skih svojstv SVMPJe pri napolnenii polipropilena / Nguen Suan T'uk, S.V. Panin // XIX Mezhd. nauch.-prakt. konf. "Sovremennye tehnika i tehnologii", Sekcija 6: Materialovedenie. – P. 110-111. **6.** Matematicheskoe modelirovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija sistemy "kost'-implantat" pri mezhvertel'nom perelome bedrennoj kosti / I.V. Bojko, A.V. Sabsaj, V.B. Makarov, O.V. Radzhabov. // Visnik SevNTU. – Vol. 133/2012. Serija: Mehanika, energetika, ekologija. – Sevastopol', 2012. – P. 355-360. **7.** Osobennosti prochnostnyh harakteristik gubchatoj kosti pri zabolevanijah tazobedrennogo sustava / Kukin I.A., Kirpichjov I.V., Maslov L.B., Vihrev S.V. // Fundamental research. – 2013. – No 7. – P. 328-333.

Поступила (received) 5.06.2015

УДК 539.3

Н.Б. СКРИПЧЕНКО , асп. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
А.В. ТКАЧУК, к.т.н., с.н.с., ст. науч. сотр. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Н.Н. ТКАЧУК, к.т.н., докторант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Е.И. КАСАЙ, ст. гр. ТМ-82Б НТУ "ХПИ";
Б.И. КРЫЛЮК, ст. гр. ТМ-82Б НТУ "ХПИ"

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ БЕГОВОЙ ДОРОЖКИ НА КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ШАРОВЫМИ ПОРШНЯМИ РАДИАЛЬНОЙ ГИДРОПЕРЕДАЧИ

С целью определения влияния формы беговой дорожки на контактное взаимодействие со сферическим поршнем гидропередачи разработан вариант метода граничных элементов. С использованием параметрической модели исследовано влияние формы профиля беговой дорожки и податливости слоя шероховатости на распределение контактных давлений. Установлены характерные особенности конфигураций контактных площадок и распределения контактных давлений.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, контактное давление, податливость, шероховатость, метод граничных элементов

Введение. Одним из способов повышения нагрузочной способности деталей механизмов и машин [1-11] является придание им сложной геометрической формы, которая создавала бы более благоприятные условия их сопряжения. Как отмечено в статье [1], поиск такой формы, обеспечивающей требуемые характеристики деталей при сохранении работоспособности всего устройства, связан с решением комплекса задач, объединяемых традиционно в категорию задач геометрического синтеза. Наряду с ними возникает необходимость проведения анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) возможных вариантов синтезируемого механизма с различными параметрами и, в частности, анализа контактного взаимодействия его звеньев.

Эти задачи являются взаимосвязанными, их решение необходимо объединять в едином исследовательском цикле. В работах [2, 3] был предложен подход, позволяющий организовывать многовариантные исследования механизмов с деталями сложной формы на базе общего параметрического представления моделей синтеза и анализа. С целью снижения вычислительных затрат в рамках данного подхода предложено использовать иерархическую систему моделей для анализа НДС, осно-

ванных на различных методах, как приближенных, так и более точных.

Ключевыми являются оптимальный выбор метода и взаимосвязь используемых моделей на различных этапах исследования. Определяющими здесь выступают вопросы применимости каждого отдельного метода и объем вычислений, сопряженных с его применением, которые непосредственно связаны с особенностями конкретного класса синтезируемых механических систем. Характерным примером могут служить гидрообъемные передачи (ГОП) с шаровыми поршнями, при анализе взаимодействия которых с беговыми дорожками на корпусах статора применение различных методов определения НДС требует особенно тщательного учета геометрических параметров контактирующих тел. В работе исследованы вопросы применимости трех методов для данного класса механизмов в процессе синтеза параметров профилей беговых дорожек.

Цель исследований состоит в разработке методов, моделей и алгоритмов для анализа контактного взаимодействия в сопряжении шарового поршня с беговой дорожкой статора радиальной гидропередачи, сравнительном анализе их преимуществ, недостатков и границ применимости, а также формировании рекомендаций по созданию программно-модельного комплекса (ПМК) как средства анализа и синтеза контактирующих элементов ГОП.

Кроме того, ставится задача с применением ПМК провести исследования влияния формы беговой дорожки и шероховатости поверхностей контактирующих тел на распределение контактных площадок и давлений в зоне сопряжения шарового поршня со статорным кольцом гидропередачи.

Постановка задачи. В работе рассматривается радиальная гидрообъемная передача [1], разработанная в КП "Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А.А. Морозова" [4]. Такие передачи применяются в составе трансмиссий тяжелых гусеничных машин с целью повышения их тактико-технических характеристик. С их помощью на активных режимах движения осуществляется плавная регулировка хода, что повышает маневренность гусеничной машины и ресурс ее силовой установки. Учитывая сложность устройства и высокую интенсивность действующих на данную передачу нагрузок, можно без снижения общности рассматривать ее как характерный объект, которому присущи все свойства подобного рода конструкций, причем в широком диапазоне нагружения.

Подробное описание конструкции ГОП-900 и основные ее характеристики приведены в работе [4]. Передача состоит из двух основных частей: гидронасоса и гидромотора. Их устройство практически не отличается: основными узлами как насоса, так и мотора являются статор и установленный со смещением относительно его центральной оси ротор. В нем имеется 9 радиально расположенных цилиндров, в которых находятся поршни, имеющие форму шара. При вращении ротора эти поршни перекатываются по внутренней поверхности статора, совершая одновременно с этим поступательное движение в цилиндрах. В результате в насосе поршни производят перекачку масла, поступающего в гидросистему мотора. Создаваемое давление, обратно, приводит в движение поршни гидромотора и вызывает вращение его ротора, передаваемое на выходной вал передачи. Изменение эксцентриситета положения ротора гидронасоса при постоянном значении эксцентриситета гидромотора позволяет непрерывно изменять передаточное отношение такой ГОП.

Следует выделить следующие особенности этой машины, обуславливающие основные трудности ее проектирования и расчета: она предназначена для передачи больших крутящих моментов, в связи с чем вся ее конструкция является высоконагруженной. Радиальные ГОП должны иметь компактные размеры, к ним предъявляются строгие габаритные ограничения, что служит причиной того, что многие их элементы приходится проектировать с минимальными запасами прочности. Кроме этого, указанные выше требования сужают область допустимых значений конструктивных параметров. Это также усложняет задачу обеспечения требуемых характеристик таких передач. Усилия в машине передаются посредством подвижного контакта ее различных элементов, в частности, шариковых поршней и корпусов статоров. В силу конструктивных особенностей передачи ход поршней в цилиндрах относительно мал, а поэтому для обеспечения большой мощности давление перекачиваемого масла должно быть высоким (до 30-35 МПа). Соответственно, в сопряжении поршней со статором действует значительное прижимающее усилие (до 120 кН). В связи с этим возникает вопрос об определении характера контакта этих деталей, локальных напряжений в его окрестности и параметров, влияющих на них.

Вышеперечисленные факторы и трудности создания передачи ГОП-900 привели к идее придания сложной формы внутренней поверхности корпуса статора, существенно отличающейся от цилиндрической, как способу улучшения условий в контакте статора с поршнем и снижения концентрации напряжений в этих деталях. Благодаря такому конструктивному изменению поршни будут двигаться по беговым дорожкам специальной формы. Это делает возможным создание более благоприятных условий для контакта поршней с корпусом статора.

Поверхность беговой дорожки является поверхностью вращения, определяемой в плоскости, проходящей через ось статора, некоторым профилем. Его форма, а также качество обработки поверхностей шара и статорного кольца, являются вариативными, и при проектировании передачи могут быть рассмотрены различные классы профилей и свойства податливости. Таким образом, задача анализа взаимодействия поршня ГОП с беговой дорожкой произвольно заданного или определяемого набором параметров профиля, а также варьируемой величиной податливости слоя шероховатости и локального НДС становится составной частью проектирования данной машины. Ее решение требует обоснованного выбора и рационального применения надлежащих методов и алгоритмов создания расчетных моделей и определения их параметров.

В рамках общей методики предлагается использовать различные средства анализа контактного взаимодействия деталей сложной формы. Правильный выбор подходящего метода на различных этапах проектирования и расчета повышает оперативность и эффективность разрабатываемой специализированной методики

анализа и синтеза тех или иных отдельных машиностроительных конструкций. При его совершении приходится руководствоваться, с одной стороны, требуемыми объемами вычислений и затратами на подготовку моделей, а с другой стороны, – точностью и возможностью определения различных характеристик сложного НДС элементов исследуемых механических систем.

Для оценки контактного взаимодействия поршня гидронасоса или гидромотора с беговой дорожкой на статоре предлагается использовать аналитическое решение Герца [5], полуаналитический прямой метод решения задачи Синьорини, основанный на семействе точных решений для пирамидального распределения контактного давления (вариант метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) – метод граничных элементов (МГЭ)) [1-3, 6-8], и метод конечных элементов (МКЭ) [9]. В первом случае для определения контактных давлений используются соотношения:

$$\begin{gathered} p(x,y) = 3P/2\pi ab\sqrt{1 - x^2/a^2 - y^2/b^2},\ x^2/a^2 + y^2/b^2 \le 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_{\max} = 3P/2\pi ab. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь P – усилие прижатия тел, а a, b – полуоси пятна контакта, $p(x,y)$ – контактное давление.

Во втором случае для описания распределения контактных давлений применяется один из вариантов метода граничных элементов, предложенный в работах [2, 6, 7]. При этом для определения узловых значений контактных давлений p на треугольной сетке, наброшенной на поверхность контактного взаимодействия, привлекаются соотношения:

$$\begin{gathered} \sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta = 0, \text{ узел } J_n - \text{в контакте;} \\ \sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta > 0, \text{ узел } J_n - \text{вне зоны контакта.} \end{gathered} \tag{2}$$

Здесь $p_m = p(x_m, y_m)$ – искомые узловые значения контактных давлений в узлах J_m, $h_n = h(x_n, y_n)$ – узловые значения первоначального зазора, $\delta = \delta_1 + \delta_2$ – суммарное сближение контактирующих тел.

Коэффициенты матрицы влияния вычисляются как сумма

$$C_{nm}^{\Sigma} = C_{nm} + \kappa\delta_{nm}. \tag{3}$$

Здесь C_{nm} – коэффициенты влияния, характеризующие глобальную податливость контактирующих гладких тел исходя из их деформации как упругих полупространств, κ – локальная податливость, обусловленная наличием линейно упругого слоя, моделирующего шероховатость контактирующих поверхностей, $\delta_{nm} = \{1, \text{если } n = m;\ 0, \text{если } m \ne n\}$ – символ Кронекера.

В третьем случае производится минимизация функционала полной энергии конечно-элементной модели (КЭМ) системы взаимодействующих тел

$$I = \frac{1}{2}\sum k_{ij} u_{ij} u_j - \sum f_i u_i \to \min, \qquad (4) \qquad u_s^{\neg} + u_r^{\neg} \le ¢^{\neg} . \qquad (5)$$

Здесь k_{ij} – элементы матрицы жесткости создаваемой конечно-элементной сетки, u_i – узловые перемещения в вершинах конечных элементов, f_i – узловые нагрузки, $u_s^{\neg}, u_r^{\neg}$ – нормальные перемещения сопряженных узлов на поверхностях контактирующих тел, первоначальный зазор между которыми $¢^{\neg}$.

Контактные давления в данном случае определяются как невязки уравнений равновесия, получаемых из уравнений (4), в узлах контакта, т.е. в тех, где неравенство (5) обращается в равенство.

Для системы "поршень – беговая дорожка" можно выделить ряд геометрических свойств, влияющих на возможность проведения анализа контактного взаимодействия с использованием того или иного метода и на достоверность получаемых результатов: радиусы кривизн поверхностей поршня и статорного кольца в плоскости вращения ротора имеют противоположные знаки, что обуславливает малость зазора между ними в соответствующем направлении; в силу вариативности геометрии профиля беговой дорожки конфигурация первоначального ее контакта с поршнем может быть различной: контакт может происходить в одной точке, нескольких или по участку кривой линии; по этой же причине могут возникать значительные изменения кривизн контактирующих поверхностей и направлений нормалей в пределах контактной зоны.

Перечисленные особенности определяют применимость каждого из предложенных методов для анализа НДС в сопряжении поршней со статором при заданных значениях конструктивных параметров. Так, например, решение Герца, основанное на предположении относительно геометрии тел и характера их деформирования [5, 10], теряет свою справедливость в случае нарушения какого-либо из них. Применимость соотношений теории Герца для оценки контактных давлений ограничивается лишь профилями беговой дорожки, для которых первоначальный контакт с поршнем имеет точечный характер, и нагрузками, для которых размеры контактной площадки малы настолько, что в ее пределах кривизны и направления нормалей поверхностей изменяются слабо. В данном случае вычисление контактных давлений по Герцу реализовано в виде специальной программы "GOP-H" в среде Maple.

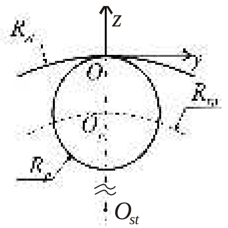
Полуаналитический МГИУ (МГЭ) допускает большую вариативность геометрии контактирующих тел. Менее строгие геометрические ограничения позволяют применять данный метод для более широкого класса профилей беговых дорожек, а дискретное представление поверхностей в районе контакта на сетке, узлы которой расположены в общей касательной плоскости тел в вершинах одинаковых равносторонних треугольников, дает возможность получить более точный результат, учитывающий особенности геометрии. Для практического применения в данном случае привлекается разработанная программа "МГИУ".

МКЭ является наиболее универсальным и гибким средством, и, в частности,

для определения НДС элементов ГОП с учетом контактного взаимодействия. В процессе применения МКЭ в данном случае была предложена программно-управляемая параметрическая КЭМ на языке APDL для CAE ANSYS.

Таким образом, созданный специализированный программно-модельный комплекс включал в себя компоненты, реализующие метод Герца, МГИУ и МКЭ. Это дало возможность провести в автоматизированном режиме многовариантные исследования с варьированием различных параметров, а, кроме того, сопоставить результаты, получаемые для одной и той же задачи, но разными методами и при помощи различных компонент созданного ПМК.

Исследуемая конструкция. Первоначально был рассмотрен следующий класс профилей беговых дорожек на статорном кольце. Для его описания применяется ортогональная система координат, началом отсчета которой является точка O на поверхности поршня, максимально удаленная от центра статора O_{st} . Направление оси Oz этой системы совпадает с направлением радиальной оси статора, соединяющей его центр O_{st} с центром поршня O_p . Ось Ox ортогональна плоскости вращения ротора, в то время как ось Oy параллельна вектору движения центра поршня по круговой траектории (рисунок 1). Профиль беговой дорожки, определяющий сечение статорного кольца в сечении плоскостью Oxz , в центральной своей части является дугой с углом раствора 2¯ окружности радиуса R_t с центром в точке O_t , расположенной на оси Oz .



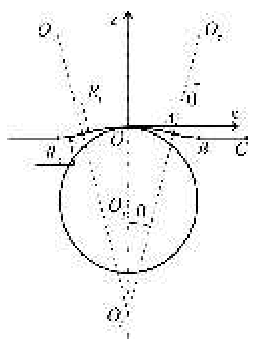


Рисунок 1 – Геометрия тел в сопряжении поршня со статорным кольцом и профиль беговой дорожки

Таким образом, средняя часть беговой дорожки представляет собой желоб тороидальной формы, по которому перекатывается поршень при вращении ротора. Радиусы желоба и поршня предполагается делать близкими для того, чтобы уменьшить первоначальный зазор между поршнем и беговой дорожкой в направлении оси Ox . Во избежание изломов контактирующих поверхностей, которые приводят к значительной концентрации контактных давлений при переходе от вогнутой части профиля *OA* к его горизонтальному участку *BC*, профилю придается скругление радиуса R_c (см. рисунок 1). В итоге форма беговой дорожки как поверхности вращения полностью определяется параметрами ее профиля: $R_t, R_c,$¯ . При этом значения конструктивных параметров являются заданными. Базовые параметры элементов ГОП-900 следующие: R_p = 0.03175 м – радиус поршня, R_{sp} = 0.128 м – радиус круговой траектории центра поршня, R_{st} = 0.15975 м – радиус статорного кольца, R_{rot} =0.145 м – радиус корпуса ротора, ¢ = 0.012 м – максимальный эксцентриситет; упругие постоянные материала поршня и статора: E = 200 ГПа – модуль упругости и ¬ = 0.3 – коэффициент Пуассона; параметры нагруженности передачи $P = 15 \div 120$ кН – прижимающее усилие в сопряжении поршня со статором. Влияние вышеуказанных варьируемых параметров на характер контактного взаимодействия поршня со статорным кольцом в отсутствие трения и локальное НДС демонстрируется ниже результатами расчетов, проведенных различными методами.

Результаты исследования взаимодействия шарового поршня с беговой дорожкой как контакта гладких тел. В первую очередь представляет интерес выбор радиуса центрального желоба беговой дорожки R_t. Его значением в первом приближении определяется зазор между поршнем и статором. Действительно, в окрестности точки *O* каждое из контактирующих тел приближенно можно представить квадратичными формами:

$$z_1(x,y) \cong x^2/2R_1^x + y^2/2R_1^y; \quad z_2(x,y) \cong x^2/2R_2^x + y^2/2R_2^y. \qquad (6)$$

Индексы 1 и 2 соответствуют поверхностям беговой дорожки и поршня соответственно, $R_1^x = -R_t$; $R_1^y = -R_{st}$; $R_2^x = R_2^y = R_p$ обозначают радиусы их нормальных кривизн в направлениях Ox и Oy, являющихся главными. Зазор между поверхностями, соответственно, приближенно описывается квадратичной функцией $h^{par}(x,y) = x^2/2R_{eq}^x + y^2/2R_{eq}^y$, где приведенные радиусы кривизн для пары поверхностей определяются как $R_{eq}^x = \left(1/R_1^x + 1/R_2^x\right)^{-1}$ и $R_{eq}^y = \left(1/R_1^y + 1/R_2^y\right)^{-1}$. Такое приближенное представление локальной геометрии полностью согласуется с предположением, в рамках которых построена теория Герца [5, 10]. Используя вышеперечисленные соотношения, можно оценить размеры полуосей эллиптического пятна контакта и значение максимального контактного давления при заданном значении прижимающего усилия *P*.

Предложенный способ оценки контактного взаимодействия поршня со статором, несмотря на простоту сопряженных с ним вычислений, обладает ограниченной областью применимости. Для исследуемого здесь класса профилей наиболее существенное ограничение связано с отличием реальной геометрии тел от приближенного представления (6). С ростом прижимающего усилия пятно контакта расширяется так, что может достичь скругления на участке *AB* профиля беговой дорожки. Достижение размера полуоси эллиптической площадки контакта, предсказываемое теорией Герца, в направлении Ox значений, больших полуширины тороидального сегмента беговой дорожки *OA*, можно принять за основной признак, указывающий на неприменимость решения Герца для данных значений геометрических параметров профиля и величины прижимающего усилия

$$a_x(P) \le R_t \sin ¯ . \qquad (7)$$

Более того, формула Герца неприменима ни для каких значений усилия P в случае, когда $R_t \le R_p$. Если радиус желобка R_t равен радиусу поршня R_p или оказывается меньше его, то первоначальный контакт поршня со статорным кольцом происходит или по участку кривой линии, или в двух отдельно расположенных точках, соответственно.

Полуаналитический метод применим в большем числе ситуаций и для большей области значений варьируемых параметров. Для него единственным требованием к контактирующим телам является выполнение предположения об эквивалентности деформаций на их поверхности вблизи контакта деформациям границы упругого полупространства. Для рассматриваемого класса профилей это предположение остается справедливым при небольших значениях угла ¯ . В действительности величины раствора дуги желоба дорожки ¯ , которые можно реализовать в ГОП, ограничены малыми значениями. Таким образом, применение данного метода для исследования влияния формы рассматриваемых профилей на характер контактного взаимодействия поршня со статором во всей области допустимых значений варьируемых геометрических параметров является оправданным, что подтверждается ниже представленными результатами, полученными, в частности, другими способами. Их сравнение проведено в рамках исследования поставленного ранее вопроса выбора радиуса R_t во всем диапазоне его возможных значений.

На рисунке 2 представлены величины максимального контактного давления при различных значениях радиуса желоба R_t, полученные всеми тремя методами. На графике по оси абсцисс отложена безразмерная величина $\left(R_t - R_p\right)/R_p \cdot 100\%$, отражающая относительную разницу радиусов поршня и центральной части беговой дорожки в процентах. В области значений этой разности, где нарушается неравенство (7) и оценка Герца теряет свою справедливость, соответствующая кривая переходит из сплошной в прерывистую линию. При варьировании величины R_t остальные параметры профиля беговой дорожки не изменялись и были приняты следующими: $R_c = R_p/2,¯ = ® /12$. Данные зависимости приведены для трех значений прижимающего усилия *P* =50 кН, 100 кН и 200 кН.

Полуаналитический метод граничных уравнений применяется в виде программы "МГИУ", в которой была записана функция зазора между шаром и беговой дорожкой в виде (6). Приведенные на рисунке 4 распределения контактных давлений на оси Ox, полученные полуаналитическим методом для значений R_t, равных $0.8\,R_p$, $0.9\,R_p$, $1.0\,R_p$, $1.1\,R_p$ и $1.2\,R_p$, в случае действия прижимающего усилия *P* = 100 кН, объясняют характер исследуемой зависимости, отображенной на рисунке 2. Видно, что по мере приближения радиуса желобка беговой дорожки к радиусу поршня ширина пятна контакта увеличивается, что является следствием уменьшения зазора между их поверхностями. При этом распределение контактных давлений теряет герцевскую форму с выходом пятна контакта на скругления, когда разница между радиусами становится малой. В частности, при совпадающих R_p и R_t, для которых теория Герца предсказывает бесконечную ширину зоны контакта, действительное распределение принимает вид, показанный на рисунке 3 с двумя пиками давления в местах перехода желоба в скругление. При дальнейшем уменьшении радиуса R_t величина этих пиковых значений продолжает расти, а давление в центральной части дорожки уменьшается. В конечном итоге пятно контакта раздваивается. Происходит это во всех случаях, когда $R_t < R_p$ и первоначальный контакт поршня с беговой дорожкой осуществляется в двух точках, а прижимающее усилие недостаточно велико. Использование профилей с такой конфигурацией контакта неоправданно, поскольку оно приводит к излишней концентрации давлений в сопряжении поршня со статором. С другой стороны, придание профилю беговой дорожки статора ГОП в центральной ее части кривизн, предельно близких к кривизне поверхности поршня, представляется действенным способом понижения контактных давлений. При этом величина их концентрации на скруглениях при действии повышенных нагрузок является определяющей при выборе рациональных значений параметров профиля дорожки, в частности, радиуса R_t.

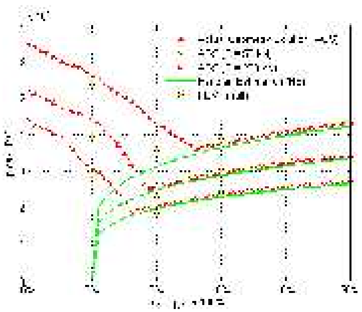


Рисунок 2 – Зависимости значений максимальных контактных давлений от относительной разности радиусов желоба и поршня для трех различных нагрузок ("МГИУ-AGS", "GOP-H", ANSYS) ($R_c = R_p/2$, ¯ $= 15^\circ$)

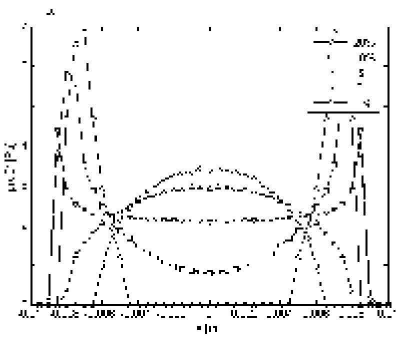


Рисунок 3 – Распределения контактных давлений на оси Ox для значений радиуса желоба, больших и меньших радиуса поршня ("МГИУ")

На рисунке 4 приведены распределения контактных давлений в сопряжении поршня со статорным кольцом, пребывающих под действием прижимающего усилия P = 100 кН, для значений относительной разности радиусов R_t и R_p, изменяющихся в пределах от 0% до 10%. Видно, что с уменьшением этой разности максимум контактных давлений перемещается из центральной точки пятна контакта к его краям в район скруглений. Тем не менее, даже эта концентрация приводит к возникновению контактных давлений, меньших, чем те, которые имеют место при взаимодействии поршня со статором с цилиндрической внутренней поверхностью. На рисунке 4 их распределение для заданного ранее значения P изображено прерывистой линией. Кроме того, эти пиковые значения контактного давления можно ограничить при известной величине максимального прижимающего усилия, действующего на поршень при работе передачи, соответствующим выбором радиуса желобка дорожки R_t, используя зависимости типа приведенных на рисунке 3.

Полнее оговоренную ранее закономерность раскрывают картины распределений контактных давлений в плоскости Oxy, приведенные ниже на рисунке 5 для набора выбранных значений R_t. Эта серия поверхностных распределений объединяет в себе результаты, представленные на рисунках 3, 4. Ее анализ позволяет определить характер зависимости формы пятна контакта от величины радиуса желобка беговой дорожки и подтверждает сделанные ранее выводы относительно пределов, в которых контакт поршня со статором остается герцевским, а также положения точек максимального контактного давления и его значения.

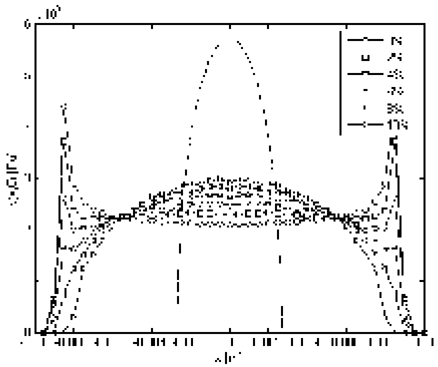


Рисунок 4 – Распределения контактных давлений на оси Ox при малых значениях разности радиусов желоба и поршня в сравнении с аналогичным распределением в случае статорного кольца с цилиндрической поверхностью ("МГИУ")

Влияние скруглений сказывается лишь тогда, когда вследствие малой разности между радиусами R_t и R_p зазор между поршнем и поверхностью беговой дорожки в направлении оси x становится настолько малым, что при заданном усилии $P = 100$ кН, для которого найдены приведенные на рисунке 6 распределения, длина вытянутой полуоси пятна контакта превосходит ширину центрального участка беговой дорожки. На рисунке 7 верхней границе зоны таких значений относительной разности радиусов для различных значений прижимающих усилий соответствуют точки перехода линии герцевских оценок максимальных контактных давлений из сплошной в прерывистую. Там же видно, что даже в этой зоне для довольно широкого диапазона значений относительной разности радиусов кривая зависимости, предсказанная теорией Герца, хорошо согласуется с более точными оценками, учитывающими реальную геометрию контактирующих тел.

Для большого числа пограничных случаев наличие скруглений приводит лишь к малым отклонениям распределения контактного давления от герцевского (см. рисунок 5). В остальных же ситуациях форма пятна контакта существенно отличается от эллиптической.

Изменение формы контактной площадки с увеличением прижимающего усилия можно проследить на примере одного частного варианта профиля беговой дорожки с параметрами: $R_t = 1{,}05\,R_p$, $R_c = R_p / 2$, ¯ = ® /12. Распределение контактных давлений на оси Ox и в контактной плоскости, полученные МГИУ для значений нагрузки, действующей со стороны поршня на статор, равных 10 кН, 20 кН, 50 кН, 100 кН и 200 кН, приведены на рисунках 6, 7. На рисунке 6 прерывистыми линиями изображены распределения, предсказываемые для этих величин усилий теорией Герца. Они хорошо согласуются с кривыми, построенными с применением МГИУ при малых значениях *P*. Однако видно, что с распространением контакта на скругления рассчитанные распределения все больше отклоняются от герцевских.

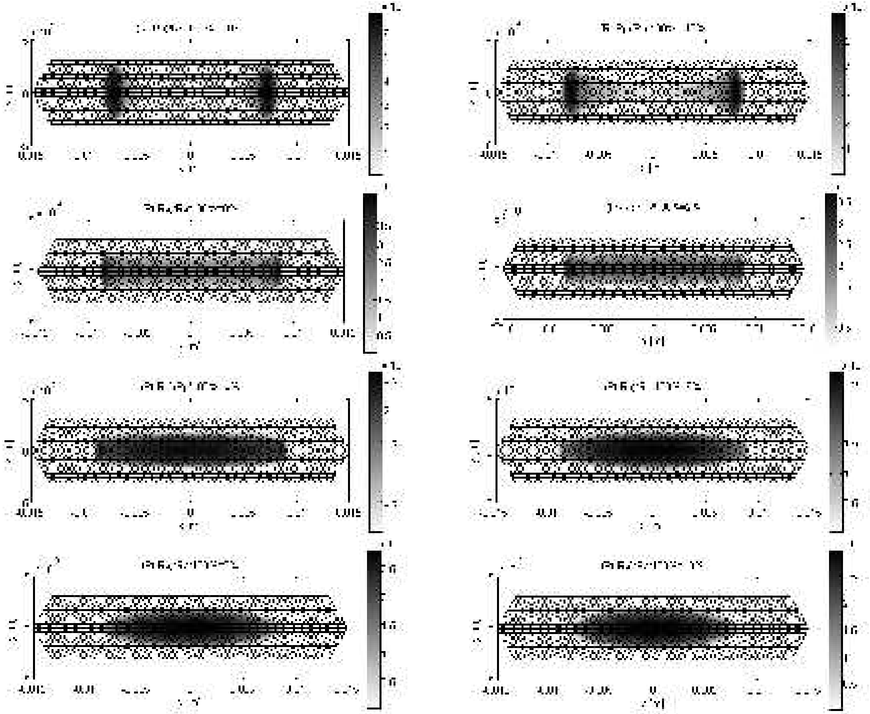


Рисунок 5 – Поверхностные распределения контактных давлений при различных значениях разности радиусов желоба и поршня ("МГИУ")

Для проверки приведенных выше результатов, полученных исключительно полуаналитическим методом, производится конечно-элементное моделирование ограниченного набора вариантов ГОП с различными параметрами беговых дорожек. Ниже представлены результаты расчетов, выполненных для уже рассмотренных вариантов профилей, у которых отличие радиуса желоба от радиуса поршня составляет 0%, 5 % и 10 %. Для их получения была построена параметрическая КЭМ в CAE-системе ANSYS Workbench со сгущением сетки в районе контакта

(рисунок 8). В силу наличия симметрии в системе поршень – статор моделировался лишь ее сегмент, ограниченный двумя плоскостями симметрии Oxz и Oyz. Размеры контактных элементов и элементов в зоне сгущения были выбраны такими же, что и размеры треугольной сетки, использованной при получении результатов, представленных на рисунках 2-7.

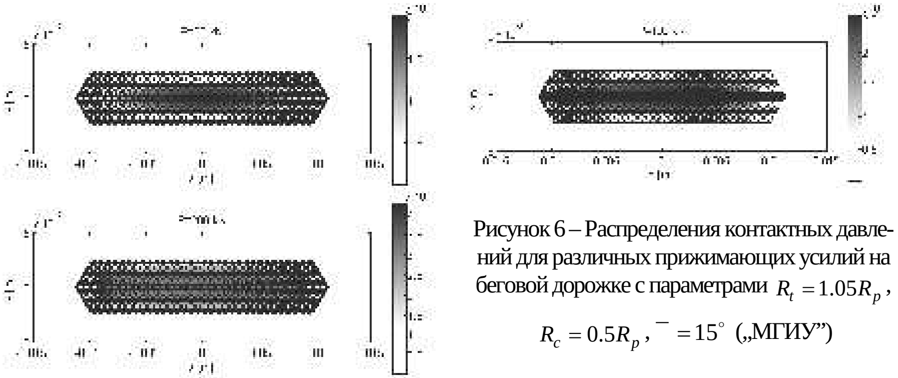
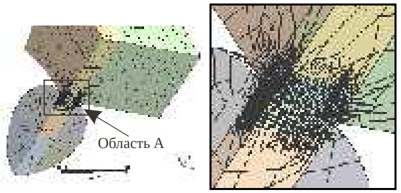


Рисунок 6 – Распределения контактных давлений для различных прижимающих усилий на беговой дорожке с параметрами $R_t = 1.05R_p$, $R_c = 0.5R_p$, ¯ $= 15^\circ$ („МГИУ”)

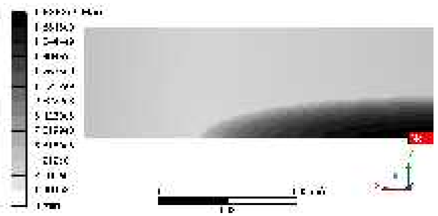


Область А

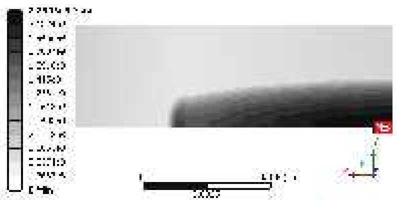
Рисунок 7 – КЭМ сегмента системы "поршень – статор" со сгущением в районе контакта

Картины распределения контактных давлений при действии прижимающих усилий 50 кН, 100 кН и 200 кН, полученных для профиля с радиусом центральной части, превышающим радиус поршня на 5%, приводятся на рисунке 9. Сравнение их с аналогичными распределениями, определенными полуаналитическим методом (см. рисунок 7), показывает хорошее качественное и количественное совпадение результатов.

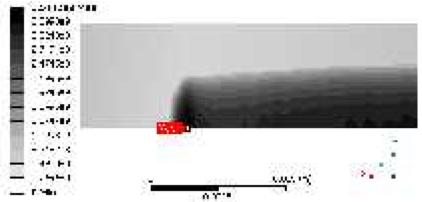
На рисунке 2 представлены значения максимальных контактных давлений для всех трех рассматриваемых вариантов беговой дорожки, полученные с помощью данной параметрической конечно-элементной модели. Они также согласуются с кривыми зависимости значений максимального контактного давления от относительной разности радиусов желоба и поршня, рассчитанными с применением полуаналитического метода, что позволяет сделать вывод о его применимости для анализа контактного взаимодействия ГОП с беговыми дорожками рассмотренного типа. Построенная КЭМ служит не только для подтверждения результатов многовариантных расчетов, производимых другими методами, но и для проведения более полного анализа НДС полученных в ходе параметрического поиска вариантов конструкции. Здесь помимо контактных давлений интерес также представляют распределения напряжений и деформаций, а также их концентрация в зоне контакта (рисунок 9).



а

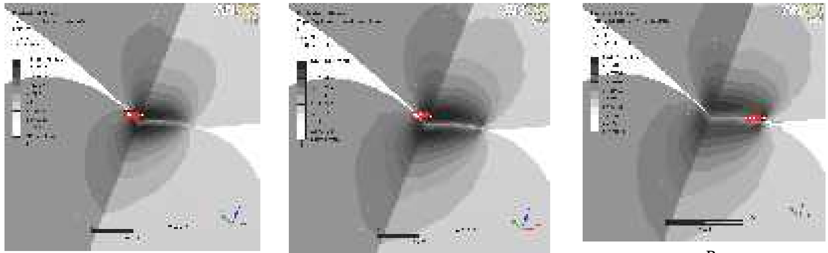


б



в

Рисунок 8 – Распределения контактных давлений на беговой дорожке статора с радиусом желоба, на 5% превышающим радиус поршня, для значений прижимающего усилия
50 кН (а), 100 кН (б), 200 кН (в) (ANSYS)



а б в

Рисунок 9 – Распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в статоре с радиусом желоба беговой дорожки, на 5% превышающим радиус поршня, для значений прижимающего усилия: а – 50 кН, б – 100 кН, в – 200 кН (ANSYS)

Таким образом, на примере частного класса профилей беговых дорожек было продемонстрировано применение предложенного подхода к синтезу и анализу деталей сложной формы. В его рамках анализ контактного взаимодействия тел различной формы производится несколькими методами с использованием различных компонент СПМК, реализующих полуаналитический метод (программа "МГИУ"), метод Герца ("GOP-H") и МКЭ (ANSYS). Предварительное их сравнение на серии тестовых задач позволило выделить области и порядок их применения, что дает возможность в дальнейшем обоснованно использовать их как инструмент анализа, встроенный в общий исследовательский цикл при проектировании ГОП с повышенной нагрузочной способностью и долговечностью их подвижных элементов, таких как поршни гидронасоса и гидромотора. Вместе с этим рассмотрен ряд частных вопросов выбора параметров беговых дорожек ГОП, в частности, зависимости величины концентрации контактных давлений на ее скруглениях при действии повышенных нагрузок в системе "поршень – статор".

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что предложенный подход и созданный СПМК дает возможность эффективно проводить анализ контактного взаимодействия элементов радиальных ГОП и может быть реализован при создании специализированной системы проектирования этого класса устройств, а разработанный ПМК может быть интегрирован как отдельный расчетный модуль. При этом предпочтительным является использование многоуровневых моделей и разноуровневых компонент ПМК всех трех рассмотренных типов с учетом ограничений, определенных в работе. Можно заключить, что предложенная в [2] технология совместного применения метода Герца, полуаналитических решений МГИУ (вариант метода граничных элементов) и МКЭ является достаточно универсальной и гибкой для анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел, в частности, элементов гидропередач при проведении многовариантных исследований НДС.

Влияние податливости слоя шероховатости на распределение контактных давлений в сопряжении "шар – беговое кольцо". При описанном выше анализе взаимодействия шарового поршня с беговой дорожкой ГОП не учитывалось влияние податливости упругого слоя, имитирующего шероховатость поверхностей контактирующих тел. Вместе с тем, как показали результаты расчетов, предпочтительными вариантами профилей беговых дорожек являются те, которые минимизируют величину первоначального зазора между поршнями и статорным кольцом. В этих условиях неизбежно возрастание роли фактора шероховатости контактирующих поверхностей как источника дополнительной податливости, т.к. перемещения, вызываемые этим фактором, становятся соизмеримыми и с перемещениями от упругого деформирования поршня и статорного кольца как упругих тел, и самой величины первоначального зазора. В связи с этим возникает новый аспект исследований, связанных с анализом влияния именно свойств податливости, обусловленной шероховатостью.

Для решения этой задачи был проведен ряд расчетов, в которых податливость λ упругого слоя, имитирующего шероховатость, изменялась в достаточно широких пределах. В соотношениях (2), (3) учет влияния шероховатости сводится к прибавлению λ к диагональным членам матрицы коэффициентов влияния C_{nm}. Соответственно, записывая

$$C_{nn}^{\lambda} = C_{nn} + \lambda = C_{nn}(1+L) = C_{nn}(1+tg\,\theta), \tag{8}$$

где C_{nn}^{λ}, C_{nn} – диагональные компоненты матриц влияния шероховатых и гладких тел соответственно, можно путем варьирования безразмерных параметров L и θ моделировать изменение податливости. Преимуществом использования θ является его ограниченность (при $L \to \infty, \theta \to \pi/2$).

В ходе исследований варьировался профиль беговой дорожки путем изменения радиуса R_t (см. рисунок 1) (а, соответственно, и параметр

$\text{і} = \dfrac{\left(R_t - R_p\right)}{R_p}\cdot 100\%$), а также относительная податливость упругого слоя, имитирующего свойства шероховатости, L от 0 до 100. Усилие прижатия поршня оставалось постоянным и равным 100 кН.

Из рисунков 10-15 видно, что податливость L оказывает существенное влияние и на характер распределения, и на величину контактных давлений. С ростом L уровень

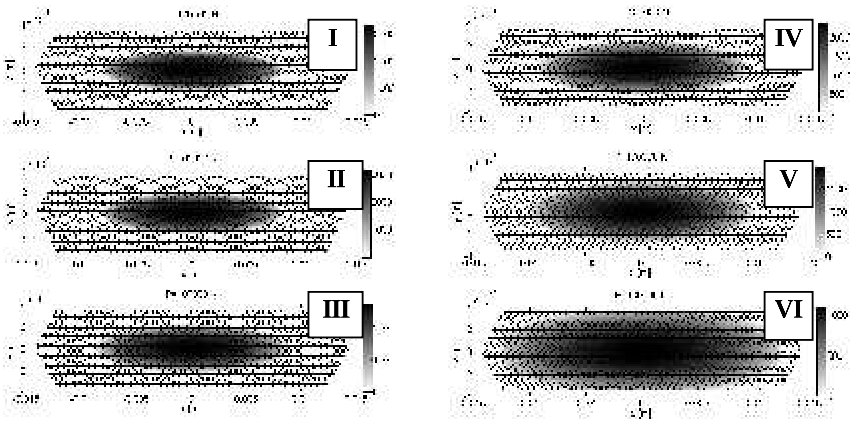


Рисунок 10 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = 10\%$ при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контактирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: L = 0 p_{max} = 3.309·10^3 МПа; **II:** L = 1 p_{max} = 3.15·10^3 МПа; **III:** L = 5 p_{max} = 2.7·10^3 МПа; **IV:** L = 10 p_{max} = 2.359·10^3 МПа; **V:** L = 20 p_{max} = 1.963·10^3 МПа; **VI:** L = 100 p_{max} = 1.1·10^3 МПа

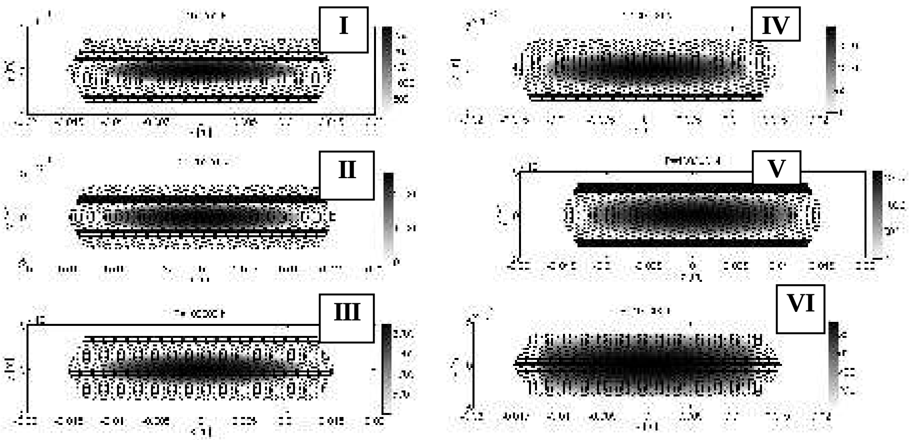


Рисунок 11 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = 4\%$

при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контактирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: L = 0 p_{max} = 2.746·10^3 МПа; **II:** L = 1 p_{max} = 2.598·10^3 МПа; **III:** L = 5 p_{max} = 2.2·10^3 МПа; **IV:** L = 10 p_{max} = 1.915·10^3 МПа; **V:** L = 20 p_{max} = 1.597·10^3 МПа; **VI:** L = 100 p_{max} = 0.937·10^3 МПа

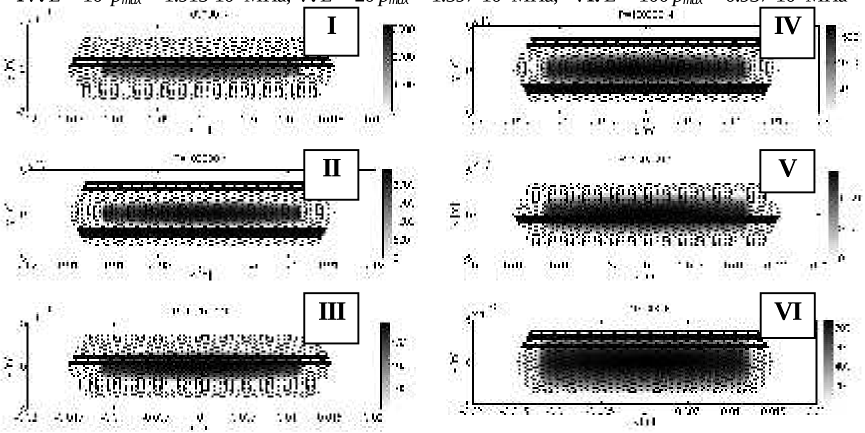


Рисунок 12 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = 2\%$ при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контактирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: L = 0 p_{max} = 3.126·10^3 МПа; **II:** L = 1 p_{max} = 2.387·10^3 МПа; **III:** L = 5 p_{max} = 1.948·10^3 МПа; **IV:** L = 10 p_{max} = 1.707·10^3 МПа; **V:** L = 20 p_{max} = 1.444·10^3 МПа; **VI:** L = 100 p_{max} = 0.884·10^3 МПа

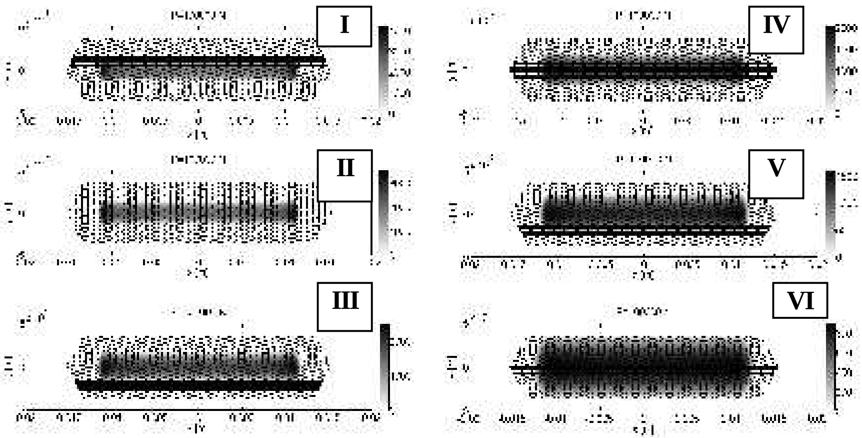


Рисунок 13 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = 0\%$ при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контактирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: L = 0 p_{max} = 4.188·10^3 МПа; **II:** L = 1 p_{max} = 3.514·10^3 МПа; **III:** L = 5 p_{max} = 2.51·10^3 МПа; **IV:** L = 10 p_{max} = 2.031·10^3 МПа; **V:** L = 20 p_{max} = 1.601·10^3 МПа; **VI:** L = 100 p_{max} = 0.899·10^3 МПа

давлений снижается, размеры контактного пятна возрастают, а распределение контактных давлений становится более гладким. В координатах "q – θ" (здесь $q = p_{\max}(L, \text{¡}) / p_{\max}(0;10\%)$) на рисунке 16 представлен характер изменения распределений контактных давлений.

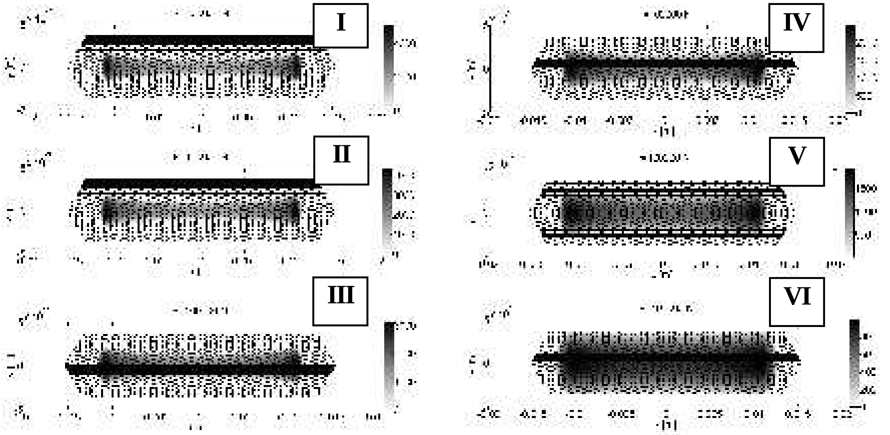


Рисунок 14 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = -2\%$ при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контактирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: $L = 0$ $p_{max} = 3.126 \cdot 10^3$ МПа; **II:** $L = 1$ $p_{max} = 2.387 \cdot 10^3$ МПа; **III:** $L = 5$ $p_{max} = 1.948 \cdot 10^3$ МПа;
IV: $L = 10$ $p_{max} = 1.707 \cdot 10^3$ МПа; **V:** $L = 20$ $p_{max} = 1.444 \cdot 10^3$ МПа; **VI:** $L = 100$ $p_{max} = 0.884 \cdot 10^3$ МПа

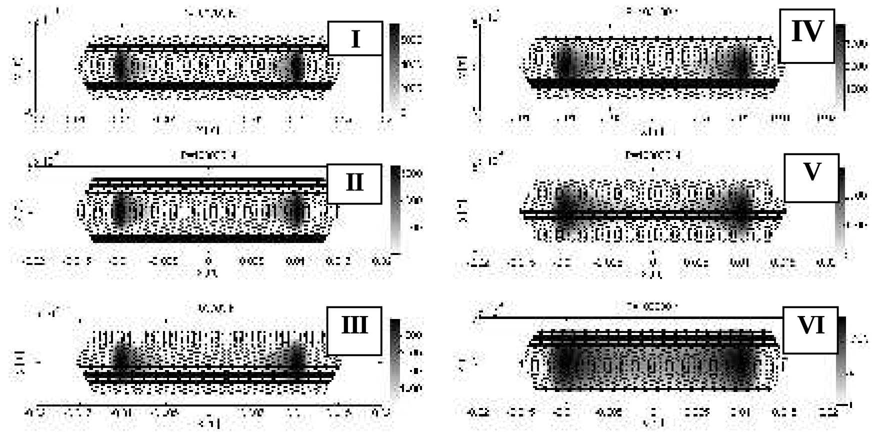


Рисунок 15 – Картины распределения контактных давлений для случая $\chi = -10\%$ при различных значениях податливости L упругого слоя, имитирующего шероховатость контак-

тирующих поверхностей поршня и статора гидрообъемной передачи:
I: $L = 0$ $p_{max} = 7.254 \cdot 10^3$ МПа; **II:** $L = 1$ $p_{max} = 6.503 \cdot 10^3$ МПа; **III:** $L = 5$ $p_{max} = 4.879 \cdot 10^3$ МПа;
IV: $L = 10$ $p_{max} = 3.906 \cdot 10^3$ МПа; **V:** $L = 20$ $p_{max} = 2.939 \cdot 10^3$ МПа; **VI:** $L = 100$ $p_{max} = 1.321 \cdot 10^3$ МПа

Из данных картин наглядно видно и влияние профиля беговой дорожки, и податливости упругого слоя на контактные давления. При стремлении χ к нулю распределение контактных давлений, как и для случая контакта гладких поршня и статорного кольца, во все большей степени перестает быть "герцевским", а для χ < 0 становится совершенно от него отличным. В то же время параметр θ очень резко влияет на форму распределения давления, причем величина максимального давления может с учетом влияния податливости шероховатого слоя изменяться в 3÷5 раз.

Естественно, что в этих обстоятельствах возникает задача оптимизации конструкции беговой дорожки по виду профиля и свойствам шероховатости поверхности. Для обоснования целесообразности постановки и эффективности решения такой задачи были построены поверхности отклика, представляющие собой зависимости относительных максимальных контактных давлений от χ и L при различной величине прижимающего усилия P (от 15 до 120 кН).

На рисунках 17-19 представлены соответствующие графические картины полученных зависимостей, констатирующие, что для широкого диапазона нагрузок и свойств шероховатости минимальные значения максимальных контактных давлений достигаются при χ = 2÷4%. Более того, при уходе из этого интервала давления сильно возрастают, особенно при отрицательных χ.

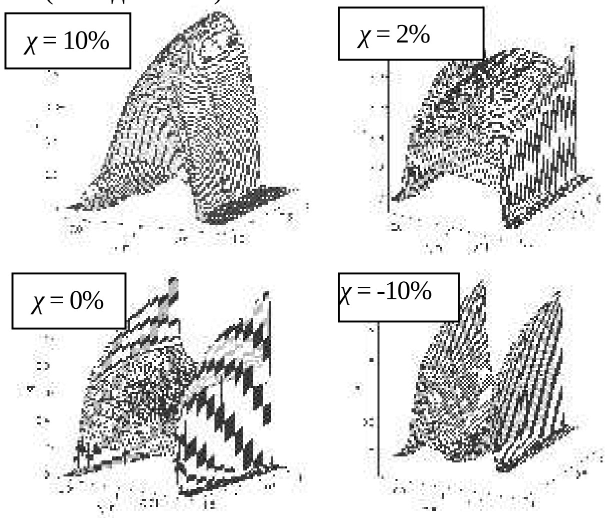


Рисунок 16 – Характер изменения распределений контактных давлений при различных значениях податливости χ

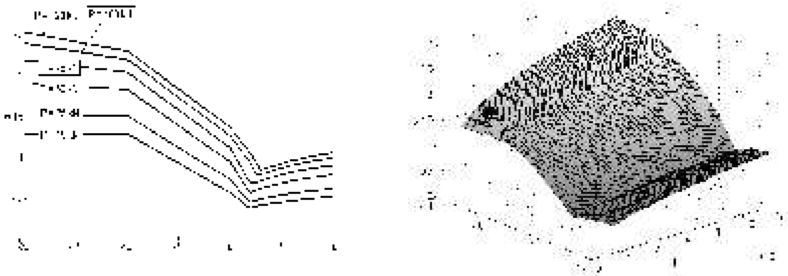


Рисунок 17 – Зависимость относительных максимальных давлений q от параметра χ при L = 0 и изменяемой силе прижатия P, кН

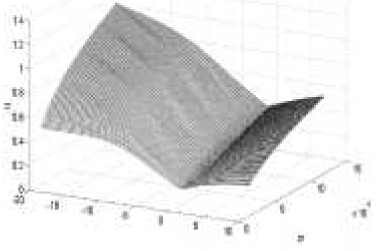


Рисунок 18 – Зависимость относительных максимальных давлений q от параметра χ при L = 20 и изменяемой силе прижатия P, кН

Рисунок 19 – Зависимость относительных максимальных давлений q от параметра χ при L = 1 и изменяемой силе прижатия Р, кН

Выводы. Предложен общий подход к анализу контактного взаимодействия с привлечением модели Герца, МКЭ и МГЭ, причем в последнем предложен способ учета локальной податливости тел в зоне контакта за счет учета влияния шероховатости их поверхности на контактную жесткость. Известные оценки величины контактной податливости слоя шероховатости соответствуют определенным способам обработки [11]. Продемонстрирована также продуктивность постановки и решения задач оптимизации профиля беговой дорожки гидрообъемной передачи.

Полученные результаты планируется в дальнейшем применить при проектных исследований широкого класса машиностроительных конструкций, содержащих сложнопрофильные тела, находящиеся в условиях силового контакта.

Список литературы: 1. *Ткачук Н. Н.* Методы и модели для исследования контактного взаимодействия шарового поршня с беговой дорожкой в радиальной гидропередаче / Н. Н. Ткачук// Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2008. – Вып. 2. – С.159–166. **2.** *Ткачук Н.Н.* Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: дисс… канд. техн. наук: спец. 05.02.09. –Харьков, 2011. – 203 с. **3.** *Львов Г.И., Ткачук Н.Н.* Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных тел: вариант реализации метода граничных интегральных уравнений // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2008. – № 42. – С.81-95. **4.** *Аврунин Г.А., Кабаненко И.В., Хавилью В.В.* Объемная гидропередача с шариковыми поршнями ГОП–900: характеристики и технический уровень // Механіка та машинобудування.– 2004.– №1. – С.14-21. **5.** *Hertz H.* Über die Berührung fester elastischer Körper / H. Hertz // J. Reine Angew. Math.. – 1881. – Vol. 92. – S. 156-171. **6.** *Ткачук Н.Н., Мовшович И.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В.* Анализ контактного взаимодействия гладких и шегоховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие уравнения// КШП. ОМД. – М.: ООО "Тисо Принт", 2014. – № 3 – С. 3-10. **7.** *Ткачук Н.Н., Мовшович И.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В.* Анализ контактного взаимодействия гладких и шегоховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие уравнения// КШП. ОМД. – М.: ООО "Тисо Принт", 2014. – № 4 – С. 3-8. **8.** *Крауч С., Старфилд А.* Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с. **9.** *Hughes T.J.R.* The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. – Courier Dover Publications, 2012. – 672 с. **10.** *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 509 с. **11.** *Решетов Д.Н., Портман В.Т.* Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986.– 336 с.

Bibliography (transliterated): 1. *Tkachuk N.N.* Metody i modeli dlja issledovanija kontaktnogo vzaimodejstvija sharovogo porshnja s begovoj dorozhkoj v radial'noj gidroperedache / N. N. Tkachuk// Vestnik NTU "KhPI". – Kharkov: NTU "KhPI", 2008. – Vol. 2. – P.159–166. **2.** *Tkachuk N.N.* Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija slozhnoprofil'nyh jelementov mashinostroitel'nyh konstrukcij s kinematicheski soprjazhennymi poverhnostjami: diss… kand. tehn. nauk: spec. 05.02.09. – Kharkov, 2011. – 203 p. **3.** *L'vov G.I.* Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija slozhnoprofil'nyh tel: variant realizacii metoda granichnyh integral'nyh uravnenij / L'vov G.I., Tkachuk N.N. // Vestnik NTU "KhPI". – Kharkov: NTU "KhPI", 2008. – No 42. – P. 81-95. **4.** *Avrunin G.A.* Ob#emnaja gidroperedacha s sharikovymi porshnjami GOP–900: harakteristiki i tehnicheskij uroven' / Avrunin G.A., Kabanenko I.V., Havil'ju V.V. // Mehanika ta mashinobuduvannja.– 2004.– No 1. – P.14-21. **5.** *Hertz H.* Über die Berührung fester elastischer Körper / H. Hertz // J. Reine Angew. Math.. – 1881. – Vol. 92. – P. 156-171. **6.** Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija gladkih i shegohovatyh tel metodom granichnyh jelementov: modeli i razreshajushhie uravnenija / *Tkachuk N.N., Movshovich I.Ja., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V.* // KShP. OMD. – Moscow: OOO "Tiso Print", 2014. – No 3 – P. 3-10. 7. Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija gladkih i shegohovatyh tel metodom granichnyh jelementov: modeli i razreshajushhie uravnenija / *Tkachuk N.N., Movshovich I.Ja., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V.* // KShP. OMD. – Moscow: OOO "Tiso Print", 2014. – No 4 – P. 3-8. 8. *Krauch S.* Metody granichnyh jelementov v mehanike tverdogo tela / Krauch S., Starfild A. – Moscow: Mir, 1987. – 328 p. **9.** *Hughes T.J.R.* The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. – Courier Dover Publications, 2012. – 672 p. **10.** *Dzhonson K.* Mehanika kontaktnogo vzaimodejstvija / K. Dzhonson. – Moscow: Mir, 1989. – 509 p. **11.** *Reshetov D.N.* Tochnost' metallorezhushhih stankov / Reshetov D.N., Portman V.T.. – Moscow: Mashinostroenie, 1986.– 336 p.

Поступила (received) 21.05.2015

УДК 621.43:62-192

М. А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. "ТММіСАПР" НТУ "ХПІ";
М.Л. БЄЛОВ, к.т.н., ген. директор ДП "Завод ім. В.О. Малишева", Харків;
О.І. ШЕЙКО, гол. інж. ДП "Завод ім. В.О. Малишева", Харків;
С.О. КРАВЧЕНКО, к.т.н., ст. наук. співр. каф. "ДВЗ" НТУ "ХПІ";
Е. К. ПОСВЯТЕНКО, д.т.н., проф., проф. каф. "Виробництво, ремонт та матеріалознавство" Національного транспортного університету, Киев;
В.В. ШПАКОВСЬКИЙ, д.т.н., проф., проф. каф. "ДВЗ" НТУ "ХПІ";
С.С. Д'ЯЧЕНКО, д.т.н., проф., проф. каф. "Технологія машинобудування і ремонту машин" Харк. нац. автомоб.-дор. ун-ту;
В.Г. ГОНЧАРОВ, к.т.н., ген. директор приватної науково-дослідної виробничо-комерційної фірми "ТАВІ", Харків;
І.В. ПОНОМАРЕНКО, к.т.н., доц., доц. каф. "Технологія машинобудування і ремонту машин" Харк. нац. автомоб.-дор. ун-ту;
В. М. ШЕРЕМЕТ, здобувач каф. ТММіСАПР, НТУ "ХПІ"