Висновки. Кафедра "Опір матеріалів" пройшла шлях еволюції досліджень від експериментальної та будівельної до обчислювальної механіки машин. Традиції наукової діяльності та вивчення механіки, закладені видатними вченими-педагогами, продовжуються та находять втілення в новітніх перспективних напрямках сучасної механіки та технологій.

Список літератури: 1. Харьковский политехнический институт. 1885–1985: история развития; Отв. ред. Н.Ф. Киркач. – Х. : Вища школа, 1985. – 223 с.. 2. Чеканов А. А. Виктор Львович Кирпичев / А.А. Чеканов. М.: Наука, 1982. – 173 с.. 3. Кирпичев В. Л. Сопротивление матеріалов. Ученіе о прочности построек и машин. Ч. 1 / В.Л. Кирпичев. - Харьков : Типографія Адольфа Дарре, 1898. – 323 с.. 4. 2-й Съезд русских деятелей по техническому и профессиональному образованию в России / Под ред. Д.С. Зернова, С.П. Ланговаго. – Москва: Типо-Лит. И. Д. Худякова, 1898. – 131 с. 5. Назаренко С. А. Основные работы профессора Д. С. Зернова / С. А. Назаренко, В. Л. Хавин, Н. В. Непран, Л. П. Семененко / Вісник НТУ «ХПИ». Тем. вип. : Машинознавство та САПР. – Х. : НТУ «ХПІ». – № 51. – 2011.– С. 16–23. 6. Сопротивление материалов: лекции, читан. проф. Д. С. Зерновым / Д. С. Зернов. – Харьков: Тип. и лит. М. Зильберберг и С-вья, 1902. — 479 с. 7. Галеркин Б. Г. Развитие строительной механики в СССР / Б.Г. Галеркин / Математика и естествознание в СССР. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1938. 8. Вовкотруб Ю.М. Історія розвитку прикладної механіки в Україні в XIX – першій чверті XX ст.: дис. ...канд. іст. наук : 07.00.07 / Ю. М. Вовкотруб – К., 2006. – 179 с. 9. История Харьковского технологического института в лицах. [Електронний pecypc]. – Режим доступу: http://library.kpi.kharkov.ua/ PREPODAVATELY/PR\_% D0% 9B.html. 10. Obreimoff J. W. The Splitting Strength of Mica / Obreimoff J. W. / Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Vol. CXXVII. № 804. – Р. 290-297. 11. Морачковский О. К. Инфиз: очерки истории творчества / О. К. Морачковский. - Х.: ЭнергоКлуб Украины, 2005. - 372 с.

Надійшла до редколегії 12.02.13

## УДК 539.3

*Л.А. ПАРХОМЕНКО*, ст. препод. каф. "Высшая математика", Харьковский гос. ун-т питания и торговли, Харьков; *Е.И. ЗИНЧЕНКО*, к.т.н., доц., доц. каф. ТММиСАПР, НТУ "ХПИ"

## АНАЛИЗ ДИФФУЗИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛОСКОЙ МЕМБРАНЕ РЕАКТОРА ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА СИНТЕТИЧЕСКОГО ГАЗА

Розглянуто задачу дифузії вакансій кисню у плоскій мембрані реактора для виробництва синтетичного газу. Моделлю плоскої мембрани є тонка кругла пластина в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Отримано аналітичний розв'язок для визначення концентрації вакансій кисню та дифузійних напружень, беручи до уваги хімічне поверхневе масоперенесення. Розглянуто чисельний приклад з двома типами граничних умов.

Ключові слова: дифузійне напруження, трубчаста мембрана, реактор, киснева нестехіометрія, хімічне поверхневе масоперенесення, концентрація вакансій кисню

Рассмотрена задача диффузии вакансий кислорода в плоской мембране реактора для производства синтетического газа. Моделью плоской мембраны является тонкая круглая пластина в условиях обоб-

© Л.А. Пархоменко, Е.И. Зинченко, 2013

щенного плоского напряженного состояния. Получено аналитическое решение для определения концентрации вакансий кислорода и диффузионных напряжений с учетом химического поверхностного массопереноса. Рассмотрен численный пример с двумя типами граничных условий.

Ключевые слова: диффузионное напряжение, трубчатая мембрана, реактор, кислородная нестехиометрия, химический поверхностный массоперенос, концентрация вакансий кислорода

Diffusion of oxygen vacancies in a planar membrane of reactor for production of synthesis gas has been considered. A planar membrane has been modeled as the thin round plate under conditions of the generalized plane stress. Analytical solution with determination of oxygen vacancies concentration and diffusion induced stresses has been obtained taking into account chemical surface exchange. Numerical example with the two types of the boundary conditions has been considered.

Keywords: diffusion induced stress, tubular membrane, reactor, oxygen nonstoichiometry, chemical surface exchange, concentration of oxygen vacancies

Введение. Среди вопросов, относящихся к разработке альтернативных источников энергии, важное место занимает проблема долговечности мембраны реактора для производства синтетического газа [1, 2]. В связи с этим появляется задача анализа диффузионных напряжений в трубчатых и плоских мембранах реактора, возникающих при транспортировке кислорода. Исследования химически наведенных напряжений в трубчатых мембранах с учетом поверхностного массопереноса выполнены недавно в работах [3-5]. На этом пути установлено согласование результатов, полученных аналитически и численно. К тому же проведенные исследования подчеркивают нереалистичность численных результатов, представленных в работе [6]. К сожалению, в литературе отсутствуют исследования диффузионных напряжений в плоских мембранах реактора для производства синтетического газа с учетом поверхностного массопереноса. Данная публикация восполняет этот пробел.

**1.** Задача диффузии. Плоская мембрана реактора рассматривается как тонкая круглая пластина с радиусом внешнего контура *a* и толщиной *h*. Концентрация вакансий кислорода в мембране C = C(z,t) предполагается зависящей только от осевой координаты *z* в направлении толщины и времени *t*. Мембрана реактора изготовлена из перовскита, являющегося хорошим проводником ионов кислорода. Предполагается, что вакансии кислорода мигрируют с поверхности мембраны z = h/2, контактирующей с газом (аргон, гелий, вакуум и т.п.), вглубь пластины к ее поверхности z = -h/2, контактирующей с воздухом. Концентрация вакансий кислорода удовлетворяет дифференциальному уравнению Фика второго рода [7]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, z \in (-h/2, h/2), t > 0, \qquad (1)$$

при следующих начальном и граничных условиях:

$$C(z,0) = C_0, \ z \in (-h/2, h/2)$$
(2)

131

$$C = C_1, \ z = -h/2, \ t > 0; \quad D\frac{\partial C}{\partial z} = -\beta(C - C_2), \ z = h/2, \ t > 0,$$
(3)

ISSN 2079-0775. Вісник НТУ «ХПІ». 2013. № 23 (996)

И

где D – химический коэффициент диффузии,  $C_0$  – начальное значение концентрации вакансий кислорода,  $\beta$  – химический коэффициент поверхностного массопереноса,  $C_2$  – значение концентрации вакансий кислорода в равновесии на поверхности пластины, контактирующей с газом, и  $C_1$  – значение концентрации вакансий кислорода на поверхности, контактирующей с воздухом.

Введем функцию

$$C^* = C - C_0. (4)$$

Функция  $C^*(z,t)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial C^*}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C^*}{\partial z^2}, \ z \in (-h/2, h/2),$$
(5)

а также начальному и граничным условиям

$$C^{*}(z,0) = 0, \ z \in (-h/2, h/2);$$
 (6)

И

$$D\frac{\partial C^{*}}{\partial z} = -\beta(C^{*} + C_{0} - C_{2}), \ z = h/2, \ t > 0.$$
(7)

Получим аналитическое решение начально-краевой задачи (5)-(7), из которого с помощью (4) находится решение задачи диффузии (1)-(3).

 $C^* = C_1 - C_0, \ z = -h/2, \ t > 0;$ 

Применяя преобразование Лапласа к обеим частям уравнения (5), сначала получим вспомогательное уравнение относительно изображения  $\overline{C}^*(z, p)$ :

$$\frac{\partial^2 \overline{C}^*}{\partial z^2} = q^2 \overline{C}^*, \ z \in (-h/2, h/2),$$
(8)

где  $q^2 = p/D$ .

Изображения условий (7) имеют вид

$$\overline{C}^{*} = \frac{\Delta_{1} - \Delta_{0}}{q^{2}D}, \ z = -h/2, \ t > 0; \ D\frac{\partial \overline{C}^{*}}{\partial r} = -\beta \left(\overline{C}^{*} + \frac{C_{0} - C_{2}}{q^{2}D}\right), \ z = h/2, \ t > (9)$$

Решение уравнения (8) находим в виде:  $\overline{C}^* = A e^{qz} + B e^{-qz}$ . Константы *А* и *В* подбираются таким образом, чтобы функция  $\overline{C}^*$  удовлетворяла услови-ям (9). Окончательно получим:

$$\overline{C}^* = \frac{1}{2p \ \Delta} \left\{ \left[ (C_1 - C_0)(Dq - \beta) e^{-\frac{qh}{2}} + \beta (C_2 - C_0) e^{\frac{qh}{2}} \right] e^{qz} + \right\}$$

$$+\left[\left(C_1-C_0\right)\left(Dq+\beta\right)e^{\frac{qh}{2}}-\beta\left(C_2-C_0\right)e^{-\frac{qh}{2}}\right]e^{-qz}\right],$$

где  $\Delta = Dq \operatorname{ch}(qh) + \beta \operatorname{sh}(qh)$ .

Используя равенство (4), свойства преобразования Лапласа и теорему обращения, получим выражение для концентрации C(z,t):

$$C(z,t) = C_0 + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \exp(\lambda t) \overline{C}^*(z,\lambda) d\lambda, \qquad (10)$$

где *i* – мнимая единица. Интеграл берется по прямой, параллельной мнимой оси и лежащей справа от нее на расстоянии  $\gamma$ . Величина  $\gamma$  предполагается настолько большой, чтобы все особые точки подынтегральной функции лежали слева от прямой.

Подынтегральная функция является однозначно определенной по  $\lambda$  и имеет простые полюса при  $\lambda = 0$  и  $\lambda = -D\alpha_n^2$ , где  $\alpha_n (n = 1, 2, ...)$  – простые вещественные (положительные) корни уравнения  $\beta tg(\alpha h) = -D\alpha$  [8].

Воспользовавшись теоремой Коши о вычетах, (10) перепишем в виде:

$$C(z,t) = C_0 + \operatorname{Res}_{\lambda=0} \left[ \exp(\lambda t) \overline{C}^*(z,\lambda) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Res}_{\lambda=-D\alpha_n^2} \left[ \exp(\lambda t) \overline{C}^*(z,\lambda) \right].$$
(11)

Вычисляя вычеты в соответствующих полюсах, получим

$$\operatorname{Res}_{\lambda=0} \left[ \exp(\lambda t) \overline{C}^{*}(z,\lambda) \right] = \frac{2\beta z (C_{2} - C_{1}) + \beta h (C_{1} + C_{2} - 2C_{0}) + 2D(C_{1} - C_{0})}{2(D + \beta h)};$$
  
$$\operatorname{Res}_{\lambda=-D\alpha_{n}^{2}} \left[ \exp(\lambda t) \overline{C}^{*}(z,\lambda) \right] = \frac{2e^{-D\alpha_{n}^{2}t} F(\alpha_{n},z)}{\alpha_{n} \left[ (D + h\beta) \cos\left(\alpha_{n}h\right) - D\alpha_{n}h \sin\left(\alpha_{n}h\right) \right]}, n = 1, 2, ...,$$

где фукция

$$F(\alpha_n, z) = \left[ (C_2 + C_1 - 2C_0)\beta \sin\frac{\alpha_n h}{2} + D\alpha_n (C_1 - C_0) \cos\frac{\alpha_n h}{2} \right] \cos(\alpha_n z) + \left[ D\alpha_n (\Delta_1 - \Delta_0) \sin\frac{\alpha_n h}{2} + (\Delta_2 - \Delta_1)\beta \cos\frac{\alpha_n h}{2} \right] \sin(\alpha_n z).$$
(12)

Окончательный результат для концентрации вакансий кислорода в плоской мембране реактора получаем из (11) в виде:

$$C(z,t) = \frac{[2D + \beta(h - 2z)]C_1 + \beta(h + 2z)C_2}{2(D + h\beta)} + \frac{(2D + \beta(h - 2z))C_2}{2(D + h\beta)} + \frac{(2$$

ISSN 2079-0775. Вісник НТУ «ХПІ». 2013. № 23 (996)

133

$$+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-D\alpha_n^2 t}F(\alpha_n,z)}{\alpha_n\left[(D+h\beta)\cos(\alpha_n h)-D\alpha_n h\sin(\alpha_n h)\right]}.$$
(13)

**2.** Задача о напряженном состоянии. Рассмотрим основные уравнения, позволяющие найти диффузионные напряжения в плоской мембране при транспортировке кислорода. Начальное состояние плоской мембраны считаем ненапряженным. Мембрана в виде тонкой круглой пластины анализируется в цилиндрической системе координат  $(r, \theta, z)$  в условиях обобщенного плоского напряженного состояния и симметрии относительно оси z. Здесь r – радиальная координата,  $\theta$  соответствует окружному направлению, z – осевая координата в направлении толщины мембраны. Рассматриваются две ненулевых компоненты напряжений  $\sigma_r, \sigma_{\theta}$  и две компоненты деформаций  $\varepsilon_r, \varepsilon_{\theta}$ .

Компоненты деформаций представим в виде суммы упругих и диффузионных составляющих:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^d; \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^d.$$
 (14)

Компоненты упругой деформации определяются обобщенным законом Гука для изотропных материалов:

$$\varepsilon_r^e = \frac{1}{E} \left( \sigma_r - \nu \sigma_\theta \right); \ \varepsilon_\theta^e = \frac{1}{E} \left( \sigma_\theta - \nu \sigma_r \right), \tag{15}$$

где *E* – модуль упругости, *v* - коэффициент Пуассона. Диффузионные составляющие деформаций определяются как

$$\varepsilon_r^d = \varepsilon_\theta^d = A(C - C_0) , \qquad (16)$$

где *А* – коэффициент химического расширения. Подставляя (15) и (16) в равенства (14), получаем

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \left( \sigma_r - \nu \sigma_\theta \right) + A(C - C_0); \ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} \left( \sigma_\theta - \nu \sigma_r \right) + A(C - C_0) \ . \tag{17}$$

Из соотношений (17) находим

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2} \left( \varepsilon_r + \nu \varepsilon_\theta \right) - \frac{AE(C - C_0)}{1 - \nu}; \sigma_\theta = \frac{E}{1 - \nu^2} \left( \varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_r \right) - \frac{AE(C - C_0)}{1 - \nu}.$$
 (18)

Напряжения в плоской задаче удовлетворяют уравнению равновесия

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_r}{\mathrm{d}r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0.$$
 (19)

Кинематические зависимости в плоской задаче можно представить как

$$\varepsilon_r = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r},$$
(20)

ISSN 2079-0775. Вісник НТУ «ХПІ». 2013. № 23 (996)

134

где *и* – радиальное перемещение.

Подставляя выражения для напряжений (18) в уравнение (19), приходим к уравнению

$$\frac{1}{1-\nu} \left( \frac{\mathrm{d}\varepsilon_r}{\mathrm{d}r} + \nu \frac{\mathrm{d}\varepsilon_\theta}{\mathrm{d}r} \right) + \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_\theta}{r} = 0.$$
 (21)

Подставляя далее выражения (20) для деформаций в соотношение (21), получим

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0.$$
 (22)

Интегрируя разрешающее уравнение плоской задачи (22), находим

$$u = c_1 r + \frac{c_2}{r} \,. \tag{23}$$

Поскольку перемещение в центре пластины должно быть конечным, то  $c_2 = 0$ . Поэтому из (23)

$$u = c_1 r . (24)$$

Константа  $c_1$  в выражении (24) будет определена ниже с помощью граничного условия при r = a.

Далее, используя соотношения (20) и (24), из (18) находим напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$ . Таким образом, имеем

$$\sigma_r = \sigma_{\theta} = \frac{E}{1 - \nu} \left[ c_1 - A \left( C - C_0 \right) \right].$$
<sup>(25)</sup>

Следовательно, в плоской мембране реактора радиальное напряжение равно окружному напряжению, и они зависят только от осевой координаты *z* и времени.

Рассчитаем распределение диффузионных напряжений в плоской мембране в двух следующих случаях закрепления внешнего контура мембраны.

1. Предполагаем отсутствие перемещения в радиальном направлении для внешнего контура мембраны, т.е.  $u|_{r=a} = 0$ . В этом случае имеем u = 0,  $0 \le r \le a$ , поэтому выражение (25) для напряжений с учетом  $c_1 = 0$  принимает вид:  $\sigma_r = \sigma_{\theta} = -\frac{AE(C - C_0)}{1 - \nu}$ , или после подстановки выражения (13) для концентрации получим

$$\sigma_{r} = \sigma_{\theta} = -\frac{AE}{1-\nu} \left\{ \frac{\left[2D + \beta(h-2z)\right]C_{1} + \beta(h+2z)C_{2}}{2(D+h\beta)} - C_{0} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-D\alpha_{n}^{2}t} F(\alpha_{n}, z)}{\alpha_{n}\left[(D+h\beta)\cos(\alpha_{n}h) - D\alpha_{n}h\sin(\alpha_{n}h)\right]} \right\}.$$
(26)

Отметим, что функция  $F(\alpha_n, z)$  в (26) определяется равенством (12).

2. Внешний контур мембраны r = a свободен от усилий, т.е.

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz = 0$$

Применяя последнее условие к выражению (25), находим  $c_1 = A \overline{\Delta C}$ . Здесь введено обозначение для среднего значения концентрации по толщине

$$\overline{\Delta C} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} (C - C_0) dz \,.$$
<sup>(27)</sup>

Тогда выражение (25) для напряжений принимает вид

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{AE}{1-\nu} \left[ \overline{\Delta C} - (C - C_0) \right]. \tag{28}$$

Выполняя интегрирование в (27) с учетом (13), имеем

$$\overline{\Delta C} = \frac{\left[2D(C_1 - C_0) + \beta h(C_1 + C_2 - 2C_0)\right]}{2(D + \beta h)} - \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-D\alpha_n^2 t} G(\alpha_n)}{\alpha_n^2 \left[(D + h\beta)\cos(\alpha_n h) - D\alpha_n h\sin(\alpha_n h)\right]},$$
(29)

где 
$$G(\alpha_n) = 2\beta (C_1 + C_2 - 2C_0) \sin^2 \frac{\alpha_n h}{2} + \alpha_n D (C_1 - C_0) \sin(\alpha_n h).$$
 (30)

Окончательное выражение для напряжений получим, подставив в (28) выражение (29), т.е.

$$\sigma_{r} = \sigma_{\theta} = \frac{AE}{1 - \nu} \left\{ \frac{\beta z (C_{1} - C_{2})}{D + \beta h} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-D\alpha_{n}^{2}t} \left[ F(\alpha_{n}, z) + \frac{1}{h\alpha_{n}} G(\alpha_{n}) \right]}{\alpha_{n} \left[ (D + h\beta) \cos(\alpha_{n}h) - D\alpha_{n}h \sin(\alpha_{n}h) \right]} \right\}, \quad (31)$$

где функции  $F(\alpha_n, z)$  и  $G(\alpha_n)$  определены равенствами (12) и (30) соответственно.

**3.** Кислородная нестехиометрия. Химическая формула перовскита записывается в общем виде как MN  $O_{3-\delta}$ , где M и N – катионы, O – анионы кислорода, и  $\delta$  – кислородная нестехиометрия. Последнюю можно представить как

$$\delta = C V_m, \qquad (32)$$

где V<sub>m</sub> – молярный объем перовскита. Диффузионные составляющие дефор-

маций мембраны представим в следующем виде:

$$\varepsilon_r^d = \varepsilon_\theta^d = \varepsilon_z^d = B(\delta - \delta_0), \qquad (33)$$

где B – новый коэффициент химического расширения и  $\delta_0$  – начальное значение кислородной нестехиометрии.

Сравнивая уравнения (16) и (33), нетрудно установить

$$A = BV_m \tag{34}$$

Предполагая молярный объем перовскита постоянным и используя равенство (32), делаем вывод, что вместо соотношений (1)–(3) для концентрации вакансий кислорода надо рассмотреть дифференциальное уравнение Фика второго рода:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2}, z \in (-h/2, h/2), t > 0,$$
(35)

а также следующие начальное и граничные условия:

$$\delta(z,0) = \delta_0, \ z \in (-h/2, h/2)$$
(36)

$$\delta = \delta_1, \ z = -h/2, \ t > 0; \ D\frac{\partial\delta}{\partial z} = -\beta(\delta - \delta_2), \ z = h/2, \ t > 0$$
(37)

для кислородной нестехиометрии. Здесь  $\delta_2$  – значение кислородной нестехиометрии в равновесии на поверхности мембраны z = h/2, и  $\delta_1$  – ее значение на поверхности z = -h/2. Тогда кислородная нестехиометрия как функция осевой координаты и времени может быть определена из уравнения (13), если вместо значений *C*, *C*<sub>0</sub>, *C*<sub>1</sub> и *C*<sub>2</sub> рассмотреть значения  $\delta$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , соответственно. К тому же, диффузионные напряжения в плоской мембране могут быть вычислены на основе соотношений (26) или (31), если дополнительно к условию, сформулированному выше, заменить параметр *A* на параметр *B*.



И

Рисунок 1 – Кислородная нестехиометрия в мембране

4. Результаты расчетов. В качестве примера рассматривается мембрана изпотовлена из перовскита Ва<sub>0.5</sub>Sr<sub>0.5</sub>Co<sub>0.8</sub>Fe<sub>0.2</sub>O<sub>3-8</sub> [10]. В начальный момент времени мембрана нагрета до температуры 900 °С в воздушной атмосфере с парциальным давлением кислорода  $p_1 = 0.21$  bar. После достижения термической стабильности гелий с парциальным давлением кисло-



рода  $p_2 = 10^{-5}$  bar помещен у поверхности мембраны z = h/2.

Рисунок 2 – Диффузионные напряжения при отсутствии перемещения внешнего контура мембраны: а – в радиальном направлении; б – в случае внешнего контура мембраны, свободного от усилий

Рис. 1 и 2 а, б иллюстрируют распределение кислородной нестехиометрии и диффузионных напряжений в мембране вдоль нормированной координаты  $\zeta = (z + h/2)/h$  в различные моменты времени. Результаты получены для исходных данных, приведенных в таблице.

Обозна-	Название	Размер-	Значение
чение		ность	40
E	модуль упругости	1 11a	48
v	коэффициент Пуассона	-	0.25
D	химический коэффициент диффузии	м <sup>2</sup> /с	$5.10 \cdot 10^{-8}$
β	химический коэффициент поверхностного массо- переноса	м/с	8.76.10-5
В	коэффициент химического расширения	-	0.013
$\delta_0$	начальное значение кислородной нестехиометрии	-	0.49
$\delta_1$	значение кислородной нестехиометрии на по- верхности мембраны $z = -h/2$	-	0.58
$\delta_2$	значение кислородной нестехиометрии в равновесии на поверхности мембраны $z = h/2$	-	0.70
а	радиус мембраны	М	7.5.10-3
h	толщина мембраны	М	$1.0 \cdot 10^{-3}$

Таблица - Исходные данные к расчетам плоской мембраны

**Выводы.** Дано аналитическое решение задачи об определении кислородной нестехиометрии и диффузионных напряжений в плоской мембране реактора для производства синтетического газа. Получено, что установившаяся стадия диффузии в  $Ba_{0.5}Sr_{0.5}Co_{0.8}Fe_{0.2}O_{3-\delta}$  мембране, помещенной между воздухом и гелием, наступает за 30 с. Ограничение перемещения внешнего контура мембраны в ра-

диальном направлении приводит к высокому уровню растягивающих напряжений в керамике и может быть причиной разрушения мембраны.

Список литературы: 1. Zolochevsky A., Kühhorn A. Constitutive and numerical modeling of chemical and mechanical phenomena in solid oxide fuel cells and oxygen permeable membranes. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ".– 2007.– №23. - С.128-139. 2. Золочевський О.О. Дослідження деградації перовскітових керамічних мембран, які базуються на хімічному моделюванні дефектів та на аналізі хімічно наведених напружень. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – №2. -С.95 -104. 3. Пархоменко Л. А. Диффузионные напряжения в трубчатой мембране реактора для производства синтетического газа. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР" – Харьков: НТУ "ХПИ" – 2009.– №28. - С.78-87. 4. Zolochevsky A., Parkhomenko L, Kiihhorn A, Analysis of oxygen exchange-limited transport and chemical stresses in perovskite-type hollow fibers. // Materials Chemistry and Physics. - 2012. -Vol. 135. - № 2-3. -PP. 594-603. 5. Zolochevsky A., Grabovskiy A.V., Parkhomenko L, Lin Y.S. Coupling effects of oxygen surface exchange kinetics and membrane thickness on chemically induced stresses in perovskite-type membranes. // Solid State Ionics. - 2012. - Vol. 212. - PP. 55--65. 6. Гончарова Г.В. Дифузія кисню та хімічно наведені напруження в перовськитоподібних керамічних мембранах. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Машиноведение и САПР". – Харьков: НТУ "ХПИ".– 2008. – № 42. - C. 22-26. 7. Crank J. The Mathematics of Diffusion. Second Edition. - Oxford: Oxford University Press, 1975. -414 р. 8. Карлслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел, пер. с англ. - М.: Наука, 1964. - 488 с. 9. Bouwmeester H.J.M., Burggraaf A.J. Dense ceramic membranes for oxygen separation // The CRC Handbook of Solid State Electrochemistry, Gellings P.J., Bouwmeester H.J.M. (Eds.). Boca Raton: CRC Press, 1997. - PP. 481-553. 10. Schlehuber D. Sauerstofftransport und Degradations-verhalten von Hochtemperaturmem-branen für CO2 -freie Kraftwerke.- Ph.D Thesis, RWTH Aachen.-2010.

Поступила в редколлегию 05.02.2013

УДК 623.438:539.3

## А.Ю. ТАНЧЕНКО, м. н. с. каф. ТММиСАПР НТУ "ХПИ"

## ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПАНЕЛЕЙ НА СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ КОРПУСОВ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В статье описано исследование влияния изменения толщины панелей на спектр собственных частот колебаний корпусов транспортных средств специального назначения.

Ключевые слова: транспортные средства специального назначения, эксплуатационная нагрузка, спектр собственных частот, форма колебаний

У статті описано дослідження впливу зміни товщини панелей на спектр собственных частот колебаний корпусов транспортных средств специального назначения.

Ключові слова: транспортні засоби спеціального призначення, експлуатаційне навантаження, спектр власних частот, форма коливань

In the paper it's described the research of influence of panels thickness change on the spectrum of vibrations eigenfrequencies of special setting transport vehicles hulls.

Keywords: special setting transport vehicles, exploitation loading, spectrum of eigenfrequencies,

© А.Ю. Танченко, 2013

vibration form