиля боковой поверхности зуба шестерни по имеющемуся профилю зубчатой рейки аналогичен описанному выше.



На рис. 3 приведен профиль боковой поверхности зуба модулем m = 1мм при радиусе начальной окружности $r_2 = 100$ мм.

УДК 539.3

Н.А. ТКАЧУК, докт. техн. наук, зав.каф. ТММиСАПР, *А.Н. ТКАЧУК*, асп. каф. ДПМ НТУ «ХПИ», *В.А. ЗАБОЛОТСКИХ*, рук. направления ООО "Ю БИ СИ МЕБЕЛЬ",

А.А. КАПУСТИН

МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ И МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ДЕТАЛЕЙ ЛИТЬЕМ

У статті наведені підходи для розв'язання задачі моделювання фізико-механічних процесів при виготовленні деталей литтям. Описана математична модель досліджуваного процесу. Наведені числові та експериментальні результати дослідження напружено-деформованого стану прес-форм.

In the paper the approaches are presented for task's solution of modeling of physical and mechanical processes at manufacturing of details by casting. The mathematical model of the researching process is described. The numerical and experimental results of research of stressed and deformed state of press-forms are resulted.

Введение. В статьях [1-6] сформулирована актуальная и важная задача разработки методов, моделей и алгоритмов для исследования физикомеханических процессов при изготовлении деталей литьем. Эти процессы характеризуются следующими особенностями: сложной формой изготавливаемых деталей, а, следовательно, сложной формой полуматриц, в которых происходит формообразование деталей; сложной структурой технологической оснастки (пресс-формы (ПФ), литьевые формы), которые содержат, кроме собственно формующих полуматриц, также и подкладные плиты, направляющие элементы, элементы охлаждения, газоудаления и т.д., которые находятся в условиях контактного термоупругого взаимодействия; сложным характером нагружения, граничных условий и условий сопряжения: давление подпрессовки, усилие запирания, сопряжение с элементами литьевой машины и т.д.; сложным процессом теплового и контактного взаимодействия расплава с полуматрицами, моделирование которого сопряжено с решением задачи о фазовых переходах, конвективной и контактной теплопередаче.

В работе [3] описана достаточно полная постановка задачи, сведение ее к вариационной, а также предложены общие пути решения. В силу того, что для различных случаев литья степень важности того или иного из перечисленных факторов различна, можно выделить отдельные частные подмодели, описывающие исследуемый физико-механический процесс с учетом его специфики. Решение таких частных задач весьма продуктивно с точки зрения качественного анализа результатов, поскольку количество значимых факторов в этом случае ограничено, а существующие объективно и выявляемые аналитически или численно взаимосвязи не затеняются множеством других. С другой стороны, существенно упрощается экспериментальная проверка адекватности, достоверности и точности используемых моделей, алгоритмов и результатов численного решения данных задач. В то же время при этом не происходит выхолащивания самой сути задач моделирования, которые представляют собой, по сути, те же связанные нелинейные задачи. Например, при исследовании пресс-форм для оснащения термопластавтоматов из всего множества перечисленных факторов наиболее существенными являются: нелинейный характер контактного термоупругого взаимодействия полуматриц и других элементов пресс-форм, подвергающихся действию усилий замыкания ПФ, внутреннего давления расплава в формующей полости и усилий обжатия полуматриц. В данном случае в силу особенностей термопластических материалов (как правило, аморфное тело без резких фазовых переходов, обладающее невысокой температурой нагрева для формозаполнения в вязкотекучем состоянии) в первом приближении можно рассмотреть тестовую модель, учитывающую только механическое воздействие усилий запирания ПФ, силовое воздействие элементов крепления и равномерное давление в формующей полости при постоянной температуре. Пренебрегая инерционными эффектами, приходим к частному случаю контактной задачи эластостатики при совместном воздействии нескольких силовых факторов. В данной работе предложена конечно-элементная модель (КЭМ) для исследования напряженнодеформированного состояния (НДС) элементов пресс-форм с учетом контактного взаимодействия, а также проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований.

Метод решения задачи. Рассматривается напряженно-деформирован-ное состояние элементов типовой переналаживаемой пресс-формы. Расчетные схемы элементов пресс-форм строятся на основе анализа их взаимодействия (рис. 1). Варианты трех схем закрепления полуматрицы 1 на плите 3 со вставкой 4 показаны на рис. 2: вариант 1 соответствует свободному опиранию полуматрицы 1, зафиксированной обоймой 2, на подкладной плите 3; вариант 2 соответствует закреплению полуматрицы при помощи наклонных винтов, расположенных в обойме 2 (по два с каждой стороны) и создающих усилия прижима полуматрицы к плите и усилия ее обжатия T; вариант 3 соответствует закреплению полуматрицы при помощи обоймы 2, выполненной в виде прижимных планок.

На полуматрицу со стороны подкладной плиты действует контактное давление, внутренняя ее часть находится под действием давления p рабочего тела. По плоскости $z = \gamma_1$

\mathbf{P}_{3}
9 2 3
5
8
2
<u> </u>

Рис. 1. Схема взаимодействия элементов прессформы:

- подвижная плита литьевой машины;
 е неподвижная плита литьевой машины;
 подкладная плита;
- 4 плита; 5, 6 обойма; 7, 8 – полуматрицы;
- 9 опоры; 10 промежуточные опоры; *P*₃ – усилие запирания ПФ;
 p – давление расплава в
- формующей полости



β

 $\dot{\alpha}_1$

B

(рис. 3) исследуемая подуматрица взаимодействует с полуматрицей 8, размещенной на неподвижной жесткой плите. Граничные условия на плоскости сопряжения полуматриц имеют вид:

$$u_z^1 + u_z^2 \le 0$$
, (1)

где u_z^i – перемещения точек полуматриц (1-й и 2-й) в направлении оси z. Данное выражение определяет условие непроникновения полуматриц друг в друга. Такие же условия можно сформулировать для всех пар сопряженных тел. Множество этих ограничений задает область K в пространстве функций u.

Рассматривая частный случай общей постановки [3], на основе теории вариационных неравенств, получаем компоненты НДС элементов пресс-форм при отыскании минимума функционала:

$u = \arg\min\left(\frac{1}{2}a(u,u) - b(u)\right);$	(2)
$a(u,u) = \int_{\Omega} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(u) d\Omega; \ b(u) = \int_{\Omega} f u d\Omega$	S. (3)

Здесь $\Omega = \bigcup_{n} \Omega_{n}$ – область пространства, зани-

маемая исследуемыми телами, а $S = \bigcup_{n}^{n} S_{n} - obb-$

единенная поверхность этих областей.

Таким образом, для определения НДС элементов пресс-формы необходимо решить пространственную контактную задачу теории упругости. Для ее решения была использована методика, изложенная в работах [7-18] с использованием теории вариационных неравенств. Для дискретизации задачи использован метод конечных элементов с привлечением методов штрафа, множителей Лагранжа, модифицированного метода множителей Лагранжа для поиска решения на множестве *K*, задаваемом системой ограничений типа (1) [19, 20]. Пред-





ложенный алгоритм реализован в виде комплекса программных модулей и использован при решении ряда задач об определении напряженнодеформированного состояния элементов ПФ [1]. Разработаны параметризованные КЭМ пресс-форм, а также специализированные программные модули, позволяющие управлять этими параметрами извне универсальных систем (например, ANSYS).

Анализ расчетных схем позволяет выделить следующие основные параметры, определяющие прочностные и жесткостные характеристики полуматриц пресс-форм: схема закрепления полуматрицы на подкладной плите; величина обжимающих усилий (схема 2 закрепления полуматрицы), величина усилия закрытия пресс-формы P_3 , давление вспрыска p, наличие, форма, длина и схема расположения промежуточных опор, а в качестве основных задач исследований – определение их влияния на НДС полуматриц и других элементов ПФ.

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния элементов пресс-форм. Предложенные методы и алгоритмы для исследования НДС элементов пресс-форм реализованы в виде программно-



Параметрические конечно-элементные модели Рис.4. Этапы моделирования исследования элементов ПФ

модельного комплекса (ПМК), состоящего из специализированных модулей, управляющих параметрами конечноэлементной модели, созданной в среде AN-SYS (см. выше). Общий вид параметрических геометрических и конечно-элементных

моделей ПФ представлен на рис.4.

Данный комплекс является достаточно полноценной комплексной системой

моделирования физико-механических процессов в пресс-формах. Для него *характерны*: реализация строгой математической постановки задачи на основе теории вариационных неравенств; соединение преимуществ специализированной и универсальных CAD/CAM/CAE-систем; использование параметрического подхода как основы для описания геометрии, свойств материалов элементов ПФ, силовых факторов и параметров численных моделей; расчетно-экспериментальное обоснование используемых количественных и качественных параметров численных моделей элементов ПФ [1]; полнофункциональность как с точки зрения полноты охвата конструктивных элементов, так и условий их контактного взаимодействия; комплексность подхода, который позволяет исследовать и силовое воздействие от литьевой машины, и давление рабочего материала в формующих полостях, учитывать тепловое воздействие данного материала и системы охлаждения, а также другие факторы.

Разработанный ПМК является основой для создания комплексной системы автоматизированного проектирования, исследования и технологической подготовки производства, отличительными характеристиками которой являются: широкие возможности моделирования связанных физико-механических процессов и состояний; встроенная база данных и знаний; учет специфики конструкций, сортамента и свойств используемых материалов; учет технологического оборудования и оснастки предприятий отечественного машиностроения. В табл. 1 представлены иллюстрации отдельных этапов моделирования и исследования прессформ с использованием созданного ПМК.

Таблица 1









Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов пресс-форм методом электротензометрии и непосредственных измерений. Целью данных исследований является определения адекватности, точности и сходимости разработанных методов, алгоритмов и моделей для определения НДС элементов пресс-форм с учетом контактного взаимодействия. Проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований [1, 21]. При разработке конструкций ПФ, в т.ч. переналаживаемых, необходимо знать прочностные и жесткостные характеристики наиболее ответственных деталей с целью обоснованного выбора их основных конструктивных параметров. Ранее численно получены значения напряжений и перемещений для наиболее нагруженных частей ПФ – подкладной плиты и полуматрицы, а также других элементов прессформ. Для экспериментального исследования НДС пресс-формы привлечен метод моделирования, что обусловлено следующими причинами: ПФ в натуральную величину имеет габариты 400х500х400 (мм), что не позволяет проводить испытания в лабораторных условиях; на имеющемся лабораторном оборудовании невозможно создать реальные усилия ее закрытия $P_2 = 10$ MH и давление внутри полости матрицы F_н = 100МПа; использование модели, выполненной из материала натуры, позволяет производить исследование в более широких диапазонах нагрузок различных конструктивных вариантов ПФ в различных режимах. Поэтому было принято решение изготовить модель пресс-формы в масштабе 1:2, нагружать ее усилием закрытия $P_3 = 1$ МН и

внутренним давлением $F_{\rm H} = 10$ МПа. Матрица модели в соответствии с натурной конструкцией выполнена составной из двух половин и по периметру плоскости разъема уплотняется резиновым кольцом. Давление в полости матрицы имитируется нагнетанием в нее масла от пневмогидропреобразователя.

Таким образом, при проведении экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния модели пресс-формы были соблюдены все необходимые условия масштабного физического моделирования, а также условия закрепления, нагружения и эксплуатации натурной конструкции крупногабаритной пресс-формы.

Моделируемую конструкцию в модели воспроизводят полностью или с изменениями, не влияющими на определяемые напряжения и перемещения. Модель по отношению к натуре выполняют с соблюдением масштабов геометрического и силового подобий [21, 22]: $\alpha = l_{\rm H}/l_{\rm M}$, $\beta = P_{\rm H}/P_{\rm M}$, где $l_{\rm H}, l_{\rm M}$ - расстояние между подобными точками детали и модели, $P_{\rm H}, P_{\rm M}$ - силы, приложенные в подобных местах детали и модели соответственно. Масштаб геометрического подобия модели α выбирают с учетом сложности конфигурации исследуемой детали и ее размеров, величины нагрузки модели, применяемого метода измерений и имеющихся в наличии приборов измерения, требуемой точности, а также размера имеющегося для изготовления модели материала, времени и средств для испытаний. Масштаб силового подобия β выбирают из условия создания в модели достаточных для измерения деформаций, которые должны находится в упругой области в пределах пропорциональности и не вызывать пластичности.

В упругих моделях масштабы α и β не сказываются прямым образом на погрешностях моделирования. Относительная погрешность определения напряжений и перемещений для натуры остается той же, что и погрешность, полученная при перемещениях на модели при применении тензометрии, и изменяется от 2% до 10% в наиболее неблагоприятном случае.

При моделировании составных деталей и узлов должны быть соблюдены условия подобия по упругости соединения, силам затяга и выбираемым зазорам. Существенное значение имеет воспроизведение на модели условий сопряжения составных частей конструкции, что требует применения соответствующих приемов экспериментирования и способов пересчета.

Устройства, передающие на модель нагрузку, должны обеспечивать отсутствие сил трения, которые могут приводить к изменению характера прилагаемых нагрузок и создавать дополнительные усилия. Условия моделирования должны быть выдержаны не только для тех частей, на которых проводятся измерения, но и для тех, которые влияют на распределение усилий и напряжений в исследуемых частях.

Условия подобия, по которым выполняют упругую модель и проводят переход от замеров на модели к искомым величинам для натуры, составляют из анализа размерностей или по общим функциональным зависимостям. Если масштабы α и β выбраны независимо друг от друга, то пересчет напряжений σ , линейных перемещений Δl , относительных деформаций ε и усилий *р* с модели на натуру производят по приведенным ниже формулам:

$$\sigma_{\rm H} = \frac{\beta}{\alpha^2} \sigma_{\rm M}; \ \Delta l = \frac{E_{\rm M}}{E_{\rm H}} \frac{\beta}{\alpha} \ \Delta l_{\rm M}; \ P_{\rm H} = \beta P_{\rm M}; \ \varepsilon_{\rm H} = \frac{E_{\rm M}}{E_{\rm H}} \frac{\beta}{\alpha^2} \varepsilon_{\rm M}. \tag{4}$$

Для данного случая моделирования пресс-формы из того же материала, что и натура, $E_{\mu}/E_{\mu}=1$, масштабные коэффициенты $\alpha=2$ и $\beta=10$. Тогда формулы пересчета (4) от модели к натуре принимают вид $\sigma_{\mu} = 2.5 \sigma_{\mu}; \Delta l = 5 \Delta l_{\mu}; P_{\mu} = 10 P_{\mu}; \varepsilon_{\mu} = 2.5 \varepsilon_{\mu}.$



Рис. 5. Модель пресс-формы (а), ее элементы (б) и полуматрицы (в)

Рис.6. Нагружение ПФ на столе пресса П-125

Для определения НДС подкладной плиты и полуматрицы была изготовлена модель пресс-формы в масштабе 1:2 (рис. 5, 6). На рис. 7 представлен общий вид установки и измерительная аппаратура, а также размещение модели ПФ на столе пресса П-125. Для определения деформаций подкладной плиты и полуматрицы на них были наклеены тензорезисторы типа КФ5Р5-5-100 с базой 5 мм (является составным, фиксирует деформацию во взаимоперпендикулярных направлениях и под углом 45° к осям). Тензорезисторы подключены к тензометрической системе СИ-ИТ-3. В результате последовательного опроса тензорезисторов система СИИТ-3 выдает на печатающее устройство информацию о деформациях во всех исследуемых точках. Схема наклейки тензорезисторов на нижнюю поверхность подкладной плиты приведена на рис. 8. Там же укрупненно показана схема составного тензорезистора КФ-5Р5.



Рис. 7. Общий вил установки и измерительная аппаратура (а), а также размещение модели прессформы на столе пресса П-125 (б)

Для раздельного замера перемещений поверхности подкладной плиты и днища полуматрицы были применены подпружиненные измерительные штифты, конструкция которых показана на рис. 9. В подкладной плите 1 выполнено сверление, куда вставлен измерительный штифт 2, прижимаемый пружиной 3 в верхнее положение. Индикатор 4 фиксирует перемещение нижней поверхности полуматрицы 5, а индикатор 6 фиксирует перемещение подкладной плиты. Разность перемещений, фиксируемых индикаторами 4 и 6, характеризует зазор между полуматрицей и подкладной плитой. На рис. 8 места установки измерительных штифтов обозначены Ш1-Ш3. Схема наклейки тензорезисторов ($N_5 - N_8$) на полуматрицу показана на рис. 10. Испытания проводились на гидравлическом прессе П-125 (см. рис.7).



Рис. 8. Схема наклейки тензорезисторов и размещения измерительных штифтов в полклалной плите (1-4 – тензорезисторы. Ш1-Ш3 – измерительные штифты)

По значениям определенных в ходе экспериментальных исследований деформаций є, и є, на нижней поверхности подкладной плиты по закону Гука определяются (при условии, что $\sigma_{z} = 0$ на по-







Рис. 9. Замер перемещений подкладной плиты и полуматрицы

верхности) напряжения по следующим формулам:



где $E = 2, 1 \cdot 10^5 \text{ МПа} - \text{модуль}$ упругости стали; v = 0,3 коэффициент Пуассона.

Результаты замера деформаций, значение величин напряжений на нижней по-



верхности подкладной плиты приведены в табл. 2 (точки замера 1-4). По полученным результатам построены распределения осевых напряжений σ_x , σ_y на нижней поверхности подкладной плиты – рис. 11, 12. В связи с симметрией НДС относительно осей *x* и *y* графики напряжений и перемещений строятся для положительной области *y* > 0. Кривая показывает напряжение в плите при приложении усилия закрытия пресс-формы $P_{\rm M} = 1$ МН, кривая 2 – напряжения в подкладной плите при суммарном действии усилия закрытия и внутреннего давления жидкости $F_{\rm M} = 10$ МПа. Как видно из рис. 11, 12, основную долю напряженного состояния дает приложение к ПФ усилия запирания, а создание внутреннего давления увеличивает напряжение на нижней поверхности подкладной плиты на 5-6%.

Таблица 2

Напряжения и деформации на нижней поверхности подкладной плиты при нулевом натяге ($\delta = 0$)

Точки	Координа	аты точек з	амера, мм	Деформации		Напряжения, МПа		
замера	x	у	z	$\epsilon_x \cdot 10^5$	$\epsilon_y \cdot 10^5$	σ_x	σ_y	
1	16	0	-32,5	80	8	181,2	70,4	
2	0	50	-32,5	63	40	178,0	132,0	
3	0	-7	-32,5	72	12	168,0	72,0	
4	0	-40	-32,5	64	44	172,0	140,0	

При проведении замеров перемещений подкладной плиты и нижней полуматрицы с помощью измерительных штифтов выявлено, что они деформируются совместно. Также были произведены замеры нижней поверхности подкладной плиты при приложении усилия закрытия и внутреннего давления. Перемещения подкладной плиты в центре модели равны 0,15+0,18 мм, что соответствует 0,75+1,0 мм натуры, и несколько увеличиваются вдоль оси *у*.

При исследовании влияния величины размера промежуточных опор на перемещения нижней поверхности подкладной плиты с увеличением высоты (2 шт.) с 62,29 мм до 62,34 мм (натяг $\delta = 0 + 0,05$) существенного изменения НДС подкладной плиты и полуматрицы не происходит.

При исследовании влияния усилия закрытия ПФ (см. точки 5-8, рис. 10) были получены следующие данные: напряжения в вертикальном направлении *z* для этих точек составили 162,0 МПа, а при приложении дополнительного внутреннего давления – 174,0 МПа. Прогибы боковой поверхности нижней полуматрицы в точках с координатами $x = \pm 65$ мм, y = 0 мм, z = 25 мм (вдоль длинной стороны) составляют 0,05÷0,06 мм при приложении соответственно усилия закрытия и внутреннего давления.

Таким образом, можно сделать вывод, что экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния модели подтвердили результаты численных расчетов, выполненные для натурной конструкции. Расхождение между ними не превышает 10% и обусловлено принятыми допущениями в расчетах. Максимальные осевые напряжения в подкладной плите не превышает 500 МПа, а максимальные перемещения составляют 1,25 мм при x = 0 мм, $y = \pm 770$ мм (в перерасчете на натурный объект). Напряженнодеформированное состояние зависит, в основном, от приложения усилия запирания пресс-формы и незначительно (5-7%) увеличивается при создании внутреннего давления в матрице.

Исследование напряженно-деформированного состояния блоков переналаживаемых пресс-форм методами голографической и спеклинтерферометрии. Целью данного исследования является изучение напряженно-деформированного состояния блоков переналаживаемых пресс-форм для определения рациональных геометрических параметров и конструктивных решений, а также оценка точности и достоверности численных исследований. Приводятся результаты исследований НДС блоков пресс-форм при различных способах закрепления формующей вставки и при установке дополнительных опор различной высоты.

Одним из важнейших этапов разработки конструкций и определения работоспособности пресс-форм является исследование НДС наиболее ответственных и нагруженных элементов: подкладных плит и полуматриц. Это вызвано тем, что данные детали воспринимают действие значительных по величине усилий закрытия пресс-форм и давление расплавленной пластмассы (рабочего тела), что приводит к их деформации и раскрытию стыков в полуматрицах. Последнее может послужить причиной брака. В настоящее время для высокоточных исследований геометрических изменений, происходящих с объектом при приложении возмущающих нагрузок (тепловых, механических, магнитных и т.д.) широкое применение нашли методы голографической и спекл-интерферометрии. Прежде всего это связано с тем, что обладая существенными преимуществами по сравнению с широко известными, они позволяют в короткий срок на этапах разработки, доводки, отработки технологических процессов изготовления, транспортировки, хранения получать высокоточную и интегральную информацию [23-25]. При этом для нахождения на-



Рис. 13. Рабочий момент записи

интерферограмм непосредственно на столе пресса П-125 учно-обоснованных параметров и конструктивных решений блоков пресс-форм необходимо определить влияние закрепления формующей вставки на величины возникающих перемещений и деформаций (закрепление винтами, свободное опирание); дополнительных опор на жесткость конструкции (опоры трех типоразмеров).

Для решения поставленных задач был применен метод, совмещающий голографическую интерферометрию во встречных пучках (голограммы Денисюка) и спекл-интерферометрию [24]. При проведении исследований прозрачную регистрирующую среду закрепляют на исследуемом объекте с помощью специальных приспособлений. Этим достигается отстройка от регистрации паразитных смещений объекта как жесткого тела. Кроме того, при этом при расшифровке легко разделяются нормальная и тангенциальная компоненты вектора перемещений [23-25]. На рис. 13 представлен рабочий момент записи интерферограмм непосредственно на столе пресса П-125.

В табл. 3 приведены варианты сочетания конструктивных и эксплуатационных параметров при экспериментальном исследовании НДС пресс-форм.

В табл. 4 представлены интерферограммы, характеризующие деформированное состояние блока ПФ, а на рис. 14-16, 18, 21, 24, 25 (1 – z = 60 мм; 2 – z = 10 мм; 3 – z = -20 мм; 4 – z = -60 мм; 5 – z = -110 мм), рис. 17, 19 (1 – z = 60 мм; 2 – z = 30 мм; 3 – z = 10 мм; 4 – z = -110 мм); рис. 20, 23 (1 – z = 60 мм; 2 – z = 30 мм; 3 – z = 10 мм; 4 – z = -110 мм); рис. 18 (1 – z = 60 мм; 2 – z = 15 мм; 3 – z = -30 мм; 4 – z = -110 мм); рис. 26, 27 (1 – z = -25 мм; 2 – z = -15 мм; 3 – z = -5 мм; 4 – z = 5 мм; 5 – z = 25 мм; 6 – z = 35 мм; 7 – z = 55 мм) – картины расшифровки некоторых интерферограмм.

Анализ поведения элементов пресс-формы при варьировании схем нагружения и сопряжения позволяет отметить следующие особенности. В целом деформированное состояние внешних поверхностей ПФ достаточно слабо зависит от наличия промежуточных опор и усилий закрепления полуматриц боковыми винтами. По плоскостям сопряжения элементов пресс-формы, в том числе полуматриц, наблюдаются разрывы перемещений, что

Таблица З

№ голо-	Плоскость	Изменения	Перепад Внутр. дав-	
граммы	записи	в конструкции	нагрузки, кН ление, МГ	
1	Оу	винты затянуты, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
2	Оу	винты касаются, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
3	Оу	винты не касаются, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
4	Ox	винты не касаются, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
5	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,29мм	1000÷875	9,80
6	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,29мм	1000÷875	9,80
7	Ox	опоры отсутствуют, винты затянуты	1000÷875	9,80
8	Оу	винты затянуты, опоры отсутствуют	1000÷875	9,80
9	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,34 мм	1000÷875	9,80
10	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80

Варианты сочетания конструктивных и эксплуатационных параметров (* для матрицы)

11	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80
12	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80
13*	Оу		50÷20	0
14*	Ox		50÷20	0

Таблица 4

Голографические интерферограммы матриц, характеризующие деформационные изменения при перепаде нагрузки гидравлического пресса (№ голограммы в табл.3)

Пе- репад наг- рузки	Р _{вн} , МПа	Интерферограмма	Пере- пад наг- рузки	Р _{вн} , МПа	Интерферограмма
1	2	3	4	5	6
250,330	245		250,330	245	2







Рис.14. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 1 в табл.3)



Рис.16. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 3 в табл.3)



Рис. 15. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма N 2 в табл. 3)



Рис.17. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 5 в табл.3)



Рис.18. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *x* (голограмма № 6 в табл.3)



Рис. 21. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 8 в табл.3)



Рис. 19. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *y* (голограмма № 4 в табл.3)



точек поверхности матрицы вдоль оси *х* (голограмма № 7 в табл.3)



Рис.22. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *x* (голограмма № 12 в табл.2)



Рис.24. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 11 в табл. 3)



Рис.23. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *x* (голограмма № 10 в табл. 3)



Рис.25. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *y* (голограмма № 9 в табл.3)



свидетельствует о необходимости рассмотрения $\Pi\Phi$ как сложной механической системы контактирующих друг с другом элементов. На картине интерференционных полос отсутствуют зоны резких градиентов, что позволяет создавать КЭМ элементов пресс-формы без зон резких изменений размеров конечных элементов.

Заключение. Анализ результатов свидетельствует о качественном соответствии результатов численных исследований данным, полученным в ходе экспериментальных исследований. При этом погрешность по перемещениям не превышает 10-15% для различных вариантов сочетания параметров. Это позволяет заключить, что разработанный программно-модельный комплекс автоматизированного анализа и синтеза расчетных моделей и элементов конструкций пресс-форм является эффективным инструментом, позволяющим оперативно и с высокой степенью достоверности решать комплекс задач, возникающих при проектировании и исследовании ПФ.

Данный программно-модельный комплекс впитал в себя результаты огромного числа численных и экспериментальных исследований и отражает важнейшие направления развития методов решения связанных нелинейных задач: строгая математическая постановка и привлечение современных теорий и численных методов; возможность комплексного моделирования связанных процессов и состояний с высокой точностью и разработки обоснованных рекомендаций по выбору конструктивных, технологических и эксплуатационных характеристик проектируемых литьевых форм; учет специфики проектируемых изделий; возможность накопления баз знаний; обеспечение работоспособности и точности изготовления изделий; сквозная параметризация и возможность экспорта/импорта в/из различные системы автоматизированного проектирования.

В дальнейшем планируется проведение разработок по расширению возможностей созданного программно-модельного комплекса и спектра решаемых задач.

Список литературы. 1. Храмцова И.Я., Ткачук А.Н., Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Орлов Е.А., Чепурной А.Д. Специализированная система анализа и синтеза и расчетно-экспериментальное исследование элементов пресс-форм // Вісник НТУ "ХПИ". Тем. вип.: "Машинознавство та САПР". -2005. – № 60. – С.151-178. 2. Демина Н.А., Назарова О.П., Ткачук А.Н. Контактное взаимодействие в сопряжении "пуансон – матрица – заготовка" // Вісник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машинознавство та САПР". – 2007. – № 23. – С.39-48. 3. Ткачук А.Н. Исследования термоупругих контактных задач элементов пресс-форм для литья под давлением с учетом фазовых превращений в отливке // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". - Харьков: НТУ "ХПИ". - 2008. - Вып. 2. - С.144-158. 4. Ткачук А.Н. Численное решение тестовых термоупругих контактных задач для элементов пресс-форм // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – Вып. 9. – С.118-124. 5. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Ткачук А.Н., А.В. Бондаренко, Бруль С.Т. Расчетно-экспериментальное обоснование параметров численных моделей элементов механических систем // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – Вып. 14. – С.117-125. 6. Ткачук Н.А., Мовшович А.Я., Ткачук А.Н. Технологические системы холоднолистовой штамповки: к вопросу обоснования расчетных схем элементов разделительных штампов // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". - Харьков: НТУ "ХПИ". - 2008. - Вып. 14. - С.126-140. 7. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 8. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 240 с. 9. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. - 1977. - Т.41.- Вып.2. - С.329-337. **10.** Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров – // Доклады АН СССР, 1976. – Т.230. –№ 2.– С.308-310. 11. Кравчук А.С., Васильев В.А. Численные методы решения контактных задач для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикладная механика. – 1980. – Т. 16. – Вып. 6. – С.9-15. 12. Кравчук А.С., Васильев В.А. Вариационный метод в контактной задаче теории упругости / В кн. Упругость и неупругость. - М.: Наука, 1978. - С.23-31. 13. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. - 1978. - Т.42. - Вып.3. - С.466-474. 14. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 15. Кравчук А.С., Сурсяков В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач // Доклады АН СССР, 1981. -Т.259. – № 6.– С.1327–1329. 16. Гловачек И, Ганслингер Я, Нечас И., Ловишек Я. Решение вариационных неравенств в механике. – М.: Мир, 1986. – 270 с. 17. Дюво Г., Лионс Ж.Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 18. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с. 19. Belytschko T., Neal M.O. Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods // Int. J. for Numerical Methods in Engineering, (1991), 31. Р.547-572, 20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 21. Отчет о комплексных исследованиях прочности и жесткости базовых плит УПТО-Р и элементов крупногабаритных пресс-форм // ХФ ЦНИТИ. Тема ТТУ-654-90, этап 5. – Арх. № 0386 от 28.12.90 г. 22. Касатки Б.С., Кудрин Б.А., Лобанов Л.М., Пивторак В.А., Полухин П.И., Чиченев Н.А. Экспериментальные методы исследования

деформаций и напряжений. – К.: Наукова думка. – 1981. – 584 с. 23. Капустин А.А. Отчет об исследовании жесткости и прочности блоков переналаживаемых пресс-форм и рабочего инструмента штампов методами голографической и спекл-интерферометрии. // ХФ ЦНИТИ. Тема №38-01-90. Арх. № 0387 от 30.11.90 г. 24. Капустин А.А. Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натурных конструкций. / В кн.: Физические основы голографии. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137-159. 25. Капустин А.А. Методы, использующие голографическую интерферометрию для спекл-интерферометрических измерений / В кн.: Методические указания /Применение спекл-интерферометрии для контроля качества промышленных изделий. – Горький: ГФ. ВНИНМАШ, 1980. – С.45-53.

Поступила в редколлегию 12.03.09

Варианты	сочетания кон	структивных и эксплуатационны	ых параметров (* ;	<i>Таблица</i> для матрицы)
№ голо- граммы	Плоскость записи	Изменения в конструкции	Перепад нагрузки, кН	Внутр. дав- ление, МПа
1	Оу	винты затянуты, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
2	Оу	винты касаются, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
3	Оу	винты не касаются, опоры отсутствуют	250÷330	2,45
4	Ox	винты не касаются, опоры отсутствуют	винты не касаются, опоры отсутствуют 250÷330	
5	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,29мм	- 1000÷875 9,80	
6	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,29мм	1000÷875	9,80
7	Ox	опоры отсутствуют, винты затянуты	1000÷875	9,80
8	Оу	винты затянуты, опоры отсутствуют	1000÷875	9,80
9	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,34 мм	1000÷875	9,80
10	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80
11	Оу	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80
12	Ox	винты затянуты, установле- ны две опоры 62,39 мм	1000÷875	9,80
13*	Оу		$50\div 20$	0
14*	Ox		50÷20	0

Таблица 4

Голографические интерферограммы матриц, характеризующие деформационные изменения при перепаде нагрузки гидравлического пресса (№ голограммы в табл.3)

Пе- репад наг- рузки	Р _{вн} , МПа	Интерферограмма	Пере- пад наг- рузки	Р _{вн} , МПа	Интерферограмма
1	2	3	4	5	6
250,330	245		250,330	245	2





точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси у (голограмма № 2 в табл. 3)



Рис.16. Распределение перемещений и. точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси у (голограмма № 3 в табл.3)



Рис.18. Распределение перемещений и, точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси х (голограмма № 6 в табл.3)



Рис.17. Распределение перемещений u_{τ} точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси у (голограмма № 5 в табл.3)



Рис. 19. Распределение перемещений u_{τ} точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси у (голограмма № 4 в табл.3)

вдоль оси у (голограмма № 1 в табл.3)











Рис.22. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *х* (голограмма № 12 в табл.2)

65 у, мм

130

2

-2

 \mathcal{U}_{7} , MKM

0 -130

-65 0



Рис.23. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *x* (голограмма № 10 в табл. 3)



Рис.25. Распределение перемещений *u*_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 9 в табл.3)



Рис.24. Распределение перемещении u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси *у* (голограмма № 11 в табл. 3)



свидетельствует о необходимости рассмотрения $\Pi\Phi$ как сложной механической системы контактирующих друг с другом элементов. На картине интерференционных полос отсутствуют зоны резких градиентов, что позволяет создавать КЭМ элементов пресс-формы без зон резких изменений размеров конечных элементов.

Заключение. Анализ результатов свидетельствует о качественном соответствии результатов численных исследований данным, полученным в ходе экспериментальных исследований. При этом погрешность по перемещениям не превышает 10-15% для различных вариантов сочетания параметров. Это позволяет заключить, что разработанный программно-модельный комплекс автоматизированного анализа и синтеза расчетных моделей и элементов конструкций пресс-форм является эффективным инструментом, позволяющим оперативно и с высокой степенью достоверности решать комплекс задач, возникающих при проектировании и исследовании ПФ.

Данный программно-модельный комплекс впитал в себя результаты огромного числа численных и экспериментальных исследований и отражает важнейшие направления развития методов решения связанных нелинейных задач: строгая математическая постановка и привлечение современных теорий и численных методов; возможность комплексного моделирования связанных процессов и состояний с высокой точностью и разработки обоснованных рекомендаций по выбору конструктивных, технологических и эксплуатационных характеристик проектируемых литьевых форм; учет специфики проектируемых изделий; возможность накопления баз знаний; обеспечение работоспособности и точности изготовления изделий; сквозная параметризация и возможность экспорта/импорта в/из различные системы автоматизированного проектирования.

В дальнейшем планируется проведение разработок по расширению возможностей созданного программно-модельного комплекса и спектра решаемых задач.

Список литературы. 1. Храмцова И.Я., Ткачук А.Н., Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Орлов Е.А., Чепурной А.Д. Специализированная система анализа и синтеза и расчетно-экспериментальное исследование элементов пресс-форм // Вісник НТУ "ХПИ". Тем. вип.: "Машинознавство та САПР". -2005. – № 60. – С.151-178. 2. Демина Н.А., Назарова О.П., Ткачук А.Н. Контактное взаимодействие в сопряжении "пуансон – матрица – заготовка" // Вісник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машинознавство та САПР". – 2007. – № 23. – С.39-48. 3. Ткачук А.Н. Исследования термоупругих контактных задач элементов пресс-форм для литья под давлением с учетом фазовых превращений в отливке // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". - Харьков: НТУ "ХПИ". - 2008. - Вып. 2. - С.144-158. 4. Ткачук А.Н. Численное решение тестовых термоупругих контактных задач для элементов пресс-форм // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – Вып. 9. – С.118-124. 5. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Ткачук А.Н., А.В. Бондаренко, Бруль С.Т. Расчетно-экспериментальное обоснование параметров численных моделей элементов механических систем // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – Вып. 14. – С.117-125. 6. Ткачук Н.А., Мовшович А.Я., Ткачук А.Н. Технологические системы холоднолистовой штамповки: к вопросу обоснования расчетных схем элементов разделительных штампов // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". - Харьков: НТУ "ХПИ". - 2008. - Вып. 14. - С.126-140. 7. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 8. Черноусько Ф.Л., Баничук *Н.В.* Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 240 с. 9. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. - 1977. - Т.41.- Вып.2. - С.329-337. **10.** Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров – // Доклады АН СССР, 1976. – Т.230. –№ 2.– С.308-310. 11. Кравчук А.С., Васильев В.А. Численные методы решения контактных задач для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикладная механика. – 1980. – Т. 16. – Вып. 6. – С.9-15. 12. Кравчук А.С., Васильев В.А. Вариационный метод в контактной задаче теории упругости / В кн. Упругость и неупругость. – М.: Наука, 1978. – С.23–31. 13. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. - 1978. - Т.42. - Вып.3. - С.466-474. 14. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 15. Кравчук А.С., Сурсяков В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач // Доклады АН СССР, 1981. -Т.259. – № 6.– С.1327–1329. 16. Гловачек И, Ганслингер Я, Нечас И., Ловишек Я. Решение вариационных неравенств в механике. – М.: Мир, 1986. – 270 с. 17. Дюво Г., Лионс Ж.Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 18. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с. 19. Belytschko T., Neal M.O. Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods // Int. J. for Numerical Methods in Engineering, (1991), 31. Р.547-572, 20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 21. Отчет о комплексных исследованиях прочности и жесткости базовых плит УПТО-Р и элементов крупногабаритных пресс-форм // ХФ ЦНИТИ. Тема ТТУ-654-90, этап 5. – Арх. № 0386 от 28.12.90 г. 22. Касатки Б.С., Кудрин Б.А., Лобанов Л.М., Пивторак В.А., Полухин П.И., Чиченев Н.А. Экспериментальные методы исследования

деформаций и напряжений. – К.: Наукова думка. – 1981. – 584 с. 23. Капустин А.А. Отчет об исследовании жесткости и прочности блоков переналаживаемых пресс-форм и рабочего инструмента штампов методами голографической и спекл-интерферометрии. // ХФ ЦНИТИ. Тема №38-01-90. Арх. № 0387 от 30.11.90 г. 24. Капустин А.А. Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натурных конструкций. / В кн.: Физические основы голографии. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137-159. 25. Капустин А.А. Методы, использующие голографическую интерферометрию для спекл-интерферометрических измерений / В кн.: Методические указания Лирименение спекл-интерферометрии для контроля качества промышленных изделий. – Горький: ГФ. ВНИНМАШ, 1980. – С.45-53.

Поступила в редколлегию 12.03.09

СОДЕРЖАНИЕ

~

О.Д. БОИКО Аналіз запатентованих конструктивних рішень коліс-
ного рушія щодо зменшення впливу його пошкодження на динаміку
руху
О.В. БОНДАРЕНКО, О.В. УСТИНЕНКО Критерії та шляхи оптимі-
зації тривальних коробок передач
О. В. ВЕРЕТЕЛЬНИК Исспедование различных конструкций орте-
зов при ортезировании шейного отлела позвоночника
OB REPETEЛЬНИК Н А ТКАЧУК ГЛ ГРИПЕНКО
Расчетно-экспериментальный синтез конечно-элементных
$\mathbf{R} \mathbf{\mu} \mathbf{\Gamma} \mathbf{\Omega} \mathbf{\Omega} \mathbf{R} \mathbf{U} \mathbf{F} \mathbf{\Omega} \mathbf{R} \mathbf{A} \mathbf{U} \mathbf{U} \mathbf{C} \mathbf{\Omega} \mathbf{A} \mathbf{\Pi} \mathbf{F} \mathbf{\Pi} \mathbf{\Omega} \mathbf{\Pi} \mathbf{F} \mathbf{T} \mathbf{U} \mathbf{H}$
$T R \Pi \Omega \Pi U U V Pacuarti Mayauua Man uartaua uuranti varaati ta$
Г.Б. ПОЛИЩУК Гасчеты меланизмов наклона дуговых сталенла-
вильных почел
А.Б. ГГАВОВСКИИ МЕГОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕрционных
виоромашин и определение деиствующих нагрузок в виороударной
D.D. $SEJIEHUKHH, A.A. SAFYDHHA, H.N. APAMUUDA, 2C C A \Phi O H O P A Marayariyya aya ya ya$
3.С. САФОНОВА Іматематическая модель ходьоы с протезом на фа-
О.1. ЗІНЧЕНКО Кінематичний аналіз механізму високого класу з
використанням оюлютеки підпрограм аналізу груп другого класу
С.Н. КАДЕЦКИИ , Г.В. ГЕРЕШ Синтез планетарного механизма
2А-АА с учетом углов зацепления для радиального дальнего рас-
положением сателлитов
Вісс. Гр. КЛИМЕНКО Бульові алгебри на базі неперервних і непе-
рервно-диференційовних функций
Вісс. Гр. КЛИМЕНКО Змішана багатокритеріальна задача
мінімізації по максимуму
А.В. МАРТЫНЕНКО К вопросу о численном моделировании и экс-
периментальных исследованиях элементов гидрообъемных пере-
дач
Г.А. ПРИЙМАКОВ Экспериментальное исследование динамики
металлополимерного гибкого колеса герметичной силовой
волновой зубчатой передачи
Р.В. ПРОТАСОВ, А.В. УСТИНЕНКО Аналитическое описание по-
верхностей зубьев эволютных передач
НА ТКАЧУК А.Н. ТКАЧУК В.А. ЗАБОЛОТСКИХ
4 4 KAIIVCTUH Metonli antonutuli u monenu nug ucchenopauug

А.А. КАПУСТИН Методы, алгоритмы и модели для исследования физико-механических процессов при изготовлении деталей литьем.... ¹²⁹

161