вести военные действия, оказались израсходованы в течение первых двух-трех месяцев войны. Уже в сентябре 1914 г. все воюющие страны стали испытывать кризис боевого снабжения, из которого пытались выйти любыми методами, одним из которых и стал переход на производство сталистого чугуна.

Выводы

Противоборствующие страны, готовясь к Первой мировой войне, не предвидели ни ее продолжительности, ни колоссальности масштаба, ни огромного расхода предметов боевого снабжения вообще и в особенности расхода боевых припасов, достигшего чудовищных размеров. В течение всей мировой войны было израсходовано в общей сумме до миллиарда (!) выстрелов всех калибров: русской артиллерией более 50 миллионов, австро-венгерской до 70 миллионов и германской около 272 миллионов; французская артиллерия израсходовала выстрелов только 75-мм и 155-мм калибров около 192 млн.

Пытаясь выйти из сложившегося положения, воюющие страны вводили в производство всевозможные заменители привычных материалов для изготовления вооружения. Одним из них стал сталистый чугун – промежуточный материал между серым чугуном и сталью, широко применяющийся в военном деле и сегодня [8]. Практически одновременно он исследовался вначале в России проф. Д. К. Черновым и несколько позже во Франции – капитаном Прашем. Послевоенное развитие технологии плавки и обработки чугуна привело вначале к появлению модифицированного чугуна, а впоследствии – к появлению синтетического чугуна и высокопрочного чугуна, несомненно, являющегося важнейшим изобретением в металлургии и литье XX века – единственном сплаве, мировое производство которого увеличивается каждый год, уже в течение более, чем 60 лет.

Список литературы: 1. Ductile iron: 25 year saga of success.—Mod. Cast., 1973, May, p. DI 1—DI 32. 2. Справочник по чугунному литью. /Под редакцией проф. Гиршовича Н. Г. Л. Машиностроение, 1978, 757 с. 3. Барсуков Е.З. Русская артиллерия в мировую войну. Т. 1. М.: Воениздат, 1939. – 396 с. 4. Барсуков Е. З. Русская артиллерия в мировую войну. Т. 2. М.: Воениздат. 1940.- 462 с. 5. Игнатьев А. А. Пятьдесят лет в строю. М.: Воениздат, 1988.- 751 с. 6. Черняк Е.Н. Семен Николаевич Ванков. М. Наука, 1966. - 210 с. 7. Ванков С.Н. Сталистый чугун. ГТИ, Москва, 1930.- 108 с. 8. Журило А.Г. Научные школы металлургов Харькова до начала Второй мировой войны. // Материалы V Международной научно-практической конференции «Динамика современной науки». София, 2009, т.6. - С. 24…28

Поступила в редколлегию 21.12.2010

УДК 539.3:004.942

В.И. ОЛЕВСКИЙ, канд. техн. наук, доц., УДХТУ, г. Днепропетровск

О ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА ГОМОТОПИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ

Показана возможность использования метода гомотопического возмущения для решения регулярных задач механики при условии формулировки его в форме модифицированного метода продолжения по параметру и обобщенного суммирования по схеме Паде.

Ключевые слова: продолжение по параметру, гомотопическое возмущение, схема Паде.

Показана можливість використання методу гомотопічного збурення для вирішення регулярних задач механіки за умови формулювання його у формі модифікованого методу продовження по параметру та узагальненого підсумовування за схемою Паде.
Ключові слова: продовження по параметру, гомотопічне збурення, схема Паде.

The possibility of using the homotopy perturbation method is demonstrated for solving regular problems in mechanics, provided the wording it in the form of a modified method of parameter continuation and generalized Padé summation scheme.
Keywords: parameter continuation, homotopy perturbation, Padé scheme.

1. Введение

Метод гомотопического возмущения (HPM), использующийся для приближенного аналитического интегрирования обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, основывается на искусственном параметре и зависящем от него функционале – гомотопическом отображении [1, 2]. Такой подход восходит к Пуанкаре, Ляпунову и, позже, применялся Дородницыным. Чтобы обеспечить сходимость искомых величин для предельных значений параметра, рядом авторов были предложены методы аналитического продолжения решения, наиболее мощным из которых является мероморфное продолжение по схеме Паде (PA) [3, 4]. На его основе автором был разработан модифицированный метод продолжения по параметру (MMPC) [4, 5], обосновывающий схему возмущения исходной задачи и область сходимости полученного дробно-рационального приближения.

Позже Ляо [6] предложил приближенное решение, основанное на топологическом подходе. Согласно его методу гомотопического анализа (HAM) после построения гомотопии, искомое решение разлагается в обобщенный ряд по системе выбранных базисных функций. По мнению Ляо, определенный выбор формы гомотопии и входящих в нее параметров гарантирует сходимость приближения. Следует отметить, что метод достаточно громоздок, а приводимые Ляо доказательства сходимости вызывают определенные сомнения и требуют тщательной проверки.

Метод гомотопического возмущения (HPM) представляет собой более поздний и упрощенный вариант HAM, разработанный Хе [1, 2]. Хе представляет гомотопическое отображение в виде ряда по степеням искусственного параметра и разделяет разрешающие уравнения на предельные линейные системы. Хе предлагает использовать только первые несколько последовательных приближений, но не определяет их необходимое количество и область пригодности.

Автором показано ранее, что при правильно выбранной схеме возмущения HPM совпадает с MMPC для регулярных обыкновенных дифференциальных уравнений, и является разложением решения MMPC по степеням естественного малого параметра для сингулярных задач [13]. Поэтому при решении регулярных задач HPM должен давать удовлетворительные результаты, улучшаемые только обобщенным суммированием. Вместе с тем, существует ряд работ, например Санчеса [7], в которых показана неприемлемость результатов, полученных Хе, при решении регулярных задач. В известной полемике с Санчесом [2, 7] Хе признал указанные факты, мотивируя это так: "Хорошо известно, что возмущенное решение представляется асимптотическим рядом, который не является сходящимся, и это неотъемлемый недостаток метода возмущения (...) мой метод также имеет свои ограничения". Но такое несоответствие входит в явное противоречие с результатом [5] и требует отдельного рассмотрения, чему и посвящена настоящая работа.

2. Анализ методики применения HPM в работах Хе

Стандартная методика расчета HPM, предлагаемая в работах Хе выглядит следующим образом. Рассматривается краевая задача

$$A(u) = f(r), r \in \Omega, \tag{1}$$

$$B(u, \partial u / \partial n) = 0, r \in \Gamma, \tag{2}$$

где A - нелинейный оператор общего вида, B - граничный оператор, $f(r)$ - известная аналитическая функция, $u = u(r)$ - искомая функция аргумента r, Γ - граница области изменения аргумента Ω.

Оператор A представляется в виде суммы двух операторов – линейного L и нелинейного N, при этом способ разбиения Хе считает произвольным и зависящим от искусства расчетчика. Далее строится гомотопия для параметрической функции $v(r, p)$ вида

$$H(v, p) = (1 - p)\left(L(v) - L(u_0)\right) + p\left(L(v) + N(v) - f(r)\right) = 0, \tag{3}$$

где u_0 - функция, удовлетворяющая граничным условиям (2), вид которой также не оговаривается, p - параметр.

Из (3) следует, что $u(r) = v(r, 1)$. Разлагая все входящие в (3) величины в ряд по степеням p и приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях параметра нулю, получим рекуррентную систему дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения $v = \sum_{i=0}^{\infty} v_i(r) p^i$. Продолжение полученного ряда до значения $p = 1$ дает искомое решение, если сумма ряда существует и конечна. Для практических расчетов Хе рекомендует брать несколько первых членов ряда, не уточняя, какое именно число членов достаточно для достижения заданной точности. При этом он считает, что увеличение числа членов приводит к снижению точности, т. к. ряд может быть расходящимся. Залогом хорошего приближения к точному решению он считает правильно выбранную форму начального приближения. Надо отметить, что в работах последователей Хе особенно в последнее время появилась понимание необходимости обобщенного суммирования полученного решения. При этом, как и ранее, не делается никаких попыток обосновать применение используемых схем.

Иллюстрируя в [2] метод на примере решения уравнения Дуффина

$$u'' + u + \varepsilon u^3 = 0, u(0) = A, u'(0) = 0. \tag{4}$$

и используя априорные представления о близости решения (4) к решению линеаризованного уравнения, Хе вбирает для нулевого приближения следующую начальную задачу

$$u_0'' + \beta^2 u_0 = 0, u_0(0) = A, u_0'(0) = 0, \ \beta^2 + \varepsilon\eta = 1, \tag{5}$$

где η - неизвестная константа, используемая для удаления секулярных членов на следующем шаге приближения.

Затем β и искомая функция u разлагаются в ряды по ε. Введенные в (5) параметры дают в заданной комбинации единицу и, таким образом, исчезают из решения в конечном выражении, поэтому решения на каждом шаге не определены по этим параметрам. Кроме того, Хе удовлетворяет граничные условия в сумме $\left(\sum_{i=1}^{\infty} u_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{\infty} u_i' = 0\right)$. Поэтому в каждом приближении, начиная с первого, возникают члены с ненулевыми начальными условиями, которые компенсируются на следующем шаге. Хе делает это потому, что получение полного решения на каждом шаге привело бы к необходимости удалять секулярные члены на следующем, а для этого нет свободных параметров. При этом он не поясняет, зачем это сделано, и как это сделать в общем случае. Полученное таким образом приближение периодично, дает удовлетворительную оценку частоты, но плохо оценивает фазу и величину точного решения при увеличении естественного параметра ε, на что и указывает Санчес [7].

3. Применение обоснованной методики расчета

Проблемы решения Хе основаны на отказе от обобщенного суммирования. Именно поэтому он использует усложненные формы начальных приближений. В то же время, если использовать НРМ по схеме ММРС что в случае регулярной задачи, какой является (1)-(2), приводит к их совпадению, то решение получается корректным и равномерно пригодным. Введем искусственный параметр по схеме ММРС: $u = \sum_{i=0}^{\infty} u_i p^i, u'' = p(-u - \varepsilon u^3)$. Решение получается в виде

$$u \approx A - A\frac{1+\varepsilon A^2}{2}t^2 + A\frac{(1+\varepsilon A^2)(1+3\varepsilon A^2)}{24}t^4, \qquad (6)$$

а его приближение по схеме Паде будет иметь вид

$$u \approx A\left[12 - \left(5+3\varepsilon A^2\right)t^2\right] \Big/ \left[12 + A\left(1+3\varepsilon A^2\right)t^2\right], \; T = 8\sqrt{3}\Big/\sqrt{5+3\varepsilon A^2}. \qquad (7)$$

Полученное решение не является периодическим, но это легко исправляется принудительной периодизацией полученного ряда. Период T определяется как учетверенное время достижения нуля, что является общепринятой практикой для колебательных функций общего вида. Хорошее соответствие между (7) и результатом [7] для разных величин ε при $A=1$ приведены на рис. 1.

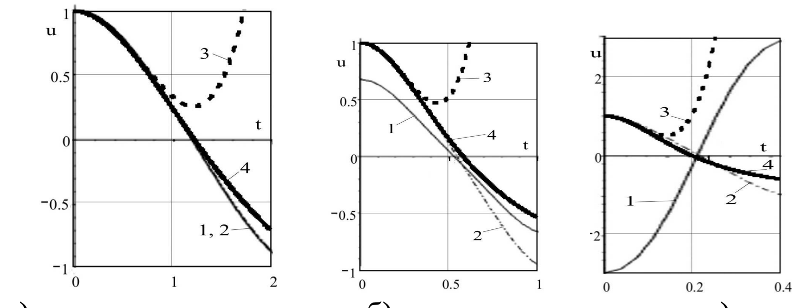

Рис. 1. Сравнение решения для $\varepsilon = 1$ (а), $\varepsilon = 10$ (б) и $\varepsilon = 100$ (в). 1- Решение Хе [2], 2 – решение Санчеса [7], 3 – ряд (6), 4 – аппроксиманта Паде (7).

4. Выводы

Применение НРМ в регулярных задачах механики позволяет получить сходящееся решение, пригодное во всей области изменения естественного параметра. Это возможно при использовании схемы возмущения задачи, предложенной в модифицированном методе продолжения по параметру, и суммировании решения по схеме Паде.

Список литературы: 1. He, J. H. Homotopy perturbation technique. Comput. Meth [Текст] / J. H. He // Appl. Mech. Eng. - 1999. - № 178. – P. 257-262. 2. He, J. H. A new perturbation technique which is also valid for large parameters [Текст] / J.H. He // Journal of Sound and Vibration – 2000. – № 225 – P. 1257–1263. **3.** Андрианов, И. В. Применение метода Паде-аппроксимант для устранения неоднородностей асимптотических разложений [Текст] / И. В. Андрианов // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1984. - №3. – С. 166-167. **4.** Andrianov, I. V. A modified Adomian's decomposition method [Текст] / I. V. Andrianov, V. I. Olevskij, S. Tokazhevskij // J. Appl. Math. Mech. – 1998. – V. 62. - No.2. – P. 309-314. 5. Андрианов, И. В. Обобщение подходов Адомяна и гомотопического возмущения на основе модифицированного метода продолжения по параметру [Текст] / И. В. Андрианов, В. И. Олевский, В. В. Плетин // Теоретичні основи будівництва. – Варшава: Изд-во Варшавской Политехники, 2010. –№ 18. – С. 45-52. 6. Liao, S. J. Beyond Perturbation - Introduction to the Homotopy Analysis Method [Текст]: монография / S. J. Liao - Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, 2003. – 317 p. 7. Sanchez, N. E. A view to the new perturbation technique valid for large parameters [Текст] / N. E. Sanchez // Journal of Sound and Vibration. - 2005. – № 282 – P. 1309–1316.

Поступила в редколлегию 11.01.2011

УДК 621.735.2.043

А.В. МАКОВЕЦКИЙ, аспирант НАКУ «ХАИ», г. Харьков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ТЕХНОЛОГИЧЕСКУЮ ТОЧНОСТЬ ГОРЯЧЕЙ ОБЪЕМНОЙ ШТАМПОВКИ ДЕТАЛЕЙ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ ТИПА ВТ-20

Определены технологические ограничения на конструкцию заготовок, получаемых методом горячей объемной штамповки в открытых штампах, и параметры, влияющие на технологическую точность горячей штамповки и качество готовой продукции. Проведено экспериментальное и компьютерное моделирование процесса штамповки поковок П-образной формы из титанового сплава типа ВТ-20. Получены допустимые значения расположения заготовки в штампе.

Визначені технологічні обмеження на конструкцію заготованок, що отримують методом гарячого об'ємного штампування у відкритих штампах, та параметрів, що впливають на технологічну гарячого об'ємного штампування та якість готової продукції. Проведено експериментальне та комп'ютерне моделювання процесу штампування поковок П-образної форми з титанового сплаву типу ВТ-20. Отримані допустимі значення розташування заготованки в штампі.

The technological limitations on the design of billets obtained by open die forging with a flash, and the parameters affecting the accuracy of hot forging and the quality of the finished product are identified. An experimental and computer simulation of forging billets П-shaped from titanium alloy such as BT-20 was carried out. A valid location values of billet in the die are obtained.