

У статті запропоновано підходи до розв'язання задачі про контактну взаємодію гладких і шорстких тіл. Задача зводиться до граничного інтегрального рівняння. Дискретизація шуканого контактного тиску здійснена за допомогою методу граничних елементів. Вплив шорсткості моделюється за допомогою пружної основи Вінклера. Отримані асимптотичні оцінки для визначення впливу податливості шару на контактний тиск.

Ключові слова: контактна взаємодія, контактний тиск, інтегральне рівняння, метод граничних елементів, шорсткість, напружено-деформований стан, податливість

The paper suggests approaches to task solving of contact interaction of smooth and rough bodies. The problem is reduced to a boundary integral equation. Discretization of desired contact pressure performed using boundary element method. The effect of roughness is modeled by Winkler elastic foundation. Asymptotic estimates are received to determine an effect of layer's ductility on contact pressure.

Keywords: contact interaction, contact pressure, integral equation, boundary element method, roughness, stress-strain state, ductility

УДК 539.3

П.В. ЧУРБАНОВ, нач. бюро КОГКО НТК ЧАО «АзовЕлектроСталь», Мариуполь;

А.В. ЛИТВИНЕНКО, к.т.н., соискатель НТУ «ХПИ»;

А.В. ТКАЧУК, к.т.н., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;

Е.Н. БАРЧАН, к.т.н., гл. констр. НТК ЧАО «АзовЕлектроСталь», Мариуполь;

О.В. КОХАНОВСКАЯ, вед. инж. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

ВЛИЯНИЕ ВАРЬИРУЕМОЙ ТОЛЩИНЫ НА СТАТИЧЕСКОЕ И ДИНАМИЧЕСКОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Предложено развитие обобщенного параметрического подхода для исследования напряженно-деформированного состояния корпусов транспортных средств специального назначения на этапе проектирования и технологической подготовки производства. Математическая формализация параметрического описания конструкций и всех этапов их жизненного цикла дает возможность строить высокоэффективные специализированные системы компьютерного проектирования, технологической подготовки производства, исследования, изготовления и эксплуатации.

Ключевые слова: тонкостенная конструкция, динамическая нагрузка, податливость, напряженно-деформированное состояние

Введение. Одним из важных факторов, влияющих на выбор проектных параметров тонкостенных машиностроительных конструкций, является выбор распределения их толщины по конструкции. При этом принимается в расчет, что тонкостенные машиностроительные конструкции, как правило, подвергаются действию комплекса статических и динамических нагрузок. В связи с этим предлагается новый подход к обоснованию рациональных распределений толщин. Он состоит в использовании линейной аппроксимации распределений функций отклика (т.е. характеристик напряженно-деформированного состояния) на варьирование толщин как распределенных параметров. Этот подход, предложенный в ряде работ [1-12], предлагается применить и к анализу статического и динамического напряженно-деформированного состояния (НДС). Это составляет цель данной работы.

© П.В. Чурбанов, А.В. Литвиненко, А.В. Ткачук,
Е.Н. Барчан, О.В. Кохановская, 2014

Постановка задачи. Яркими примерами тонкостенных машиностроительных конструкций, подвергающихся действию комплекса статических и динамических нагрузок, являются: перегружатели, отвалообразователи, бронекорпуса легкобронированных машин, корпуса выбивных машин, краны, цистерны, вагоны и т.п. Например, силовые элементы отвалообразователей [13] подвергаются воздействию подвижных весовых и инерционных нагрузок от перемещаемой породы, ветровых, снеговых и других видов нагрузок. Корпуса виброударных выбивных машин подвергаются ударным воздействиям от технологического груза и инерционными нагрузкам. Бронекорпуса боевых бронированных машин представляют собой сложные пространственные конструкции, находящиеся под действием различных силовых воздействий, в том числе – реактивных усилий отдачи, действующих со стороны скорострельных артиллерийских систем, от подвески, от инерционных сил, возбуждаемых самим бронекорпусом, а также системами и агрегатами, на и в нем расположенными. Наиболее значимыми из этих усилий являются усилия отдачи, особенно применительно к легкобронированным машинам, калибр и скорострельность пушечного вооружения которых имеют постоянную тенденцию к росту, а бронекорпуса, как и другие конструкции (см. выше), являются высоконагруженными тонкостенными конструкциями.

Таким образом, тонкостенные машиностроительные конструкции подвергаются в процессе эксплуатации множественным силовым воздействиям. Ставится задача для всего многообразия НДС предложить способ определения влияния малых изменений распределения толщин по исследуемым конструкциям на их прочностные, жесткостные и динамические характеристики.

Методы исследования. Одной из актуальных задач, составляющих проблемный ряд в обеспечении прочности и жесткости, является анализ статического и динамического НДС тонкостенных машиностроительных конструкций при действии различных усилий. Учитывая присутствующий во многих случаях ярко выраженный динамический характер действующих усилий отдачи, а также значительную податливость тонкостенных машиностроительных конструкций, необходимо в уравнениях состояния учесть и временные распределения усилий, и инерционные слагаемые. Отталкиваясь от системы уравнений механики сплошной среды

$$\{\sigma_{i,j} + f_i - \rho \ddot{u}_i = \psi(\dot{u}); \sigma_{i,j} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}; \varepsilon_{kl} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i}),$$

дополним их начальными и краевыми условиями:

$$u|_{s_u} = 0; \quad \sigma_{ij} u|_{s_\sigma} = F_i(r, t), \quad u(r, 0) = u_0(r); \dot{u}(r, 0) = \dot{u}_0.$$

Здесь ρ – плотность, σ, ε, u – напряжения, деформации (тензоры) и перемещения (вектор). Тогда получаемая начально-краевая задача может решаться путем ее сведения к вариационным проблемам. Кроме того, для тонкостенных конструкций можно использовать соответствующие модели пластин, стержней и оболочек. В результате разрешающие соотношения определяются не в трехмерной области, а на множестве срединных линий и поверхностей. В итоге, применяя процедуру конечно-элементной аппроксимации к уже получаемым соотношениям, разрешающую си-

стему уравнений можно записать в виде: $M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = \varphi(t)$. Здесь x – вектор искомых узловых параметров, M, C, K – матрицы масс, демпфирования и жесткости соответственно, φ – вектор узловых усилий. В этих соотношениях силы получаются из компонент объемных сил X , поверхностных F , демпфирующих ψ . Матрица масс отражает инерционные свойства (плотность ρ), матрица жесткости K – упругие свойства, формируемые компонентами тензора модулей упругости C_{ijkl} .

Учитывая, что в результате построения моделей исследуемых объектов, которые определяются параметрами p все компоненты (M, C, K, φ) системы соотношений метода конечных элементов (МКЭ) становятся параметрически зависимыми от варьируемых параметров p_{var} . Из них данная система обыкновенных дифференциальных уравнений дает при конкретно заданных p_{var} временное распределение $x(t)$, а с учетом возможного варьирования $p_{\text{var}} - x(p, t)$. По аппроксимационным соотношениям МКЭ получаем пространственные распределения $u(p, r, t), \varepsilon(p, r, t), \sigma(p, r, t)$, где r – пространственная координата, t – время, p – параметры. Имея в распоряжении данные пространственно-временные распределения и параметрические зависимости, можно ставить и решать последующие задачи анализа, параметрического анализа и синтеза. Рассмотрим частные случаи: действие статической и динамической нагрузки.

Определение напряженно-деформированного состояния тонкостенной конструкции с варьируемой толщиной. Рассмотрим математическую модель НДС тонкостенных элементов машиностроительных конструкций при действии статических усилий, следуя [1]. Как известно [14], при малых деформациях и перемещениях НДС стержней и пластин можно разделить. Для стержней выделяется независимые растяжение – сжатие, кручение и изгиб в двух плоскостях. На рис. 1 представлены элементы стержня и пластины, система координат и переменные состояния u, v, w, γ . Система разрешающих уравнений [1] при этом приобретает вид:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} [EF(x) \cdot u'(x)] + q_x = 0; \quad \frac{\partial}{\partial x} [GI_p(x) \cdot \gamma'(x)] + m_x = 0; \\ & \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI_z(x) \cdot v''(x)] = q_y; \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI_y(x) \cdot w''(x)] = q_z; \\ & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[D(x, y) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left[D(x, y) (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[D(x, y) \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \right] = q; \\ & \left[(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) + \mu \Delta u \right] h(x, y) + F_x^- = 0; \\ & \left[(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \mu \Delta u \right] h(x, y) + F_y^- = 0. \end{aligned} \right.$$

Здесь E, G, ν, λ, μ – модули упругости I и II рода, коэффициент Пуассона и параметры Ляме; $h(x), h(x, y)$ – заданное распределение толщины по длине или площади поперечного сечения каждого тонкостенного элемента; $F(x) \sim h$ – площадь поперечного сечения стержня; $I_p(x), I_z(x), I_y(x) \sim h^3$ – моменты инерции поперечного сечения стержня, а $D = \frac{Eh^3(x, y)}{12(1-\nu^2)} \sim h^3$ – цилиндрическая жесткость, распределенная по многообразию срединных поверхностей, образующих исследуемую конструкцию (см. рис. 1).

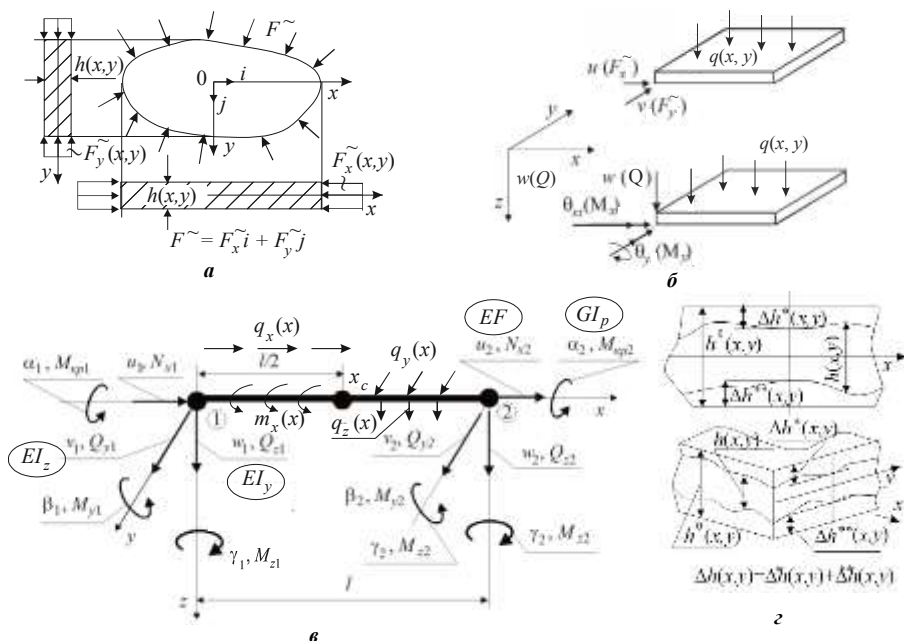


Рисунок 1 – Тонкостенные элементы конструкции [1]:

- а – пластина при нагружении в срединной плоскости; б – элементы плоского напряженного состояния и изгиба пластин с указанием обобщенных перемещений и силовых факторов; в – изменение текущей толщины $h(x, y)$ по сравнению с исходной $h_0^a(x, y)$; г – обобщенные перемещения (силы, углы поворота и моменты, нагрузки и жесткостные характеристики сечения стержня)

Если при этом данную систему в операторном виде представить как

$$L_{|\Omega} \{ \mathbf{u}(\mathbf{r}), h(\mathbf{r}) \} = \mathbf{q}(\mathbf{r}),$$

где $h = h(\mathbf{r})$ – толщина, выступающая как распределенный параметр, то записав $h = h^0(\mathbf{r}) - \Delta h(\mathbf{r}) = h^0(\mathbf{r})[1 - \alpha(\mathbf{r})]$, получим распределенный параметр h как ком-

бинацию исходного распределения $h^0(\mathbf{r})$ (номинального) и степени варьирования $\alpha(\mathbf{r})$ (безразмерный распределенный параметр, в данном случае – утонение).

Таким образом, возникает задача определения возмущенного решения $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\alpha, q)$. Учитывая линейность данного выражения по q , требуется определить параметрическую зависимость от α . С этой целью исходную локальную формулировку трансформируем в вариационную, а ее можно свести к проблеме минимума функционалов полной внутренней энергии системы $\mathcal{E}_i, i = 1 \div 6$:

$$\left\{ \begin{aligned} 2\mathcal{E}_1 &= \int_{(\Omega)} EF \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + 2 \int_{(\Omega)} q_x u dx; \quad 2\mathcal{E}_2 = \int_{(\Omega)} GI_p \cdot \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} \right)^2 dx + 2 \int_{(\Omega)} m_x \gamma dx; \\ 2\mathcal{E}_3 &= \int_{(\Omega)} EI_z \cdot \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx - 2 \int_{(\Omega)} q_y v dx; \quad 2\mathcal{E}_4 = \int_{(\Omega)} EI_y \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx - 2 \int_{(\Omega)} q_z w dx; \\ 2\mathcal{E}_5 &= \int_{(\Omega)} D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right\} dxdy - \int_{(\Omega)} q w dxdy; \\ 2\mathcal{E}_6 &= \int_{(\Omega)} \left\{ \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + Gh \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - 4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \right\} dxdy - \\ &\quad - \int_{(\Omega)} (F_x^- u + F_y^- v) dxdy = 0. \end{aligned} \right.$$

Функционалы $\mathcal{E}_i$ являются квадратичными относительно u , линейными по q , а по α их можно линеаризовать. В результате дискретизации u, q, α (например, по методу конечных элементов) получаем уравнения возмущенного состояния в виде: $[K_1 - K_2(A)] \cdot U = Q$, где U, Q, A – массивы узловых параметров, описывающих после дискретизации u, q, α . Здесь $K_1 \neq K_2(A)$, и компоненты K_2 – линейные функции A . Полученное уравнение можно обратить: $U(A) = [K_1^{-1} + K_3(A)] Q$, где $K_3(A)$ – матрица, компоненты которой являются линейными функциями A .

Таким образом, возмущенное решение $U(A)$ является приближенно линейной функцией распределенного параметра α (в данном случае – его дискретного представителя A). Учитывая справедливость такого представления, можно для определения компонент матрицы K_3 применить конечно-разностные соотношения: $K_{3ij} = [U_i(A_j^\wedge) - U_i(0)] / (A_j^*)$, где $A_j^\wedge = \{0, 0, \dots, A_j^*, \dots, 0, 0\}^T$; A_j^* – некоторая величина шага. В результате получаем основное свойство: компоненты напряженно-деформированного состояния бронекорпусов (как частных случаев пространственных оболочечно-пластинчато-стержневых конструкций) можно представить в виде линейных функций степеней варьирования толщин отдельных их элементов. В данном случае для линеаризации использованы т.н. "реперные" решения

$U_j^\cup = U(A_j^\cup)$, т.е. точное решение исходной системы разрешающих уравнений МКЭ при возмущенной одной компоненте массива A .

Аналогично для случая действия динамических нагрузок получаем такие же тенденции изменения решения при действии статических усилий.

Заключение. В работе представлен подход к анализу чувствительности прочностных, жесткостных и динамических характеристик элементов тонкостенных машиностроительных конструкций к изменению распределения их толщин.

Таким образом, это составляет основу для решения задач синтеза проектно-технологических решений, обеспечивающих заданные составляющие комплекса технических характеристик элементов тонкостенных машиностроительных конструкций. Она состоит в развитии метода обобщенного параметрического моделирования процессов и состояний этих конструкций путем дополнения параметрического пространства законом распределения толщин, оказывающих существенное влияние на достижение тех или иных конструктивно заданных технических характеристик в реальном изделии. При этом обозначены пути решения данной задачи – сбалансирование проектных, технологических и производственных решений, учет физико-механических процессов и состояний, достижение решений, слабо чувствительных к варьированию различных параметров. На этой методологической основе увязаны режимы эксплуатации, проектно-технологические решения и технические характеристики.

Для анализа статического и динамического НДС от действия разнообразных усилий разработана усовершенствованная математическая модель, отличающаяся учетом влияния проектно-технологических параметров на составляющие этой модели. Это дает возможность строить не только временные распределения напряжений в конструкциях, но и параметрические зависимости, которые, в свою очередь, могут стать основой при выборе проектно-технологических решений.

Список литературы: 1. *Ткачук Н.А.* Линеаризация функции отклика прочностных и динамических характеристик тонкостенных конструкций на изменение толщины / Н. А. Ткачук, А. В. Литвиненко, Ю. В. Костенко, А. Ю. Танченко, А. В. Грабовский // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Транспортне машинобудування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – №14 (1057). – С. 138-154. 2. *Карпейчик И.Н.* Численное моделирование реакции тонкостенной конструкции на действие ударно-волновой нагрузки / И.Н. Карпейчик, С.Т. Бруль, В.М. Мазин [и др.] // *Вестник НТУ «ХПИ»*. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2011. – № 51. – С. 59–65. 3. *Миргородский Ю.Я.* Расчетно-экспериментальные исследования реакции бронекорпусов военных колесных и гусеничных машин на ударно-импульсное воздействие / Ю.Я. Миргородский, Н.Л. Белов, И.Н. Карпейчик и др. // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем.вип.: Машинознавство та САПР. – 2012. – № 22. – С. 87-92. 4. *Пелешко Є.В.* Комплексне дослідження міцності та жорсткості корпусів транспортних засобів спеціального призначення / Є.В. Пелешко, М.А. Ткачук, С.Т. Бруль та ін. // *Вестник НТУ «ХПИ»*. Тем. вып.: Транспортное машиностроение. – 2010. – № 39. – С. 116-131. 5. *Карпейчик И.Н.* Методика экспериментальных исследований реакции корпусов бронетранспортеров на локальное импульсное воздействие / И.Н. Карпейчик // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2012. – № 22. – С.65-69. 6. *Гусев Ю. Б.* Обґрунтування параметрів високонавантажених машин на основі моделювання напружено-деформованого стану з урахуванням деградації властивостей основних елементів: дис... канд. техн. наук: 05.02.02 / Гусев Юрій Борисович. – Маріуполь. – 2009. – 226 с. 7. *Барчан Є. М.* Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибівної транспортуючої машини для формувальних ліній крупного литва: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.02 / Барчан Євген Миколайович. – Маріуполь. – 2008. – 178 с. 8. *Танченко А.Ю.* Влияние толщины панелей на спектр собственных частот колебаний корпусов транспортных средств специального назначения // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Машинознавство та САПР. – Харків : НТУ «ХПІ», 2013. – №23 (996). – С. 138-145. 9. Моделирование физико-механических процессов в корпусах легкобронированных машин: подходы, модели, эффекты / Бруль С.Т., Ткачук Н.А., Васильев А.Ю. и др. // *Механіка та машинобудування*. – 2011. – №1. – С. 66–73. 10. *Ткачук Н.А.* Анализ чувствительности прочностных и динамических характеристик машиностроительных конструкций на основе прямого воз-

мушення конечно-элементных моделей / Н.А. Ткачук, А.Ю. Танченко, А.Н. Ткачук [и др.] // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – № 22. – С. 147-169. **11. Гусев Ю.Б., Литвиненко А.В., Танченко А.Ю.** К вопросу моделирования напряженно-деформированного состояния металлоконструкции углеродного перегружателя // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Транспортне машинобудування. – Х. : НТУ «ХПІ», 2007. – №33. – С. 41-45. **12. Литвиненко А.В.** Специализированные системы для компьютерного проектирования, исследования и изготовления элементов транспортных средств специального назначения / А.В. Литвиненко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 23 (996). – С. 111-121 **13. Гусев Ю.Б., Чурбанов П.В., Пеклич М.М., Кохановская О.В.** Расчетные модели тяжело нагруженных крупногабаритных машин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013, № 23 (996). – С. 83-94. **14. Биргер И.А.** Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в трех томах. / Под общей ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968.

Поступила в редколлегию 31.05.2014

УДК 539.3

Влияние варьiruемой толщины на статическое и динамическое напряженно-деформированное состояние тонкостенных конструкций / **П.В. Чурбанов, А.В. Литвиненко, А.В. Ткачук, Е.Н. Барчан, О.В. Кохановская** / Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2014. – № 29 (1072). – С.171-177. – Бібліогр.: 14 назв. *ISSN 2079-0075.*

Запропоновано розвиток узагальненого параметричного підходу для дослідження напружено-деформованого стану корпусів транспортних засобів спеціального призначення на етапі проектування і технологічної підготовки виробництва. Математична формалізація параметричного опису конструкцій та всіх етапів їх життєвого циклу дає можливість будувати високоєфективні спеціалізовані системи комп'ютерного проектування, технологічної підготовки виробництва, дослідження, виготовлення та експлуатації.

Ключові слова: тонкостінна конструкція, динамічне навантаження, податливість, напружено-деформований стан

Development of generalized parametric method for stress-strain state investigation of special-purpose carriers' hulls is proposed at the stage of technological preparation of production. Mathematical formalization of the construction parametrical description and all life-cycle stages is effort an opportunity to build high-performance specialized systems computer-aided design, technological preparation of production, engineering, manufacturing and exploitation.

Keywords: thin-walled construction, dynamic loading, ductility, stress-strain state

УДК. 539.3:612.76:616.001

В.М. ШИМОН, д.м.н., проф., завід. каф. заг. хірургії з курсами травматології, оперативної хірургії та судової медицини ДВНЗ «Ужгородський нац. ун-т», Ужгород;

В.В. ЛИТВАК, асп. каф. загальної хірургії з курсами травматології, оперативної хірургії та судової медицини ДВНЗ «Ужгородський нац. ун-т», Ужгород;

А.А. ШЕРЕГІЙ, ас. каф. загальної хірургії з курсами травматології, оперативної хірургії та судової медицини ДВНЗ «Ужгородський нац. ун-т», Ужгород;

О.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, м.н.с. каф. ТММіСАПР НТУ „ХПІ”;

М.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. ТММіСАПР НТУ „ХПІ”

МОДЕЛЮВАННЯ ОПЕРАТИВНОГО ЛІКУВАННЯ ОСТЕОПОРОЗУ У ЛЮДЕЙ СТАРШОГО ВІКУ ПІСЛЯ ПЕРВИННОГО ЕНДОПРОТЕЗУВАННЯ КУЛЬШОВОГО СУГЛОБА

На сьогоднішній день одним з найактуальніших питань у травматології та ортопедії є відновлення функцій руху в суглобах. Лікування переломів шийки стегна у хворих похилого віку - це ендопротезування. Воно ефе-

© В.М. Шимон, В.В. Литвак, А.А. Шерегій,
О.В. Веретельник, М.А. Ткачук, 2014