

го процесса ступени поршневого компрессора / Б. С. Фотин., Л. А. Штейнгарт // Исследование в области компрессорных машин. – Казань, 1974. – С.5-12. **3.** Поршневые компрессоры: Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Холодильные и компрессорные машины и установки» / Б. С. Фотин, И. Б. Пирумов, И. К. Прилуцкий, П. И. Пластинин; Под ред. Б. С. Фотина. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1987. – 372 с. **4.** Сухомлинов В.М. Троходные роторные компрессоры / В.М. Сухомлинов. – Харьков: Высш. шк., 1975. – 152с. **5.** Дьяченко В. Г. Дифференциальные уравнения процесса газообмена двигателей внутреннего сгорания / В. Г. Дьяченко // Двигатели внутреннего сгорания. – 1970. – вып. 2. – С. 17-24. **6.** Дьяченко В. Г. Газообмен в двигателях внутреннего сгорания / В. Г. Дьяченко. – УМК ВО, Киев. – 1989. – 204 с.

Поступила в редколлегию 19.02.2010

УДК 539.3

Н.Н. ТКАЧУК, мл. научн. сотр. каф. КГМ им. А.А. Морозова,
А.Н.ТКАЧУК, асп. каф. ДПМ НТУ „ХПИ”, г. Харьков

К ВОПРОСУ О КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПЛОСКОГО ШТАМПА С ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

У статті поставлена та розв'язана задача про взаємодію штампа з пружним напівпростором. Враховується скінченна контактна жорсткість поверхні та радіус скруглення краю штампа. Задача зведена до інтегрального рівняння. Для його розв'язання застосовано метод дискретних особливостей. Проведено параметричний аналіз моделі.

Interaction of a rigid punch with the elastic semispace is considered. Finite contact stiffness and roundness of punch edges are taken into account. A singular integral equation derived is solved by the method of discrete singularities. A parametric study of the model is performed.

Введение. Задача о взаимодействии плоского штампа с полупространством (полуплоскостью) является классической задачей теории контактного взаимодействия [1-18]. Как известно [1-5, 7-12, 14], для случая прямолинейной формы активной части штампа (так называемый случай контакта тел „согласованной формы” [3]) на границе зон контактного сопряжения возникают особенности в распределении контактных давлений. Для случая контакта тел „несогласованной формы” [3] при известных ограничениях на геометрию поверхностей взаимодействующих тел [1, 4] контактное давление на границе области контакта обнуляется.

Описанные случаи являются модельными, т.к. речь идет о контакте гладких (без учета шероховатости поверхностного слоя) тел с номинальной (точной или некорректированной) геометрией. В то же время элементы реальных машиностроительных конструкций [5 - 7, 11-18] обладают вполне определенными конечными параметрами жесткости поверхностного слоя и радиусами скругления на границе области возможного контакта. Эти два фактора, взятые каждый в отдельности, приводят к существенному измене-

нию характера распределения контактных давлений. Из бесконечных они становятся на границе контакта конечными или нулевыми [1, 2, 5, 7, 9, 14, 15]. В то же время особый интерес представляет вопрос анализа совместного влияния данных факторов на характеристики распределения контактных зон и контактных давлений. Более того, для практики большое значение имеет решение обратной задачи, т.е. обоснование таких параметров контактной жесткости и радиуса скругления, которые приводили бы к требуемым (заданным) изменениям контактных зон и контактных давлений.

Учитывая, что аналитическое решение возникающей задачи затруднительно [1, 7], а численное решение при необходимости проведения многовариантных исследований достаточно ресурсозатратно, то представляет значительный интерес, актуальность и важность задача разработки и реализации оперативных и точных методов моделирования контактного взаимодействия плоского штампа с полупространством (полуплоскостью) с учетом конечной контактной жесткости и радиуса скругления края (кромки).

Постановка задачи. Целью настоящей работы является совершенствование методов численного моделирования взаимодействия плоского штампа с полупространством (полуплоскостью). С точки зрения физической постановки новыми элементами являются совместный учет конечной контактной жесткости в сопряжении «штамп – полупространство» (фактор $1 - \beta$) и конечного радиуса скругления на кромке штампа (фактор $2 - \alpha$). С точки зрения математической постановки предлагается применение достаточно эффективного метода сведения контактной задачи к интегральному уравнению [1]. С точки зрения дискретизации новизну составляет применение метода дискретных особенностей для решения сингулярных интегральных уравнений [19]. В дополнение к этому вводится обезразмеривание геометрических и физико-механических характеристик создаваемой модели, а также параметризация геометрической и численной моделей.

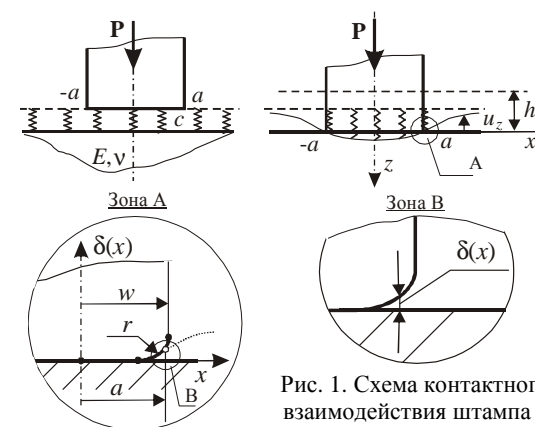


Рис. 1. Схема контактного взаимодействия штампа с полупространством

давлением и перемещениями представим в виде:

$$p(x) = p_0 - c[u_z(x) + \delta(x)], \quad (1)$$

где p_0 – некоторая константа; c – контактная жесткость; $u_z(x)$ – перемещение точек поверхности в зоне контакта; $\delta(x)$ – профиль штампа (см. рис. 1).

Как известно [3], в отсутствие трения контактные давления и перемещения на границе полупространства в зоне контакта $[-a, a]$ связаны сингулярным интегро-дифференциальным уравнением

$$\int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds = -\frac{\pi E}{2(1-\nu^2)} u_z'(x), \quad (2)$$

которое приводится только к искомому давлению (перемещение исключается):

$$\left| u_z'(x) = -\frac{1}{c} p'(x) - \delta'(x) \right| \Rightarrow \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)}{x-s} ds = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{c} p'(x) + \delta'(x) \right]. \quad (3)$$

Заменой

$$\begin{cases} x = at_0; \\ s = at; \end{cases} ds = adt \Rightarrow p'(t) = p'(s) \frac{ds}{dt} = ap'(s)$$

уравнение (3) приводится к интегрированию на интервале $[-1; 1]$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p(t)}{t_0-t} dt = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{1}{c \cdot a} p'(t_0) + \frac{E}{2(1-\nu^2)} \delta'(at_0). \quad (4)$$

От неизвестных давлений требуем выполнения условия

$$\int_{-1}^1 p(t) dt = \frac{P}{a}, \quad (5)$$

где P – усилие, приложенное к штампу.

Вводим параметр $\kappa = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{1}{c \cdot a}$ и получаем окончательную систему уравнений

$$\begin{cases} \kappa p'(t_0) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p(t)}{t_0-t} dt = g(t_0); \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p(t) dt = \frac{1}{\pi} \frac{P}{a}, \end{cases} \quad (6)$$

где $g(t_0) = -\frac{E}{2(1-\nu^2)} \delta'(at_0)$.

Для плоского штампа со скруглениями имеем

$$\delta'(x) = \begin{cases} 0, & |x| < w-r; \\ \frac{|x|-(w-r)}{\sqrt{r^2 - [x-(w-r)]^2}} \operatorname{sign}(x), & w-r \leq |x| \leq w, \end{cases}$$

где w – полуширина штампа; r – радиус скругления.

Видим, что в скруглении

$$\delta'(x) = \delta'\left(\frac{x}{w}\right) = \delta' \left(\frac{\frac{|x|}{w} - \left(1 - \frac{r}{w}\right)}{\sqrt{\left(\frac{r}{w}\right)^2 - \left[\frac{x}{w} - \left(1 - \frac{r}{w}\right)\right]^2}} \right) \operatorname{sign}\left(\frac{x}{w}\right);$$

$$\delta'(\varphi t_0) = \frac{|\varphi t_0| - (1-\alpha)}{\sqrt{\alpha^2 - [\varphi t_0 - (1-\alpha)]^2}} \operatorname{sign}(t_0),$$

где $\frac{r}{w}$ – безразмерный параметр, полностью характеризующий степень скругленности; $\varphi = \frac{a}{w}$ – неизвестное отношение ширины зоны контакта и ширины штампа ($a \leq w$).

Приближенное решение системы уравнений (6) с помощью квадратурных формул приводит к выражению

$$\begin{cases} \kappa p'(t_0^n) + \sum_{k=1}^N \frac{p(t_k^n) \sqrt{1-(t_k^n)^2}}{t_k^n - t_0^n} \cdot \frac{1}{n} = g(t_0^n), & j = \overline{1, n-1}; \\ \sum_{k=1}^N p(t_k^n) \sqrt{1-(t_k^n)^2} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{\pi} \frac{P}{a}. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь использованы квадратурная формула для сингулярного интеграла ([19])

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p_{2n}(t)}{t-t_0} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \sum_{k=1}^N \frac{p_{2n}(t_k^n)}{t_k^n - t_0} \cdot \frac{1}{n} + \frac{p_{2n}(t_0)}{T_n(t_0)} U_{n-1}(t_0) \quad (8)$$

в точках $t_0 = t_0^n$, $j = \overline{1, n-1}$ корней чебышевских полиномов T, U , и

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p_{2n-1}(t) \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \sum_{k=1}^N p_{2n}(t_k^n) \cdot \frac{1}{n} - \quad (9)$$

для регулярного.

Чтобы однозначно записать систему уравнений относительно n неизвестных узловых значений $\{p(t_k^n)\}_{k=1}^n$, необходимо выразить через них $p'(t_{0j}^n)$, $j = \overline{1, n-1}$.

Если искать приближенное решение как интерполяционный полином

$$p(t) \approx \sum_{k=1}^N l_{n-1,k}^I(t) \cdot p(t_k^n),$$

где $l_{n-1,k}^I(t) = \frac{T_n(t)}{T_n'(t_k^n) \cdot (t - t_k^n)}$, то

$$p'(t_{0j}^n) \equiv \sum_{k=1}^N \left(l_{n-1,k}^I(t) \right)' \Big|_{t=t_{0j}^n} \cdot p(t_k^n), \quad (10)$$

и для нахождения приближенных значений его производных нас интересуют коэффициенты

$$d_{jk} = \left(l_{n-1,k}^I(t) \right)' \Big|_{t=t_{0j}^n}; \quad (11)$$

$$\left(l_{n-1,k}^I(t) \right)' = \frac{T_n'(t)(t - t_k^n) - T_n(t)}{T_n'(t_k^n) \cdot (t - t_k^n)^2} = \frac{1}{n} (-1)^{j-k} \frac{\sqrt{1 - (t_k^n)^2}}{(t_{0j}^n - t_k^n)^2} =: d_{jk}. \quad (12)$$

Отсюда

$$p'(t_{0j}^n) = \sum_{k=1}^N d_{jk} \cdot p(t_k^n).$$

В итоге первое $(n-1)$ уравнение системы (7) можем записать как

$$\kappa \sum_{k=1}^N \frac{1}{n} (-1)^{j-k} \frac{\sqrt{1 - (t_k^n)^2}}{(t_{0j}^n - t_k^n)^2} p(t_k^n) + \sum_{k=1}^N \frac{p(t_k^n) \sqrt{1 - (t_k^n)^2}}{t_k^n - t_{0j}^n} \cdot \frac{1}{n} = g(t_{0j}^n), \quad j = \overline{1, n-1}.$$

Таким образом, получаем окончательно

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N \frac{1}{n} \sqrt{1 - (t_k^n)^2} \left\{ \kappa \frac{(-1)^{j-k}}{(t_{0j}^n - t_k^n)^2} + \frac{1}{t_k^n - t_{0j}^n} \right\} p(t_k^n) = g(t_{0j}^n), \\ \sum_{k=1}^N p(t_k^n) \sqrt{1 - (t_k^n)^2} \cdot \frac{1}{n} = \frac{1}{\pi} \frac{P}{a}, \end{array} \right. \quad (13)$$

что является разрешающей системой линейных алгебраических уравнений, состоящей из n уравнений с неизвестными узловыми значениями $\{p(t_k^n)\}_{k=1}^n$.

Данная система разрешающих уравнений имеет плотно заполненную матрицу коэффициентов. Для этой матрицы характерно (в силу особенностей дискретизируемых сингулярных уравнений [19]) диагональное преобладание. Таким образом, применение прямых и итерационных методов решения системы линейных алгебраических уравнений (13) не приводит к численной неустойчивости, хотя требует больших вычислительных затрат, т.к. получаемые матрицы являются матрицами общего вида.

Следует отметить, что получаемое решение будет распределением давлений при заданном φ , т.е. при определенной ширине зоны контакта. В целом же эта величина является неизвестной и находится путем интегрирования из условий обнуления распределения контактных давлений на краях зоны контакта, т.е. $p(\pm 1) = 0$.

Интерес представляет влияние указанных выше факторов на характер распределения контактных давлений. С этой целью вводятся безразмерные варьируемые параметры: $\alpha = \frac{r}{w}$; $\beta = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{1}{c \cdot w}$; $\gamma = \frac{P}{c w^2}$, где α описывает степень скругленности; β – относительную величину контактной жесткости, а γ – относительную интегральную нагруженность поверхности штампа.

Уравнения (13) приводим к виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta \frac{1}{\varphi} p'(t_0) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{p(t)}{t - t_0} dt = -\beta c w \delta'(\varphi t_0); \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 p(t) dt = \frac{1}{\pi} \frac{P}{a}. \end{array} \right. \quad (14)$$

Эту систему удобно разрешать относительно $\tilde{p}(t)$:

$$p(t) = \frac{P}{2w} \tilde{p}(t), \quad (15)$$

являющегося распределением концентрации контактных давлений.

Окончательная система

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta \frac{1}{\varphi} \tilde{p}'(t_0) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\tilde{p}(t)}{t - t_0} dt = -\frac{2\beta}{\gamma} \delta'(\varphi t_0); \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \tilde{p}(t) dt = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\varphi}, \end{array} \right. \quad (16)$$

решается численно описанным выше способом.

Численные результаты. Численное решение задачи контактного взаимодействия плоского штампа с полупространством обеспечивает воз-

возможность получения семейства распределений контактных давлений, в качестве параметров которых выступают контактная жесткость (или параметр β) и радиус скругления (или параметр α).

На рис. 2, 3 приведены некоторые характерные распределения относительных контактных давлений. Кроме того, представляется возможным построение обобщенных зависимостей характеристик контактных давлений (например, максимальных давлений p_{\max} как функции аргументов α, β), одна из которых приведена на рис. 4.

С учетом того, что для различных радиусов скругления и различных интегральных усилий внедрения штампа получается различная ширина контактной области $2a$, то при этом изменяется искомый характер распределения контактных давлений, удовлетворяющих системе уравнений (6). При этом также изменяются положения узлов дискретизации в формулах (8), (9). Таким образом, в ходе итерационного уточнения области контакта изменяется также и базис дискретизации. Однако для задачи с малыми относительными радиусами скругления данный эффект миграции узлов дискретизации (при достаточно большом их количестве) сказывается несущественно.

Заключение. Анализ представленных результатов дает основание сделать вывод о том, что каждый из варьируемых факторов (и контактная жесткость, и радиус скругления кромки) очень сильно влияет на распределение контактных давлений. Как и ожидалось, контактные давления на границе области контакта становятся конечными (нулевыми).

При увеличении жесткости контактного слоя и уменьшении радиуса

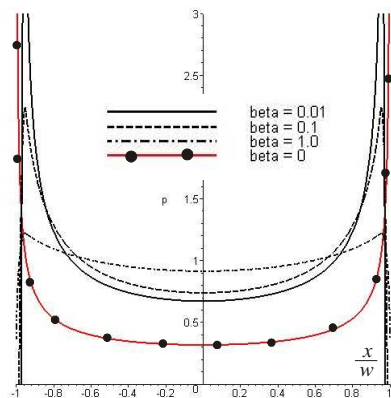


Рис.2. Распределение относительных контактных давлений при различной контактной жесткости; относительный радиус скругления равен 0.05, уровень нагрузки – 0.1

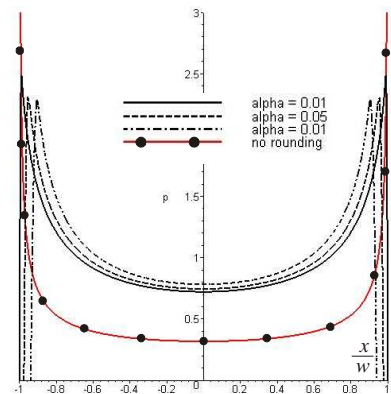


Рис.3. Распределение относительных контактных давлений при различной степени скругленности; уровень контактной жесткости 0.1, уровень нагрузки – 0.05

скругления кромки распределения контактных давлений стремятся к распределению в предельном случае. При этом такое стремление наблюдается по

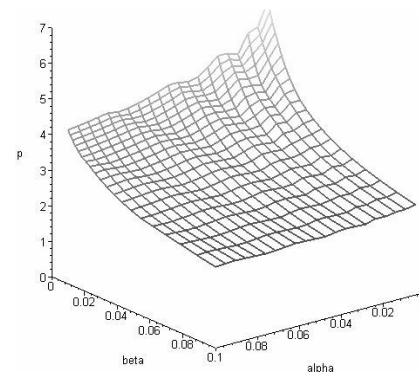


Рис.4. Зависимость максимальной концентрации контактных давлений от степени скругленности и контактной жесткости, уровень нагрузки – 0.05

любому произвольному пути в плоскости параметров (α, β) . В то же время существует качественная особенность по параметру α : при любом его ненулевом значении контактные напряжения на границе равны нулю, а при нулевом возможны 2 случая (конечность при $0 < c < \infty$ и стремление к бесконечности при $c \rightarrow \infty$).

Таким образом, если принять в качестве контролируемого параметра p_a значение контактного давления на границе области контакта, то для функции $p_a(\alpha, \beta)$ неприменим предельный переход по параметру α .

Упомянутая особенность в распределении p_a не присуща зависимости

$p_{\max}(\alpha, \beta)$. При этом полученная обобщенная зависимость дает возможность оперативного решения как прямой, так и обратной задачи (т.е. определение p_{\max} по заданным α, β , а также определение сочетаний α, β , соответствующих заданному p_{\max}). Если существует ограничение $p_{\max} \leq [p]$, где $[p]$ – некоторое заданное предельное значение контактных давлений, то оно в плоскости (α, β) определяет некоторую область K . В пределах этой области можно решать любую оптимизационную процедуру, в которой данное неравенство является ограничением.

Таким образом, предложенный полуаналитический метод моделирования контактного взаимодействия плоского штампа с полупространством (полуплоскостью) предоставляет в руки исследователя удобный, точный, экономичный инструмент анализа влияния факторов жесткости контактного слоя и радиуса скругления кромки на контактные давления, а также решение обратной задачи синтеза параметров по критерию ограничения контактного давления.

Поскольку никаких принципиальных ограничений на количество и природу варьируемых факторов не накладывалось, то предложенный подход естественным образом может быть обобщен на большее множество параметров. Потребуется только модификация выражений в исходном интегральном уравнении. При этом необходимо иметь в виду возможность появления особенностей в распределении контролируемых величин от варьируемых параметров в областях, примыкающих к координатным псевдоплоскостям или координатным псевдоосям, а также к „началу координат”.

В дальнейшем планируется применить предложенный подход к решению прикладных задач анализа контактного взаимодействия.

Список литературы: 1. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – М.: Наука, 1980. – 303 с. 2. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. – М.: Л.: Гостехиздат, 1949. – 272 с. 3. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 4. Развитие теории контактных задач в СССР / Под ред. Л. А. Галина. — М.: Наука, 1976. – 493 с. 5. Александров В.М., Чебаков М.И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 304 с. 6. Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. Основы теории упругого дискретного контакта. – Санкт-Петербург: Политехника, 2003. – 233 с. 7. Решетов Д.Н., Портман В. Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336с. 8. Механика контактных взаимодействий. / Отв. ред. И.И. Ворович, В.М. Александров – М.: Физматлит, 2001. – 672с. 9. Морозов Е.М., Зернин М.В. Контактные задачи механики разрушения. – М.: Машиностроение, 1999. – 544с. 10. Александров В.М., Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1986. –174 с. 11. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001. – 478 с. 12. Казаков К.Е. Плоские контактные задачи для тел с покрытиями переменной толщины // IX Всеросс. съезд по теоретич. и прикл. мех. Аннот. докл. Т.Ш (Нижегород, 22–28 августа 2006 г.). – Нижний Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та им. М.И. Лобачевского, 2006. – С.103. 13. Коваленко Е.В. Контактные задачи для тел с покрытиями. – М.: Физматлит, 2001. – С.459–475. 14. Крагельский И.В., Добычин М.Н., Камбалов В.С. Основы расчетов на трение и износ. – М.: Машиностроение, 1977. – 576 с. 15. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982. – 344 с. 16. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Глушкова Н.В. Об особенностях в угловых точках пространственных штампов в контактных задачах // Докл. АН СССР, 1981. – Т. 257, № 2. – С. 289-294. 17. Демкин Н.Б., Крагельский И.В. Предварительное смещение при упругом контакте твердых тел // Докл. АН СССР, 1969. – Т. 186, № 4. – С. 812-813. 18. Демкин Н.Б. Контактное трение шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 228 с. 19. Горячева И.Г. Плоские и осесимметричные контактные задачи для шероховатых упругих тел // Прикл. матем. и мех., 1979. – Т. 43. – Вып. 1. – С. 99-105. 20. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков: ХНУ, 2001. – 92 с.

Поступила в редколлегию 25.12.09

УДК 621.875:539.3

А.Ю. ТАНЧЕНКО, стажер-преподаватель каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ»

ДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА МОСТ ПЕРЕГРУЖАТЕЛЯ: ПОДХОДЫ И МОДЕЛИ

Стаття присвячена впровадженню методики врахування проблеми критичних швидкостей при дії періодичного циклічного навантаження на великогабаритні машинобудівні конструкції.

Article is devoted working out and the argument of technique for the account about-blemy critical speeds at periodic cyclic loading cart-operating on large-sized machine-building designs.

Введение. Некоторые современные машины представляют собой протяженные в пространстве конструкции, подверженные действию подвижной нагрузки. Это мостовые и козловые краны, перегружатели, грузоподъемные балки и т.д. В силу того, что массу силовых элементов проектанты стремятся уменьшить, а режимы эксплуатации – интенсифицировать, то создаются условия для возбуждения колебаний значительной величины, вызываемые именно подвижным характером нагрузки.

Действие подвижной нагрузки на различные конструкции является предметом исследований многих авторов [1-13]. К ней применялись различные подходы, методы составления и решения задач о реакции системы на подвижную нагрузку и, в частности, о величине критической скорости. В то же время необходимо отметить, что в целом авторы уделяли основное внимание решению задач для случаев, сводимых к модели стержня или арки. Затем основное влияние уделялось способу формирования уравнений и получения решения. В то же время для рассматриваемых в статье машиностроительных конструкций существует несколько факторов, требующих расширения данной модельной постановки:

- обычно силовые несущие элементы, воспринимающие подвижную нагрузку, представляют собой не просто балку, а довольно сложную пустотелую пространственную конструкцию, к тому же дополнительно усиленную внешними элементами (раскосами, подкосами, шпренгельной системой – рис. 1); в силу этого нельзя механически перенести модель упругого стержня на этот случай, а решение задачи для всей конструкции напрямую чрезвычайно сложно;

- при исследовании задачи о действии подвижной нагрузки на исследуемые машины необходимо учесть фактор утонения их элементов: например, для элементов перегружателей, работающих в агрессивных средах, утонение, вызываемое коррозией и механическим износом, в течение срока службы (расчетный – 25 лет) может достигать 20% номинальной толщины (причем эксплуатация машины по существующим нормам разрешается в полном объеме); в результате вместо исходной конструкции с ее жесткостными и инерционными параметрами в начальном состоянии необходимо исследовать ту же конструкцию, но с измененными распределениями этих характеристик, что может повлиять на решение поставленной задачи;

- традиционно машины проектируются по требованию максимальной нагрузочной способности, исходя из основных действующих в процессе эксплуатации нагрузок (так, для перегружателей – это вертикальные усилия от груза и грейферной тележки, см. рис.1); в то же время подвижный груз оказывает влияние и на колебания силовых элементов конструкции в горизонтальной плоскости, в которой жесткость может оказаться существенно ниже; таким образом, необходимо учесть и фактор неодинаковых свойств элементов исследуемых конструкций в различных направлениях;

- при исследовании модельных задач о действии подвижной нагрузки на балки и арки задаются тем или иным видом граничных условий, исходя из