

The paper deals with the problems related to modeling and numerical analysis of oscillations of nonlinear system with regard to equipment for winding of long-length thin products.

Введение. Моделирование и количественный анализ колебаний механических систем с односторонними упругими и подвижными фрикционными связями является одной из актуальных задач теории нелинейных колебаний [1, 2]. Различные аспекты данной задачи рассматривались и в прикладных работах, связанных с крутильными колебаниями катушек в машинах для производства многопроволочных витых изделий [3-6]. В работе [5] исследовано влияние собственных демпфирующих свойств системы и функции трения на вынужденные колебания приемной катушки намоточного станка. При этом рассматривался случай периодического импульсного возмущения. Не меньший практический интерес представляет теоретический анализ колебаний при других видах возмущений.

Цель настоящей работы – исследование влияния односторонней упругой связи на амплитуду крутильных колебаний приемной катушки намоточного станка при наличии гармонического возмущения.

Расчетная схема исследуемой механической системы с одной степенью свободы представлена на рис. 1. Это так называемая эквивалентная обращенная схема процесса перемотки, когда свободный конец изделия остается неподвижным, а приемная катушка совершает колебания около положения статического равновесия. Предполагается, что питающая катушка вместе с несущим валом представляют одно твердое тело, установленное на подшипниковых опорах с возможностью вращения.

Свободный отрезок намотанного на катушку длинномерного изделия представляет собой одностороннюю упругую связь. Для создания начального технологического натяжения изделия служит фрикционная муфта (подвижная фрикционная связь). Один из дисков фрикционной муфты установлен на валу двигателя и вращается с постоянной угловой скоростью ω_0 , другой диск установлен на валу катушки и вместе с ней может совершать крутильные колебания. Кулачковый механизм обеспечивает периодическое изменение натяжения упругой связи $\Delta_A(t)$.

На катушку действуют: $M_y = -F_y(\Delta) \cdot r$ – момент силы упругости (r – радиус намотки изделия на катушку), зависящий от деформации упругой связи Δ ; M_ϕ – момент трения со стороны подвижной фрикционной связи (далее предполагается постоянным по величине); $M_{mn} = -F_{mn} \cdot r$ – момент приведенной силы трения за счет рассеяния энергии в перематываемом изделии; M_{m6} – приведенный момент трения, за счет рассеяния энергии в опорном узле и катушке.

На основании анализа схемы по рис. 1 можно записать следующее дифференциальное уравнение колебаний катушки, а также функцию для определения переменного натяжения длинномерного изделия (сила упругости) при

УДК 621.778

В.Г. ХРОМОВ, д.т.н., зав. каф. технической механики и машиноведения СевНТУ, Севастополь;
О.В. ХРОМОВ, ассистент каф. автомобильного транспорта СевНТУ, Севастополь;
Р.В. КОВРЫЖЕНКО, магистрант СевНТУ, Севастополь

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕЛА С ОДНОСТОРОННЕЙ УПРУГОЙ И ПОДВИЖНОЙ ФРИКЦИОННОЙ СВЯЗЯМИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗМУЩЕНИИ

Розглядаються проблемні питання моделювання і числового аналізу коливань нелінійних систем в додатку до машин для перемотування довгомірних тонких виробів.

Рассматриваются проблемные вопросы моделирования и численного анализа колебаний нелинейных систем в приложении к машинам для перемотки длинномерных тонких изделий.

воздействии кинематического возмущения вида $\Delta_A(t) = a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)$:

$$J\ddot{\varphi} = M_y + M_0 - M_{mn} - M_{ms}$$

или

$$J\ddot{\varphi} = if \{ \varphi < 0, 0, -c \cdot r \cdot [r \cdot \varphi + a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)] \} + M_0 \cdot \text{sign}(\omega_0 - \dot{\varphi}) - r \cdot (B_{n1} \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) + B_{n2} \cdot \dot{\varphi} \cdot r + B_{n3} \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot r^2) - (C_1 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) + C_2 \cdot \dot{\varphi} + C_3 \cdot \text{sign}(\dot{\varphi}) \cdot \dot{\varphi}^2), \quad (1)$$

$$F_y(t) = if \{ \varphi < 0, 0, -c \cdot [r \cdot \varphi(t) + a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)] \}, \quad (2)$$

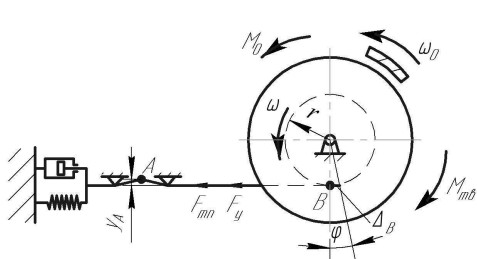


Рис. 1. Расчетная схема

где φ – угол отклонения катушки от состояния статического равновесия; $\dot{\varphi}$ – угловая скорость вращения; c – жесткость перематываемого изделия; ω_0 – угловая скорость вращения фрикционной муфты; B_{in} – коэффициенты трения перематываемого изделия; C_i – коэффициенты трения опорного узла с катушкой.

Рассмотрим пример системы со следующими характеристиками. Односторонняя упругая связь представляет собой тонкую стальную прядь конструкции (1+6+12) диаметром 1,02 мм. Начальное технологическое натяжение пряди равно $F_0 = 30$ Н. Питающая катушка с наружным диаметром 200 мм имеет стандартные размеры. Осевой момент инерции катушки с валом и намотанной прядью равен $J = 0,03$ кг·м², текущее значение радиуса сматывания $r = 0,045$ м, собственная частота крутильных колебаний катушки $k = 54,15$ с⁻¹ (или $n = 30k/\pi = 517$ об/мин), период собственных колебаний $T = 0,116$ с. Коэффициенты трения для упругой связи: $B_{1n} = 0,0034$, $B_{2n} = 7$; для опорного узла с катушкой: $B_{3n} = 172$, $C_1 = 5,697 \cdot 10^{-3}$, $C_2 = 0,152$, $C_3 = 0,087$. Значения указанных коэффициентов трения взяты из работы [5].

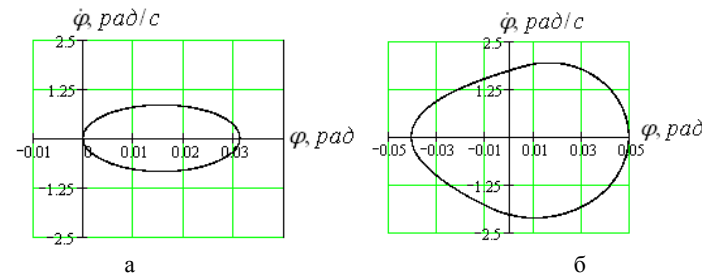
Численное решение уравнения (1) и построение необходимых графиков выполняли с использованием стандартного математического пакета при указанных выше исходных данных и различных значениях амплитуды кинематического возмущения a для двух вариантов математической модели трения:

- 1) модель, включающая комбинированные степенные функции трения с приведенными выше значениями коэффициентов B_{n1}, B_{n2}, B_{n3} и C_1, C_2, C_3 ;
- 2) упрощенная модель, включающая энергетически эквивалентные простые степенные функции трения с коэффициентами $B_{n2} = 7,7$ кг/с,

$C_2 = 0,22$ кг/с, $B_{n1} = B_{n3} = 0$, $C_1 = C_3 = 0$ [5].

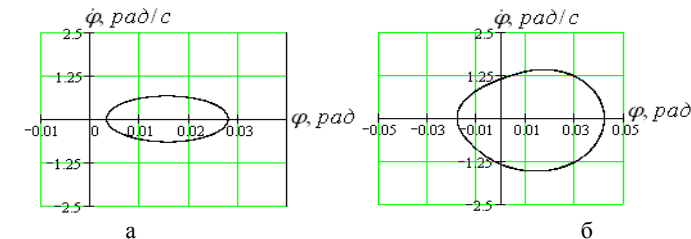
Результаты численного решения представлены на рис. 2, 3 в виде фазовых портретов. Видно, что при значении амплитуды кинематического возмущения $a = 1 \cdot 10^{-4}$ м фазовые портреты (рис. 2, а и рис. 3, а) имеют форму эллипса, т.к. угол поворота катушки в любой момент времени удовлетворяет условию $\varphi \geq 0$. Это значит, что длинномерное изделие в данном случае все время находится в растянутом состоянии и ведет себя как двухсторонняя упругая (линейная) связь.

Рис. 2. Фазовые портреты крутильных колебаний при линейной функции трения:
а – $a = 10^{-4}$ м, $z = 1$;
б – $a = 4,7 \cdot 10^{-4}$ м, $z = 0,755$



По мере дальнейшего увеличения амплитуды синусоидального возмущения, например, при $a = 4,7 \cdot 10^{-4}$ м угол поворота катушки может принимать отрицательные значения, в эти моменты времени натяжение становится равным нулю. Тогда перематываемое изделие начинает вести себя как односторонняя (нелинейная) упругая связь, и фазовый портрет приобретает более сложный, несимметричный вид (рис. 2, б и рис. 3, б).

Рис. 3. Фазовые портреты крутильных колебаний при комбинированной функции трения:
а – $a = 10^{-4}$ м, $z = 1$;
б – $a = 4,7 \cdot 10^{-4}$ м, $z = 0,66$



Необходимо отметить, что в приложении к рассматриваемой задаче наибольший практический интерес представляет не анализ крутильных колебаний катушки, а характер и амплитуда колебаний натяжения изделия F_y . Поэтому при построении амплитудно-частотной характеристики (зависимость коэффициента динамичности μ от параметра $z = \frac{\omega_1}{k} = \frac{n_1}{n}$) коэффициент динамичности в данной работе рассчитывается по формуле $\mu = F_{y, \max} / F_0$, где $F_{y, \max}$ – максимальное

значение амплитуды колебаний натяжения перематываемого изделия на осциллограмме, построенной согласно функции (2); F_0 – заданная величина среднего

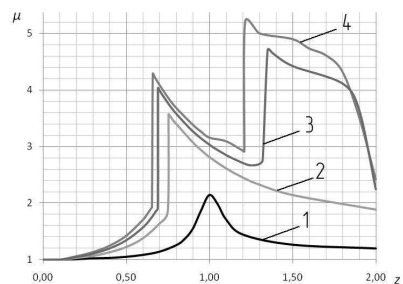


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика в случае простой функции трения:

1 – $a = 1 \cdot 10^{-4}$ м; 2 – $a = 4,7 \cdot 10^{-4}$ м;
3 – $a = 7 \cdot 10^{-4}$ м; 4 – $a = 8,6 \cdot 10^{-4}$ м

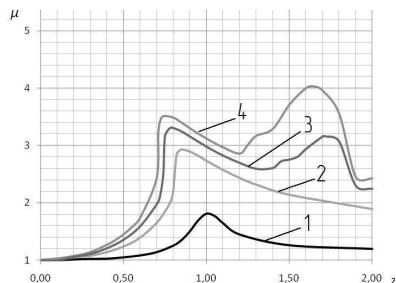


Рис. 5. Амплитудно-частотная характеристика в случае комбинированной функции трения:

1 – $a = 1 \cdot 10^{-4}$ м; 2 – $a = 4,7 \cdot 10^{-4}$ м;
3 – $a = 7 \cdot 10^{-4}$ м; 4 – $a = 8,6 \cdot 10^{-4}$ м

натяжения при отсутствии колебаний катушки. Ввиду нелинейного характера математической модели исследуемого процесса расчет натяжения $F_{y \max}$ и построение характеристик $\mu(z)$ также осуществляли на основе многократного численного решения дифференциального уравнения стационарных колебаний и последующего анализа расчетных осциллограмм при различных значениях варьируемых параметров a, z . Расчетные характеристики $\mu(z)$ для указанных выше исходных данных и моделей трения приведены на рис. 4, 5.

Видно, что форма амплитудно-частотных характеристик в силу нелинейности упругой связи существенно зависит от амплитуды синусоидального кинематического возмущения. При $a = 10^{-4}$ м, как и следовало ожидать, характеристика имеет традиционный вид с одним максимумом при $z = 1$, поскольку упругая связь в этих условиях имеет линейный характер. По мере увеличения амплитуды возмущения a упругая связь становится нелинейной. При этом зона экстремума смещается влево, и при $a > 5 \cdot 10^{-4}$ м графики АЧХ раздваиваются – появляются две зоны резкого повышения амплитуды колебаний натяжения.

Из графиков также видно, что две указанные выше энергетически эквивалентные функции трения дают различные значения амплитуды колебаний исследуемой системы. При этом относительная разница расчетных амплитуд в околорезонансных зонах может составлять (10 – 30) %.

Вывод. При проектировании механических систем с односторонними упругими связями необходимо учитывать, что собственная частота колебаний является переменной величиной и существенно зависит от амплитуды возмущения. При увеличении интенсивности возмущения выше некоторого порогового значения на амплитудно-частотной характеристике исследуемой системы может появ-

ляться два экстремума со скачкообразными участками. Можно предположить, что в зонах скачкообразного изменения АЧХ система становится неустойчивой. Это и является предметом дальнейших исследований.

Список литературы: 1. Каудерер Г. Нелинейная механика / Г.Каудерер. – М.: Изд. Иностранной лит-ры. – 1961. – 778 с. 2. Крагельский И.В. Фрикционные автоколебания / И.В.Крагельский, Н.В.Гитис. – М.: Наука, 1987. – 181 с. 3. Бохонский А.И. Колебания катушек в канатовьюющих машинах / А.И. Бохонский, Е.В. Хромов // Динамика и прочность машин. Вестник НТУ ХПИ – Харьков, 2001. – №25. – С. 53 – 56. 4. Хромов Е.В. Компьютерный анализ процесса колебаний технологического натяжения элементов каната при свивке / Е.В.Хромов, О.В.Хромов // Стальные канаты: сборник научных трудов. – Одесса, 2008. – №6. – С. 202 – 208. 5. Хромов О.В. Моделирование вынужденных колебаний технологического натяжения длинномерного изделия в процессе перематки с учетом демпфирующих свойств исследуемой системы / О.В.Хромов // Вісник СевНТУ: механіка, енергетика, екологія. – Севастополь: вид-во СевНТУ, 2010. – Вып. 110. – С. 175 – 178. 6. Хромов В.Г. Нестационарные колебания катушки намоточного станка с нелинейными характеристиками внутреннего демпфирования / В.Г.Хромов, О.В.Хромов // Вісник НТУ «ХПИ». – Харків: НТУ «ХПИ». – 2011. – №22. – С. 141 – 146.

Поступила в редколлегию 30.01.2012