

конструктивных особенностей опирания; следует отметить, что для реальных конструкций условия опирания формируются из условий сопряжения с другими элементами машины или с внешними опорными элементами; при этом обычно получаются не традиционные краевые условия (например, шарнирное опирание), а смешанные, содержащие, в том числе, и реакции сопряженных тел.

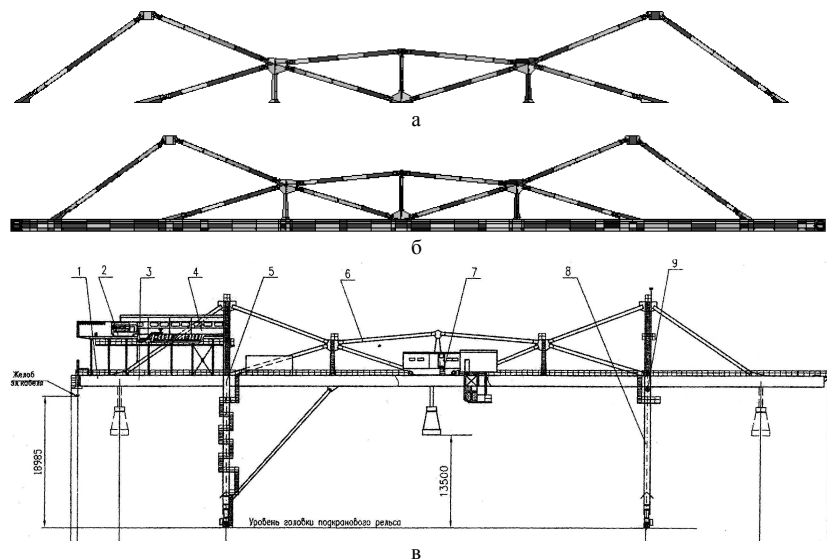


Рис. 1. Схема верхнего строения мостового перегружателя с номерами структурных элементов:

а – шпренгельная система (раскосы № 1-10), б – верхнее строение, в – схема перегружателя

(1 - главная балка, 2 – ремонтное помещение, 3 – ремонтная консоль, 4 - электропомещение, 5 – жесткая опора, 6 – шпренгельная система,

7 – перемещаемая грейферная тележка, 8 – гибкая (шарнирная) опора, 9 - шарнир)

Анализ перечисленных факторов позволяет заключить, что для решения задачи о действии подвижной нагрузки на крупногабаритные протяженные машиностроительные конструкции сложной структуры требуется предложить подход, позволяющий учесть данные потенциально важные факторы, а также предложить процедуру решения данной задачи.

Постановка задачи. С учетом высказанных выше аргументов рассмотрим задачу о действии подвижной нагрузки на стержень длиной L с неравномерно распределенными по длине изгибными жесткостями EI_z, EI_y , погонными массами M_{oy}, M_{oz} (рис. 2) и с упругим основанием с коэффициентом жесткости K_y, K_z . Этот стержень моделирует основную балку перегружателя (см. рис. 1), по которой перемещается грейферная тележка с грузом общей массой M_1 со скоростью v (см. рис. 2). Ставится задача сформировать разрешающие

уравнения движения, предложить метод их решения и анализа получаемых решений.

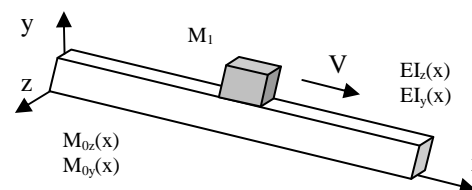


Рис. 2. Расчетная схема

Метод решения. Рассмотрим общий подход к составлению уравнений движения стержня [1, 2]. При этом для обозначения прогиба в направлении осей y, z сначала будем использовать ρ , а индексы в других параметрах введем позднее. Тогда [1-3]

$$\rho(x, t) = \int_0^l G(x, \xi, t) \{ gm\delta(x - vt) - m_0 \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}(\xi, t) - 2\varepsilon \frac{d\rho}{dt}(\xi, t) - k\rho(\xi, t) - \frac{d}{dt}(m\delta(x - vt) \frac{d\rho}{dt}) d\xi, \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения (с учетом направления осей); ξ – координата точки приложения груза; $G(x, \xi, t)$ – прогиб в точке x под действием единичной силы в точке ξ ; ε – коэффициент демпфирования;

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}(m\delta(x - vt) \frac{\partial \rho}{\partial t}) = m\delta(x - \xi) \left(\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 \rho}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \left(mv \frac{d\delta}{dx}(x - \xi) + \frac{dm}{dt} \delta(x - \xi) \right), \quad (3)$$

тогда, следуя [2], функцию прогиба будем искать в форме

$$y(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k(x) \cdot T_k(t), \quad (4)$$

причем функции $X_k(x)$ являются решениями однородного интегрального уравнения

$$X_k(x) - \omega_k^2 \int_0^l m_0 G(x, \xi, t) X_k(\xi) d\xi = 0, \quad (5)$$

где ω_k^2 – фундаментальные числа ядра $m_0 G(x, \xi, t)$. Уравнение (1) с учетом (4) и (5) запишем в виде:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{d^2 T_i}{dt^2} (\delta_{ik} + A_{ik}) + \frac{dT_i}{dt} (2\varepsilon_0 \delta_{ik} + B_{ik}) + [(\omega_i^2 + k_0) \delta_{ik} + c_{ik}] T_i = q_k. \quad (6)$$

В формуле введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= \alpha X_i(x) X_k(x), B_{ik} = \nu \alpha (X_k(x) X_i'(x) - X_i(x) X_k'(x)) + \frac{d\alpha}{dt} X_i(x) X_k(x); \\ c_{ik} &= \nu^2 \alpha X_k'(x) X_i'(x) + \frac{d(\alpha \nu)}{dt} X_i'(x) X_k(x); q_k = \frac{2q}{M_0 N_k} X_k(x), \\ \alpha &= \frac{2m}{M_0 N_k}, N_k = \frac{2}{l} \int_0^l X_k'(\xi) d\xi, \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{m_0}, k_0 = \frac{k}{m_0}, \delta_{ik} = \begin{cases} 0, i \neq k \\ 1, i = k \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Известны многие частные случаи данной задачи. В частности, согласно [2], для шарнирно опертой балки разрешающие уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} (1 + \alpha \sin^2 t) T_n'' + (2\varepsilon_0 + \frac{d\alpha}{dt} \sin^2 t) T_n' + (\omega^2 + k_0 - \lambda_n^2 \nu^2 \alpha \cos^2 t + \\ + \frac{1}{2} \lambda_n \frac{d(\nu x)}{dt} \sin 2t) T_n = \frac{2q}{M_0} \sin t, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\tau(t) = \lambda_n x(t), \nu = \frac{dx}{dt}, \alpha = \frac{2m}{M_0}. \quad (9)$$

Для случая движение нагрузки с постоянной массой и с постоянной скоростью ν вводятся новые переменные

$$\varphi = \lambda_n \nu t, 4\alpha = x, \varepsilon^* = \frac{\varepsilon_0}{\lambda_n \nu}, q^* = \frac{2q}{M_0 \lambda_n^2 \nu^2}. \quad (10)$$

Уравнение (1) запишется в форме:

$$(1 + 2\alpha - 2\alpha \cos 2\varphi) T_{\varphi\varphi}'' + 2\varepsilon^* T_{\varphi}' + (\Omega^2 - 2\alpha - 2\alpha \cos 2\varphi) T = q^* \sin \varphi. \quad (11)$$

Прежде всего, это уравнение, как указывалось раньше, допускает частное решение

$$T = q^* [(\Omega^2 - 1 - 4\alpha)^2 + 4\varepsilon^{*2}]^{-\frac{1}{2}} \sin(\varphi - \gamma), \operatorname{tg} \gamma = \frac{2\varepsilon^*}{\Omega^2 - 1 - 4\alpha}. \quad (12)$$

Пусть $\nu_{кр}(\alpha, k, \varepsilon)$ — значение скорости, при которой знаменатель дроби частного решения $T(\varphi)$ достигает минимального значения. Если пренебречь параметрами k и ε , то получим

$$\nu_{кр}(\alpha, 0, 0) = \lambda_n \left(\frac{EI}{m_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(1 + 4\alpha)^{1/2}}, \quad (13)$$

откуда видно, что критическая скорость существенным образом зависит от параметра массивности нагрузки [2].

По аналогии с формулой (13), находим критическую скорость в зависимости от параметров α и коэффициента упругости основания k . Она имеет вид [2]:

$$\nu_{кр}(\alpha, k, 0) = [m_0(1 + 4\alpha)]^{-\frac{1}{2}} (\lambda_n^2 EI + \lambda_n^{-2} k)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Скорость $\nu_{кр}(\alpha, k, 0)$ в зависимости от λ_n^2 достигает минимального значения при $\lambda_n^2 = (EI/k)^{\frac{1}{2}}$. Отсюда

$$\nu_{кр\min}(\alpha, k, 0) = \sqrt{2} \nu_{кр}(\alpha, 0, 0), \quad (15)$$

т.е. при одних и тех же значениях параметров учет упругости постели увеличивает критическую скорость, даже наименьшее ее значение в $\sqrt{2}$ раза больше критической скорости, вычисленной по формуле (13). Таким же образом найдена критическая скорость $\nu_{кр}(\alpha, k, \varepsilon)$, которая имеет вид [2]:

$$\nu_{кр}(\alpha, k, \varepsilon) = \nu_{кр}(\alpha, k, 0) \left[1 - \frac{2\varepsilon_0^2}{\lambda_n^2 (1 + 4\alpha)^2 \nu_{кр}^2(\alpha, k, 0)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Отсюда видно, что демпфирование ведет к возрастанию критической скорости.

Таким образом, в работах [1-13] описаны методы моделирования и приведены отдельные решения задачи о действии подвижной загрузки на стержень, в частности, для шарнирно опертой балки. Они могут служить опорными при построении моделей, адаптированных к решению задач для реальных конструкций. Перейдем к этому этапу исследований. Представим изгибную жесткость и коэффициент жесткости k в виде

$$EI = \operatorname{const} : \int_0^l |\rho_I(x) - \rho_{II}(x)| dx \rightarrow \min, \quad (17)$$

$$k = \operatorname{const} : \int_0^l |\rho_I(x) - \rho_{III}(x)| dx \rightarrow \min. \quad (18)$$

Здесь ρ_I - решение задачи изгиба для стержня с параметрами EI, k ; ρ_{II} - численное решение для изгиба балки, полученное при помощи метода конечных

элементов (МКЭ); ρ_{III} - численное решение для конечно-элементной модели реальной конструкции.

Таким образом, параметры EI , k определяются из условия минимума несоответствия результатов аналитического и численного моделирования. В результате получаем упрощенную стержневую модель, которая качественно и количественно в смысле критериев (17), (18) в наилучшей мере описывают реальную конструкцию. Это дает возможность применить в первом приближении эту модель для решения задачи моделирования изгиба при действии подвижной нагрузки в прямой постановке. Тогда с применением уравнений Инглиса-Болотина (11) можно провести прямое численное интегрирование уравнений (8), определив характер поведения решения как функции времени и пространственной координаты при различных значениях скорости движения v . С другой стороны, имеем оценочное значение $v_{кр}$ как опорное для определения рекомендаций по выбору параметров конструкции проектируемого мостового перегружателя.

Заключение. Предлагаемая методика позволяет учесть проблему критических скоростей на этапе проектирования либо модернизации машиностроительной конструкции. Заметим, что критические скорости не могут быть найдены непосредственно в инженерном программном комплексе, использующем МКЭ, и необходимо дополнительно использовать математические пакеты, оперируя с жесткостными параметрами модели конструкции.

Список литературы: 1. Болотин В.В. О воздействии подвижной нагрузки на мосты.— Труды МНИТ, вып. 74, Строительная механика и мосты, 1950. 2. Якушев Н. З. Динамика деформируемых систем под воздействием движущихся нагрузок, ч. 1. Балки, стержни и арки под действием подвижных нагрузок.— Сб.: Исследования по теории пластин и оболочек, № 8. Казань, Изд-во Казан. ун-та, 1972. 3. Болотин В. В. О критических скоростях подвижной нагрузки. Диссертация, МИИТ, 1950. 4. Болотин В.В. „О динамическом расчете железнодорожных мостов с учетом массы подвижной нагрузки“. Труды МИИТ, вып. 76, 1952. 5. Болотин В. В., Пановко Я.Г. Рецензия на книгу В. М. Мучникова „Некоторые методы расчета упругих систем на колебания при подвижной нагрузке“ (Госстройиздат, 1953). Известия АН СССР, ОТН, № 5, 1954. 6. Болотин В.В. „Задача о колебаниях мостов пол; действием подвижной нагрузки“ // Изв. АН СССР, ОТН. Мехка и машиностроение. — № 4. — 1961. 7. Болотин В.В., Гольденблат И.И., Смирнов А.Ф. Современные проблемы строительной механики. — М., 1964. 8. Бондарь Н.Г. Динамический расчет балок на движущуюся нагрузку // Сб. „Исследования по теории сооружений“.— Вып. 6. — 1954. 9. Бондарь Н.Г., Тимошенко В.В. Оценка влияния увеличения скорости движения поездов на динамику арочных мостов // Тр: Днепропетровского ин-та, инж. ж.-д. транспорта. — Вып. 31. — 1961. 10. Бондарь Н.Г. Решение задач нелинейных колебаний методом: переменного масштаба времени // Тр. Днепропетровск. ин-та инж. ж.-д. транс. — Вып. 38. — 1962. 11. Бондарь Н.Г., Денищенко Ю.Н. Применение метода переменного масштаба времени к решению задач о динамическом воздействии подвижной нагрузки на сооружения // Исследования по теории сооружений. — Вып. 14. — 1965. — С.73-91. 12. Бондарь Н.Г. Некоторые автономные задачи нелинейной механики. — Киев, 1969. 13. Булгаков А.И. Пространственная устойчивость нелинейно упругих балочных пролетных строений при действии подвижной периодической нагрузки // Научн. тр. Омского ин-та инж. ж.-д. транспорта. — 1969, Том 98.

Поступила в редколлегию 10.10.09

В.М. ШЕРЕМЕТ, асп. каф. ТММиСАПР,
М.А. ТКАЧУК, докт. техн. наук, проф., зав. каф. ТММиСАПР,
Т.О. ВАСИЛЬЄВА, асп. каф. ТММиСАПР, НТУ «ХПИ»

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ДЕТАЛЕЙ МАШИН З ДИСКРЕТНИМ ЗМІЦНЕННЯМ

Наведено результати дослідження машин, оброблених за допомогою технології дискретного зміцнення. Описані ефекти зміни деформованого та напруженого стану у приповерхневому шарі при дії навантаження. Визначені рекомендовані інтервали площі дискретного зміцнення.

Results of researches of machines manufactured by technology of discrete strengthening are presented. The effects of change of deformed and stressed state in near-surface layer on the action of loading are described. The recommended intervals of area of discrete strengthening are determined.

Вступ. Як відзначалося у роботах [1, 2], для обробки поверхні високонавантажених деталей машин успішно застосовується метод дискретного зміцнення. Він полягає у нанесенні дискретної множини зон з високолегованого матеріалу у приповерхневому шарі деталей. У роботах [1, 2] запропоновано методи і моделі для числового моделювання напружено-деформованого стану (НДС) таких деталей.

Метою даної роботи є визначення НДС конкретних деталей, оброблених за допомогою запропонованої технології.

Методи і моделі досліджень. Для проведення досліджень залучаються, як зазначалося раніше, розробки, описані у статтях [1, 2]. На першому етапі дослідження визначається характер НДС в області окремої дискретної зони зміцнення. На рис. 1 проілюстрована розрахункова схема для визначення осесиметричної картини НДС в області дискретнозміцненої зони (ДЗЗ), на рис. 2 – скінченно-елементна модель (СЕМ) з 1,5 млн. вузлів та 403 тис. елементів, що побудована для проведення досліджень.

Якісні картини компонент НДС при співвідношенні модулів пружності $\alpha_1 = E_1/E_4 = 1,2$; $\alpha_2 = E_2/E_4 = 1,1$; $\alpha_3 = E_3/E_4 = 1,0$; $\beta_1 = v_1/v_4 = 1,0$; $\beta_2 = v_2/v_4 = 1,0$; $\beta_3 = v_3/v_4 = 1,0$ наведені на рис. 3. Видно, що профіль деформованої поверхні сприятливий для роботи у процесі контактної взаємодії, оскільки при цьому контактний тиск перерозподіляється, збільшуючись в області легованого матеріалу та зменшуючись при віддаленні від нього. Враховуючи, що мікропрофіль поверхні в області ДЗЗ набагато якісніший, ніж в іншому спряженні (тобто основного матеріалу 4 на рис. 4), отримуємо ефект не тільки зміцнення, але й покращення умов тертя. Даний ефект, тут названий Δ -ефект, є відносно стабіль-

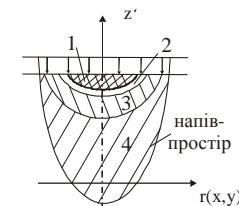


Рис. 1. Розрахункова схема для визначення НДС в області окремої дискретнозміцненої зони