ризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79. **10.** *Полищук Т.В.* Комплексные экспериментальные исследования макета механизма наклона технологической машины / Т.В. Полищук, Н.Н. Ткачук // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.26-33. **11.** *Дитрих Я.* Проектирование и конструирование: Системный подход / Я. Дитрих – М.: Мир, 1981. – 456 с. **12.** *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмель-блау. – М.: Мир, 1975. – 534 с. **13.** *Сеа Ж.* Оптимизация. Теория и алгоритмы / Ж. Сеа. – М.: Мир, 1973. – 244 с. **14.** *Лурье А.И.* Аналитическая механика / А.И. Лурье. – М.: Гл. ред. физмат. лит., 1961. – 824 с. **15.** *Лурье А.И.* Теория упругости / А. И. Лурье. – М.: Наука, 1970. – 940 с. **16.** *Артоболевский И.И.* Теория механизмов / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1965. – 776 с. **17.** *Ткачук Н.Н.* Особенности реализации кинематического метода расчета двухпараметрических передач / Н.Н. Ткачук // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2006. – Вып. 3. – С.133–151. **18.** *Васильев А.Ю.* Напружено-деформований стан просторових конструкцій: методи автоматизованого аналізу / Васильев А.Ю., Ткачук Н.Н., Головченко В.И. // Машинознавство. – 2006. – №1. – С.23-28. **19.** *Ткачук Н.Н.* Программный комплекс синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния звеньев двухпараметрических передач / Н.А. Ткачук // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Проблеми механічного приводу. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2007. – Вип. 21. – С.68–76. **20.** *Носко П.Л.* Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций / П.Л. Носко. – Луганск: Изд. Восточноукр. ун-та, 1999. – 392с. **21.** *Конечно-элементные* модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной [и др.] // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79.

Поступила в редколегію 04.04.11

УДК 539.3

А.Ю.ТАНЧЕНКО, мл. научн. сотр. каф. ТММиСАПР, НТУ „ХПИ",
А.Н. ТКАЧУК, аспирант каф. ДПМ, НТУ „ХПИ",
Ю.Б. ГУСЕВ, канд. техн. наук, гл. конструктор ОАО „Головной специализированный конструкторско-технологический институт", Мариуполь

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ УГОНЕНИЯ СТЕНОК

Запропоновано підхід до числового моделювання напружено-деформованого стану тонкостінних машинобудівних конструкцій з урахуванням стоншування силових елементів. Задача зводиться до розв'язання задачі чутливості. Варійованими параметрами є параметри відносного стоншування стінок досліджуваної металоконструкції.

Предложен подход к числовому моделированию напряженно-деформированного состояния тонкостенных машиностроительных конструкций с учетом утонения силовых элементов. Задача сводится к решению задачи чувствительности. Варьируемыми параметрами являются параметры относительного утонения стенок исследуемой металлоконструкции.

An approach to the numerical modelling of stress-strained state of thin-walled machine-building constructions is proposed taking into account thinning of power elements. A task is come to the solution of task of sensitiveness. The varied parameters are parameters of relative thinning of investigated metalware walls.

Введение. Исследованию напряженно-деформированного состояния крупногабаритных высоконагруженных конструкций с учетом их утонения

посвящено много работ [1-5]. В то же время предложенные в этих работах подходы и модели требуют при проведении многовариантных исследований больших затрат вычислительных ресурсов, поскольку предполагают прямое решение задачи анализа, например, с помощью метода конечных элементов (МКЭ), при различных сочетаниях степени утонения разных секций исследуемой конструкции. На практике такой подход приводит к лавинообразному росту вариантов расчетных схем с увеличением всего до нескольких десятков варьируемых толщин (т. е. степени их утонения). В связи с этим возникает задача создания более экономных схем численного моделирования напряженно-деформированного состояния подобного типа конструкций, что составляет цель исследований.

1. Общий подход к решению задачи. Рассматривается тонкостенная конструкция, которая занимает в пространстве область Ω. Последнюю можно представить в виде композиций тонкостенных поверхностных участков S_k, $k = 1,...,N$, на которые в направлении нормалей $\vec{n}_k$ в одну (или в две) сторону нарощен материал номинальной толщины h_k^0. Естественно, что при этом могут быть области интерференции I_{ij} и пустот Z_{ij} (рис. 1). Разрешение этих коллизий представляет отдельную задачу, которая может быть решена разными способами (www. ptc.com, www. ansys.com). Считаем, что эта часть задачи уже решена и в дальнейшем имеем дело с конечно-элементной Shell – моделью, у которой $S_k = \text{const}$, $k = 1,...,N$, $h_k = h_k(t)$.

В результате получаем систему разрешающих уравнений

$$K \cdot x = f, \tag{1}$$

где $K = K(h(t))$ – изменяемая при утонении во времени матрица жесткости конечно-элементного ансамбля: $h(t) = \{h_1(t)...h_N(t)\}^T$ – массив текущих толщин (для каждого участка S_k).

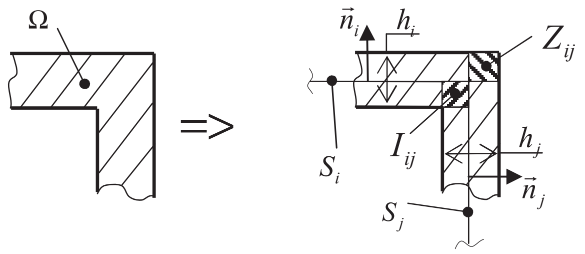

Рис. 1. Представление области Ω в виде подобластей S_k х h_k

Требуется:

1) установить характер изменения элементов $K(t)$ при малом изменении h;

2) определить решение x как функцию параметров h;

3) предложить алгоритм вычисления компонент напряженно-деформированного состояния исследуемой конструкции при произвольных изменениях степени утонения отдельных элементов конструкций.

2. Представление зависимости компонент матрицы жесткости конструкции от параметров утонения. Представим процесс утонения во времени t в виде:

$$h_k = h_k(0) - \Delta h_k(t) = h_k(0)\left(1-\alpha_k\right), \qquad (2)$$

где $\alpha_k = \dfrac{\Delta h_k(t)}{h_k(0)} \geq 0$ – относительное утонение листа k, соответствующее моменту времени t.

Тогда массив $\alpha(t) = \left\{\alpha_1 ... \alpha_N\right\}^T$ задает степень утонения всех элементов конструкции. Заметим, что при этом степень детализации (т. е. понятие «элемент») можно довести до уровня «конечный элемент».

Особенностью соответствующих конструкций (типа кранов, перегружателей, конвейеров) является устанавливаемая нормативно предельная величина α, как правило, $\alpha << 1$. В этом случае компоненты матрицы жесткости отдельных элементов k_e, соответствующие изгибной составляющей и плоскому напряженно-деформированному состоянию, представимы в виде:

$$k_e^{(изг)} = h_e^3 \cdot k_e^{\wedge}, \qquad (3) \qquad\qquad k_e^{(\text{пл})} = h_e \cdot k_e^{\sim}, \qquad (4)$$

где $k_e^{\wedge}$, $k_e^{\sim}$ – не зависящие от α_e величины [6, 7].

Тогда, удерживая только линейные члены в (3), (4), имеем:

$$k_e^{(изг)} = k_e^{\wedge} \cdot h_{0e}^3(1-3\alpha), \qquad (5) \qquad\qquad k_e^{(изг)} = k_e^{\wedge}\, h_{0e}^{\wedge}(1-\alpha). \qquad (6)$$

Соответственно, глобальная матрица жесткости представима в виде:

$$K \approx K_0 - K_0^{/}(\alpha), \qquad (7)$$

где $K_0 = K_0(h(0))$ – матрица жесткости конструкции в начальном состоянии; $K_0^{/}$ – матрица жесткости, составленная из утроенных компонент «изгибных» и одинарных – «плоских» компонент матрицы жесткости K_0.

Таким образом, $K_0 \neq K_0(\alpha), K_0^{/} = K_0^{/}(\alpha)$. При этом $K_0^{/}$ - положительно определенная симметричная матрица, элементы которой намного меньше компонент матрицы K_0.

3. Представление решения разрешающей системы уравнений в зависимости от параметров α. Решение системы уравнений (1)

$$x = K^{-1}f = (K_0 - K_0^{/})^{-1} f. \qquad (8)$$

Представим обратную матрицу в виде

$$(K_0 - K_0^{/})^{-1} \approx C + D. \qquad (9)$$

Тогда с учетом малости α, а, соответственно, компонент $K_0^{/}$ и D

$$E = (K_0 - K_0^{/})(K_0 - K_0^{/})^{-1} \approx K_0 C + (K_0 D - K_0^{/} C). \qquad (10)$$

Отсюда

$$C = K_0^{-1}; D = K_0^{-1} \cdot K_0^{/} \cdot K_0^{-1}. \qquad (11)$$

Таким образом, решение (8) представимо в виде

$$x(\alpha) = x(0) + K_0^{-1} K_0^{/} \cdot x(0) = (E + K_0^{-1} K_0^{/}) x(0). \qquad (12)$$

Эта запись аналогична соотношениям, получаемым при решени задачи чувствительности [8-10]. Однако в данном случае явно определены выражения для нахождения коэффициентов матрицы $K_0^{-1}K_0^{/}$, компоненты которой линейно зависят от компонент вектора α. Таким образом, $x(\alpha)$ является линейной формой от параметров α.

4. Алгоритм многовариантных исследований тонкостенных конструкций с учетом утонения стенок. С учетом (12) можно записать

$$x^{(p)} = x_0^{(p)} + \sum_{k=1}^{N} \rho_{кр} \alpha_к x^{(p)}_0, \ \forall p, \qquad (13)$$

где $\rho_{кр}\alpha_к$ – элементы матрицы $K_0^{-1}K_0^{/}$.

Таким образом, для организации многовариантных исследований напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций с учетом утонения стенок (т.е. при разных наборах α) можно использовать решение (13).

Коль скоро данные соотношения выведены из приближенных равенств, то их применение ограничено малыми α. С другой стороны, точность соотношений (13) хоть и может ухудшится с ростом α_k, однако тенденцию изменения компонент решения $x(\alpha)$ они будут отражать удовлетворительно. Поэтому, задавшись предельно допустимыми (нормативными) значениями α^*, можно по значениям точных решений при задании различных сочетаний $\alpha^{\sim} = \{0,...,\alpha^*,...,0\}$ получить соотношения для определения $\rho_{кр}^{\wedge}$:

$$\sum_{k=1}^{N} \rho_{кр}^{\wedge} \alpha_к x_0^{(p)} = x_*^{(p)} - x_0^{(p)}, \qquad (14)$$

где $x_* = \{x_*^{(p)}\}$ - точные решения системы уравнений (1) при $K = K(\alpha^{\sim})$.

Таким образом, получаем примерное решение в виде, аналогичном (13), но соответствующее большему диапазону изменения коэффициентов α_k.

Практичность предложенного подхода резко возрастает в случае, когда число уточняемых элементов исследуемой конструкции мало по сравнению с общим числом элементов. Это приводит к резкому уменьшению коэффициентов матрицы $\rho_{кр} \neq 0$. Соответственно, резко уменьшается количество требуемых решений системы уравнений (1) при пробных наборах $\alpha^{\sim}$.

В результате полученные соотношения для определения решения могут быть использованы для многовариантных расчетов напряженно-деформированного состояния при различных сочетаниях утонений стенок, без необходимости решения полной системы уравнений МКЭ (1). Это дает возможность оперативного решения следующих задач:

1) Параметрический анализ, например, определение зависимости максимальных напряжений или перемещений от параметров утонения α:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}(\alpha);\ \ w_{\max} = w_{\max}(\alpha). \tag{15}$$

2) Определение наиболее неблагоприятного сочетания $\breve{\alpha}$

$$\breve{\alpha} = \arg\max \sigma_{\max}(\alpha);\ \breve{\alpha} = \arg\max w_{\max}(\alpha). \tag{16}$$

3) Определения рационального набора карты перераспределения номинальных толщин элементов исследуемой конструкции:

$$h^* = \arg\min_h \max_\alpha \sigma_{\max}(h,\alpha); m = m(h) = const, \tag{17}$$

где $m = \sum S_k \cdot h_k \cdot \gamma$ - масса конструкции, элементы которой имеют плотность γ.

В данном случае путем варьирования α можно моделировать и естественный процесс утонения, например, вследствие коррозии металлоконструкции, и проектное варьирование толщин с целью оптимизации, и «восстановление» исходной конфигурации толщин по некоторой рациональной конечной путем задания отрицательных α (т.е. моделирование процесса утонения в обратном направлении).

Все описанные выше типы задач оперируют с параметрами α с точки зрения их апостериорного задания, поиска (путем прямого перебора или целенаправленного изменения с целью улучшения тех или иных характеристик) или определения неблагоприятных сценариев утонения. В этих задачах напряженно-деформированное состояние и утонение не являются связанными процессами. В то же время для ряда задач применима связанная постановка:

$$\dot{h} = \zeta(\sigma);\ h(0) = h_0;\ K(h)\cdot x(t) = f\ , \tag{18}$$

где $\zeta(\sigma)$ - функция, которая связывает скорость утонения с напряженно-деформированным состоянием.

Эту задачу также можно сформулировать в параметрах α:

$$\dot{h} = -\frac{\zeta(\sigma)}{h_0}; \alpha(0) = 0; K(\alpha)\cdot x(t) = f\ . \tag{19}$$

При этом на каждом этапе интегрирования по времени можно использовать предложенную в работе методику решения (с той лишь разницей, что α не задается, а определяется в процессе решения задачи).

Заключение. Предложенный в статье алгоритм численного моделирования напряженно-деформированного состояния элементов тонкостенных машиностроительных конструкций с учетом утонения использует линеаризацию матрицы жесткости по коэффициентам утонения. Отклик решения также линеаризуется, что дает преимущества при проведении многовариантных расчетов напряженно-деформированного состояния утоняемых конструкций. Предложен вариант использования линеаризованного представления отклика решения на более широкий диапазон изменения коэффициентов утонения.

В дальнейшем планируется применить предложенную методику к определению рациональных проектных параметров кранов, перегружателей, конвейеров и других машин, металлоконструкции которых утоняются в процессе эксплуатации в широких пределах.

Список литературы: 1. *Гусев Ю.Б.* К вопросу об оптимальном синтезе элементов мостовых перегружателей /Ю.Б. Гусев, А.Ю. Танченко // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 9. – С.43-66 **2.** *Гусев Ю.Б.* Обеспечение технического уровня сложных пространственных конструкций на основе моделирования физико-механических процессов на примере обоснования параметров мостового перегружателя / Ю.Б. Гусев, А.Ю. Танченко // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – № 14 – С.34-46 **3.** *Гусев Ю.Б.* Обґрунтування параметрів високонавантажених машин на основі моделювання напружено-деформованого стану з урахуванням деградації властивостей основних елементів / Ю.Б. Гусев, А.Ю. Танченко // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – № 19. – С.62-79 **4.** *Танченко А.Ю.* Связанная задача о напряженно-деформированном состоянии и коррозионном утонении тонкостенных элементов конструкций / А.Ю. Танченко // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. –№1 – С. 55-60 **5.** *Гусев Ю.Б.* Обгрунтування параметрів високонавантажених машин на основі моделювання напружено-деформованого стану з урахуванням деградації властивостей основних елементів: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.02.02 / Ю.Б. Гусєв; Голов. спец. конструкт.-технол. ін-т. — Маріуполь, 2009. — 20 с. **6.** *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Пер. с англ. под ред. Н.В. Баничука / Васидзу К. – М.: Мир, 1987. – 542с. **7.** *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. Перев. с англ. под ред. Б.Е. Победри./ О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 542. **8.** *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 536 с. **9.** *Самарский А.А.* Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с. **10.** *Форсайт Дж.* Машинные методы математических вычислений. / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

Поступила в редколлегию 22.09.10