Список литературы: 1. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. – М.: Наука, 1965.– 440 с. 2. Луковский И.А. Введение в нелинейную динамику твердого тела с полостями, содержащими жидкость. – Киев: Наукова думка, 1990. – 296 с. 3. Kubenko V.D., Koval'chuk P.S. Nonlinear problems of the dynamics of elastic shells partially filled with a liquid // Intern. Appl. Mech. – 2000. – 36, N 4. – P. 421–448. 4. Мокеев В.В. О решении матричных уравнений при конечно-элементном моделировании жидкости по Лагранжу в задачах гидроупругости // Динамика, прочность и износостойкость машин. – 1999. – № 6. – С. 11–17. 5. Еселева Е.В., Гнишько В.И., Стрельникова Е.А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью // Пробл. машиностроения. – 2006. – № 1. – С. 58–68. 6. Еселева Е.В., Науменко В.В., Стрельникова Е.А. Местод интегральных уравнений в задаче о колебаниях жидкости в жесткой оболочке // Вестник ХНТУ. – 2006. – Т. 25, № 2. – С. 198–202. 7. Бреббия К., Телес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов – М.: Мир, 1987. – 524 с.

Поступила в редколлегию 29.01.10

УДК 621.7

*Г.И. ЛЬВОВ*, докт. техн. наук, проф., зав. каф. ДПМ, *О.О. ОЖОГА-МАСЛОВСКАЯ*, асп. каф. ДПМ НТУ «ХПИ», г. Харьков

## К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССОВ АВТОФРЕТИРОВАНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МАТЕРИАЛА

В статті досліджується процес автофретування товстостінного циліндру з урахуванням пошкоджуваності матеріалу. Наведені рівняння теорії пружно-пластичного деформування з урахуванням континуальної механіки пошкоджуваності для моделі матеріалу з кінематичним зміцненням. Описаний алгоритм створення спеціальної моделі пластичності в ПК ANSYS та розраховане поле залишкових напружень, що виникають в товстостінному циліндрі після автофретування. Розрахунок проведений для задачі з прийняттям гіпотез пласкої деформації.

This paper presents autofrettage processes research in view of material damage. There are produced main equations of elastic-plastic theory in correspondence with Continuum Damage Mechanics for kinematic hardening material. Algorithm of user's material model creation for ANSYS software is described. Residual stress field is calculated for autofrettaged cylinder in the case of plane strain conditions.

Введение. Для многих элементов конструкций, работающих при высоких давлениях и быстро изменяющихся нагрузках, одним из способов повышения несущей способности является применение операции автофретирования. Общая идея проведения автофретирования заключается в нагружении конструкции до появления пластических деформаций. После снятия нагрузки образуются благоприятные остаточные напряжения, которые увеличивают несущую способность конструкции.

Наибольшее распространение получило автофретирование цилиндриче-

ских элементов конструкций, нагруженных внутренним давлением. Самыми опасными напряжениями в этом случае являются положительные окружные напряжения на внутреннем диаметре. В случае автофретирования цилиндрических элементов окружные остаточные напряжения отрицательны. Суперпозиция остаточных напряжений с напряжениями, возникающими в конструкции после нагружения внутренним рабочим давлением, приводит к значительному снижению окружных напряжений на внутреннем диаметре.

Проблеме автофретирования уделяется значительное внимание в научной литературе, проводятся международные конференции по данной тематике. Имеется значительное число публикаций, в которых освещаются разные стороны этой проблемы [1-15].

Фундаментальными работами в области исследования операции автофретирования и связанных с ней технологических аспектов являются работы Ильюшина [13], Огибалова [13], Биргера [14], Малинина [1] и других ученых в области механики. Теория нахождения остаточных напряжений основывается на теореме Ильюшина о разгрузке, согласно которой необходимо решить две задачи: 1) упруго-пластическую задачу для тела под действием внешних нагрузок; 2) упругую задачу для того же тела под действием тех же нагрузок. Остаточные напряжения находятся как разность первого и второго решений [13].

В монографии Биргера [14] дана классификация остаточных напряжений, возникающих в конструкции после проведения различных технологических операций, проанализировано влияние остаточных напряжений на прочность конструкции при статических и переменных нагрузках, рассмотрены способы измерения остаточных напряжений.

В книге [12] приведен пример аналитического решения задачи автофретирования бесконечного толстостенного цилиндра постоянной толщины. Исследования проводились в рамках деформационной теории пластичности с использованием гипотез плоской деформации и несжимаемости материала.

Для более точного описания процессов, происходящих при автофретировании, необходимо учитывать анизотропный характер упрочнения. Статья Паркера [2] посвящена моделированию материала цилиндра в условиях автофретирования с учетом эффекта Баушингера. Эффект Баушингера заключается в снижении предела текучести материала при сжатии, как результат предварительного растяжения за пределы упругой области. Учет этого явления приводит к снижению окружных остаточных напряжений на внутреннем диаметре в сравнении с решением для изотропно упрочняющегося материала. Представленная в работе процедура анализа позволяет рассчитать поле упруго-пластических остаточных напряжений по толщине цилиндра. Также в статье исследуется эффект от снятия материала в предварительно автофретированной трубе. Рассмотрена экспериментальная процедура снятия материала методом Сакса. Полученные данные в значительной мере позволили уточнить распределение остаточных напряжений вблизи отверстия.

В работе [6] исследовалось влияние эффекта Баушингера при анализе составных труб, содержащих автофретированный слой. Авторы статьи предложили провести автофретирование толстостенной трубы, а далее использовать ее как часть целой конструкции. Для сохранения эффекта от последовательной посадки труб с натягом рекомендуется избегать дальнейшего их упрочнения.

В статье [10] предлагается расчет процесса автофретирования для труб с незакрепленным торцом. Такое закрепление приводит к условиям обобщенного плоского деформированного состояния, которое моделируется постоянной осевой деформацией и отсутствием осевой силы. Также в статье получено распределение поля остаточных напряжений в классической постановке плоской деформации. Учет эффекта Баушингера позволил уточнить окружные деформации на внутреннем диаметре на 8% и на внешнем диаметре на 6.3%.

В статье [4] рассмотрен толстостенный цилиндр с защемленным торцом из изотропного, однородного и упрочняющегося материала. Нагрузка моделируется приложением внутреннего давления и температурного градиента. Автор трактует параметры материала как поле переменных, распределение которых получено итеративным методом. Рассчитанные окружные остаточные напряжения вблизи отверстия хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В работе [9] представлены результаты решения задачи оптимизации составного толстостенного цилиндра с учетом удельного давления автофретирования. В качестве целевой функции рассматривался вес цилиндра. Переменными параметрами целевой функции являются внутренний радиус цилиндра, радиус текучести (условная граница, разделяющая упругую и пластическую области) и внешний радиус цилиндра. Ограничения накладывались на радиальное перемещение внутреннего радиуса, которое не должно превышать заданной величины. Задача рассматривалась для двух моделей пластического поведения материала: идеально упруго-пластического материала и упруго-пластического с линейным упрочнением. Анализ показал, что оптимальный радиус текучести практически одинаков для данных моделей материала.

Эффект от автофретирования основан на образовании существенных пластических деформаций, которые при повторном нагружении и разгрузке могут привести к разупрочнению материала, вследствие возникновения на микроуровне повреждений и трещин. Для математического описания этих явлений используется континуальная механика повреждаемости. Исследования модели развития параметра повреждаемости при пластическом деформировании инициированы работами Качанова Л. М. и Работнова Ю. Н. [15].

В книге Дж. Леметра [11] рассмотрены общие механизмы появления и роста во времени микроповреждений, приводящих к образованию магистральных трещин. С физической точки зрения микроповреждения трактуются как возникновение вакансий, приводящих к уменьшению эффективной поверхности, способной сопротивляться нагружению. Также в книге приведен кинематический закон развития параметра повреждаемости при пластическом деформировании металла. Повреждаемость проявляется снижением следующих характеристик материала: модуля упругости, предела текучести, твердости и плотности материала.

Постановка задачи. В качестве объекта исследования рассматривается толстостенный цилиндр постоянной толщины, нагруженный внутренним давлением p. Постановка задачи автофретирования включает в себя запись основных соотношений теории упругости и пластичности. Для учета параметра повреждаемости в этих соотношениях использовался принцип эквивалентных напряжений. Согласно данному принципу любое напряжение в уравнении для поврежденного материала может быть определено таким же образом, как и для неповрежденного материала, путем замены тензора напряжений Коши тензором эффективных напряжений  $\tilde{\sigma}_{ii}$  [11]:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(1-D)},\tag{1}$$

где D – параметр повреждаемости (0 < D < 1), который физически трактуется как плотность микроповреждений. Он равен 0 для неповрежденного материала и 1 при полном разрушении конструкции, когда повреждения занимают всю поверхность.

Основные соотношения теории течения выражают зависимость приращений пластических деформаций от приращений напряжений. Поэтому необходимо записать все основные соотношения теории пластичности в приращениях перемещений.

Тензор полных деформаций включает в себя составляющие упругой и пластической деформации. Ниже приведены физические соотношения для приращений полных деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} - \frac{\nu}{E}\dot{\tilde{\sigma}}_{kk}\delta_{ij} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{p}.$$
(2)

Процесс автофретирования является сложным, он состоит из нескольких этапов: этапа нагружения, разгрузки и, возможно, повторного нагружения. В этом случае проявляется анизотропия в деформировании материала. Для ее описания была выбрана теория течения с кинематическим упрочнением, в которой учитывается эффект Баушингера.

В качестве условия пластичности используется соотношение [11]:

$$f(\tilde{\sigma}_{ij}) = \frac{3}{2} \left( \tilde{\sigma}_{ij}^{D} - X_{ij} \right) \left( \tilde{\sigma}_{ij}^{D} - X_{ij} \right) - \sigma_{y} = 0, \qquad (3)$$

где  $\tilde{\sigma}_{ij}^D$  – компоненты тензора девиатора эффективных напряжений,  $X_{ij} = c \varepsilon_{ij}^p$ 

- компоненты вектора смещения центра поверхности пластичности.

Ассоциированный закон течения с учетом критерия текучести (3)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \frac{3}{2\tilde{\sigma}_{eq}} \left( \tilde{\sigma}_{ij}^{D} - X_{ij} \right) \dot{p} , \qquad (4)$$

где  $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \left\{ d\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \right\} \cdot \left\{ d\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \right\}}$  – приращение интенсивности пластических деформаций.

Связь  $\dot{p}$  с пластическим множителем  $\dot{\lambda}$  можно выразить следующим

соотношением  $\dot{p} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D}$ .

Основные соотношения необходимо дополнить кинематическим законом развития параметра повреждаемости. Рассматривалась модель Леметра [11] для случая вязкого разрушения, откуда следует

$$\dot{D} = \frac{\sigma_u^2 R_v}{2ES} \dot{p} \quad \text{при} \quad p \ge p_D, \qquad (5)$$

где *p<sub>D</sub>* – некоторый порог накопленной пластической деформации, после которого возникают первые повреждения материала.

В случае многоосного напряженного состояния

$$R_{\nu} = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) (\tilde{\sigma}_{H} / \tilde{\sigma}_{eq})^{2},$$
где  $\sigma_{H}, \sigma_{eq}$  – гидро-

статическое и эквивалентное напряжения соответственно,  $\sigma_u, S$  — постоянные параметры закона развития повреждаемости, которые определяются экспериментально.

В [11] приведены результаты эксперимента на чистое растяжение при постоянной величине приращения деформации. Параметр повреждаемости S определялся из изменения модуля упругости при деформировании образца (рис. 1, *σ<sub>u</sub>* – временный предел прочности на растяжение).

Геометрические соотношения для приращений полных деформаций в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial r}, \qquad \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{\dot{u}}{r}, \quad \dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial \dot{w}}{\partial z}, \qquad \gamma_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right). \tag{6}$$

Дифференциальные уравнения равновесия осесимметричной задачи в полярных координатах для приращений напряжений записаны как проекции всех силовых факторов на радиальную и осевую координаты:

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{\sigma}_{r}}{\partial r} + \frac{\dot{\sigma}_{r} - \dot{\sigma}_{\theta}}{r} + \frac{\partial \dot{\tau}_{rz}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial \dot{\sigma}_{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{\tau}_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \dot{\tau}_{rz} = 0. \end{cases}$$
(7)

Рис. 1

Выражения для приращений напряжений были получены из соотношений (2). После их подстановки в (7) получены разрешающие уравнения равновесия, записанные в приращениях перемещений с учетом параметра повреждаемости и пластических деформаций:

$$\begin{cases} (1-D)[(1-v)\frac{\partial^{2}\dot{u}}{\partial r^{2}} + (\frac{rv-2v+1}{r} - D_{r}^{'}(1-v))\frac{\partial\dot{u}}{\partial r} + \frac{v+0.5}{2}\frac{\partial^{2}\dot{w}}{\partial r\partial z} + \\ + (0.5-v)(\frac{1}{2}\frac{\partial^{2}\dot{u}}{\partial z^{2}} - (\dot{\gamma}_{rz}^{p})_{z}^{'}) - ((1-v)(\dot{\varepsilon}_{r}^{p})_{r}^{'} + v((\dot{\varepsilon}_{\theta}^{p})_{r}^{'} + (\dot{\varepsilon}_{z}^{p})_{r}^{'}))] + \\ + GD(0.5-v)(\dot{\gamma}_{rz}^{p} - \frac{1}{2}(\frac{\partial\dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial\dot{w}}{\partial r})) + D_{r}^{'}v(\dot{\varepsilon}_{z}^{p} - \frac{\partial\dot{w}}{\partial z}) + \dot{u}(\frac{vD_{r}}{r} - \frac{(1-D)(1-v)}{r^{2}}) + \\ + \dot{\varepsilon}_{r}^{p}((1-D)\frac{2v-1}{r} + D_{r}^{'}(1-v)) + \dot{\varepsilon}_{\theta}^{p}(\frac{1-2v}{r}(1-D) + vD_{r}^{'}) = 0; \\ - D_{z}^{'}\left[((1-v)\frac{\partial\dot{w}}{\partial z} + v(\frac{\partial\dot{u}}{\partial r} + \frac{\dot{u}}{r})) - ((1-v)\dot{\varepsilon}_{z}^{p} + v(\dot{\varepsilon}_{r}^{p} + \dot{\varepsilon}_{\theta}^{p}))\right] + \\ + G(1-D)[(1-v)\frac{\partial^{2}\dot{w}}{\partial z^{2}} + v\frac{\partial^{2}\dot{u}}{\partial r\partial z} - ((1-v)(\dot{\varepsilon}_{z}^{p})_{z}^{'} + v((\dot{\varepsilon}_{r}^{p})_{z}^{'} + (\dot{\varepsilon}_{\theta}^{p})_{z}^{'}))] - \\ - \frac{1}{2}G(\frac{1}{2r}(1-D) - (0.5-v)D_{r}^{'})\frac{\partial\dot{u}}{\partial z} + G(0.5-v)(\frac{\partial\dot{w}}{\partial r}\frac{1}{2}(\frac{1}{r}(1-D) - D_{r}^{'}) + D_{r}^{'}\dot{\gamma}_{rz}^{p}) + \\ + G(1-D)(0.5-v)(\frac{1}{2}(\frac{\partial^{2}\dot{u}}{\partial z^{2}} + \frac{\partial^{2}\dot{w}}{\partial r\partial z}) - (\dot{\gamma}_{rz}^{p})_{z}^{'} - \frac{1}{r}\dot{\gamma}_{rz}^{'p}) = 0. \end{cases}$$

**Численные результаты.** Задача автофретирования с учетом повреждаемости решается с применением конечно-элементного ПК ANSYS, в котором отсутствует модель пластичности с введенным в нее параметром повреждаемости. Благодаря тому, что ПК ANSYS обладает открытой архитектурой, удалось создать специальную модель пластичности. Наиболее подходящей для редактирования оказалась подпрограмма USERPL.f, содержащая основные соотношения модели пластического материала с кинематическим упрочнением. Для решения задачи автофретирования с учетом повреждаемости материала в код данной подпрограммы был введен параметр повреждаемости D, задан закон его накопления (5) и обновления:  $dD = \dot{D}dt$ ; D = D + dD.

Для качественной оценки повреждаемости, развивающейся в конструкции вследствие автофретирования, целесообразно рассмотреть толстостенный цилиндр постоянной толщины. Распределение остаточных напряжений в такой модели было получено аналитическим расчетом в работе [12] для несжимаемого материала v = 0.5 с линейно упрочняющейся диаграммой деформирования. Задача решалась в постановке плоской деформации  $\varepsilon_z = 0$ . Модель толстостенного цилиндра представлена на рис. 2.

Расчет проводится для толстостенного цилиндра со следующими размерами и параметрами материала: внутренний радиус  $a = 0.0335 \ m$ ; внешний радиус  $b = 0.0935 \ m$ ; модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \ M\Pi a$ ; модуль упрочнения  $E_T = 6850 M\Pi a$ ; предел текучести  $\sigma_y = 476 \ M\Pi a$ ; коэффициент Пуассона

v = 0.49; порог накопленной пластической деформации  $p_{\rm D} = 0.05$ ; постоянный коэффициент закона повреждаемости  $S = 0.5 M\Pi a$ ; временный предел прочности на растяжение  $\sigma_{\mu} = 700 M\Pi a$ . Ниже представлены графики распределения остаточных окружных и радиальных (рис. 3) напряжений по толщине цилиндра при действии внутреннего давления 524 МПа.

Из распределения интенсивности пластических деформаций по толщине цилиндра (рис. 4) и формулы (8) вилно, что параметр повреждаемости достигает максимального значения на внутреннем радиусе цилиндра. Развитие параметра повреждаемости во времени в точке,

янной толщины

Рис.2. Молель

толстостенного

цилиндра посто-

взятой на внутреннем диаметре цилиндра, представлено на рис. 5.

Как видно из рис. 5, при действии на цилиндр заданных размеров внут-

реннего давления 524 МПа параметр повреждаемости не превышает величины 3.6 · 10<sup>-3</sup>. Такая величина параметра повреждаемости незначительно влияет на тензор напряжений (1). Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическим решением [12]. Численное решение для окружных остаточных напряжений на внутреннем диаметре отличается от аналитического на 12%, а

в области  $r = r_T -$ на 1%.

Выводы. Таким образом, в данной статье рассмотрена задача автофретирования толстостенного



цилиндра с учетом повреждаемости материала. Модель пластичности с учетом параметра повреждаемости была введена в ПК ANSYS. Для проверки правильности работы подпрограммы была решена задача автофретирования толстостенного цилиндра постоянной толщины в постановке плоского деформированного состояния. Сравнение полученных результатов распределения остаточных напряжений с аналитическими результатами позволило сделать вывод, что модель пластичности, дополненная параметром повреждаемости и законом его развития и накопления, достаточно хорошо моделирует процессы, происходящие в толстостенном цилиндре при автофретировании. Она может быть применена для расчетов автофретирования танковых пушек, цилиндрических элементов компрессоров низкого давления, дисков, работающих на высоких скоростях вращения.

Список литературы: 1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник [для студ. высш. учебн. завед.]/ Малинин Н. Н. – М.: Машиностроение, 1975. – 399 с. 2. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Autofrettaged Tubes Including Material Removal and Sachs' Method / A. P. Parker, J. H. Underwood, D.P. Kendall // Journal of Pressure Vessel Technology. - 1999. -



№ 121. - p. 430 - 437. 3. Jahed H. An Axissymmetric Method of Elastic-Plastic Analysis Capable of Predicticting Residual Stress Field / H. Jahed. R. N. Dubey // Journal of Pressure Vessel Technology. – 1997. – № 119. – p. 264 – 273. 4. Loghman A. Loading and Unloading of Thick-Walled Cylindrical Pressure Vessels of Strain-Hardening Material / A. Longhman, M. A. Wahab // Journal of Pressure Vessel Technology. -1994. - № 116. - p. 105 - 109. 5. Segall A. E. Localized Autifrettage as a Design Tool for the Fatigue Improvement of Cross-Bored Cylinders A.E. Segall, C. Tricou, M. Evanko, J. C. Conway, Jr. // Journal of Pressure Vessel Technology. -1998. – № 120. – p. 393 – 397. 6. Parker A.P. Bauschinger Effect Design Procedures for Compound Tubes Containing an Autofrettaged Laver / Parker A. P // Journal of Pressure Vessel Technology. – 2001. – № 123. – p. 203 – 206. 7. Perl M. An Axisymmetric Stress Release Method for

Measuring the Autofrettage Level in Thick - Walled Cylinders. - Part I: Basic Concept and Numerical Simulation / M. Perl, R. Arone // Journal of Pressure Vessel Technology. - 1994. - № 116. - p. 384 - 388. 8. Perl M. An Axisymmetric Stress Release Method for Measuring the Autofrettage Level in Thick-Walled Cylinders – Part II: Experimental Validation / M. Perl, R. Arone // Journal of Pressure Vessel Technology. - 1994. - № 116. -p. 389 - 395. 9. Majzoobi G. H. Optimization of autofrettage in thick-walled cylinders / G. H. Majzoobi, A. Ghomi // Journal of Achievements in Materials and manufacturing Engineering. -



2006. – № 16. p. 124 – 131. **10.** Parker A. Autofrettage of Open-end Tubes - Pressures. Stresses, Strains, and Code Comparisons / Parker A. // Journal of Pressure Vessel Technology. - 2001. - № 123. p. 271-281. 11. Lamaitre J. A Course on Damage Mechanics / Jane Lamaitre, Rodrigue Desmorat. - Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. -380 р. 12. Смирнов – Аляев Г.А. Теория автоскрепления цилиндров / Смирнов -Аляев Г.А. - Москва: Оборонгиз, 1940. -286 с. 13. Ильюшин А.А. Упругопластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильюшин. П.М. Огибалов – Москва: Издательство МГУ, 1960. - 227 с. 14. Биргер И.А. Остаточные напряжения / Биргер И.А. – Москва: Машгиз, 1963. – 231 с. 15. Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения / Работнов Ю.Н. - Москва: Наука. 1987. – 82 с.

Поступила в редколлегию 27.01.10