

2,5 раза меньше удельное давление для получения одинаковой величины деформации.

**Список литературы:** 1. Губкин С.И. Пластическая деформация металлов / С.И. Губкин. – М.: Металлургиздат, 1970. – 472 с. 2. Унксов Е.П. Инженерная теория пластичности / Е.П. Унксов. – М.: Машгиз, 1969. – 372 с.

*Поступила в редколлегию 05.09.2011*

**УДК 539.3: 519.876.5**

**А.М. МИЛЬЦЫН**, канд. техн. наук, проф., начальник отдела. ТД  
Днепропетровского завода сварочных материалов

**В.И. ОЛЕВСКИЙ**, канд. техн. наук, доц., ГВНЗ УДХТУ, Днепропетровск

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОБОЛОЧЕК НА ОСНОВЕ ПОДОБИЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ**

Предложена концепция подобия оболочек с несовершенствами в условиях единой технологии их изготовления. Экспериментально обоснованы гипотезы подобия в технологическом смысле. Ключевые слова: подобие, модель, несовершенства, масштаб.

Запропоновано концепцію подібності оболонок з недосконалостями в умовах єдиної технології їх виготовлення. Експериментально обґрунтовано гіпотези подібності в технологічному сенсі. Ключові слова: подібність, модель, недосконалість, масштаб.

A concept of the similarity of shells with imperfections based on the single manufacturing methods is proposed. The hypothesis of similarity in the technological sense eexperimentally substantiated. Keywords: similarity, model, imperfections, scale.

### **1. Введение**

При моделировании стохастических зависимостей между механическими, физическими и геометрическими параметрами тонкостенных оболочек на основе теории статистического подобия [1, 2] идентификация модели и природы осуществляется путем сравнения законов распределения или выборочных характеристик распределения этих параметров. При этом устанавливается равенство критериев подобия для параметров распределения. Параметр несущей способности моделируемой конструкции  $P_n$  определяется одноименным параметром модели  $P_m$ , умноженным на константу подобия  $\alpha$  с учетом стохастического характера рассматриваемых связей. Расчет крупногабаритных тонкостенных конструкций, основанный на теории статистического подобия, требует точной подгонки модели и природы и, зачастую, не может быть осуществлен. При этом естественно, а часто и единственно возможно исследовать узкий класс подобных конструкций, например, выполненных из тождественного материала в рамках единой технологии. Исследования показывают, что строгие условия подобия могут быть установлены лишь для конкретных пар модель – натура с заранее заданным соотношением факторов, по которым устанавливается подобие. В общем же случае соотношение безразмерных параметров натуральных изделий и моделей имеет значимую

тенденцию, которая может быть аппроксимирована некоторой функцией. Поскольку для конструкций этого класса выполняются условия единства технологии и неполного или приближенного подобия, то расчет натурной конструкции может быть осуществлен путем прогнозирования механических свойств с учетом статистического подхода. При этом прогнозирование в таких; оптимальных условиях обладает рядом важных; специфических свойств, в силу которых оно может быть выделено в новую ветвь – моделирование на основе подобия в технологическом смысле.

## 2. Анализ методики моделирования вторичных факторов

При одинаковой технологии изготовления природы и модели необходимо исследовать закономерности изменения величин несовершенств и характера их влияния на несущую способность в зависимости от размеров и жесткости оболочек. Это возможно осуществить только экспериментальным путем. При различной технологии рациональным представляется, изготавливая модель, сохранить идентичность основных операций, выполняемых над натурой. Одним из наиболее эффективных критериев качества для гладких однородных оболочек постоянной толщины  $\delta$  является параметр несущей способности  $K$ . Он определяется через критическое усилие  $P$  и модуль Юнга материала оболочки  $E$  выражением  $K = P / (2\pi E \delta^2)$ . В связи с этим параметр  $K$  рассматривается как обобщенный критерий уровня качества, а изменения его от масштаба к масштабу – как критерий идентичности или подобия технологических свойств тонкостенных оболочек и технологических процессов, в условиях которых изготавливаются оболочки различных размеров. Задача установления подобия решается для партии конструкций различных размеров (масштабов) при  $R/\delta = const, R/L = const$ , где  $R$  и  $L$  – соответственно радиус и длина оболочки.

Введем некоторые определения. Конечными технологическими свойствами тонкостенной конструкции будем называть ансамбль технологических несовершенств, сформировавшийся в результате ее изготовления, каждый элемент которого определяется величиной, формой и характером взаимного расположения относительно одноименных параметров идеальной конструкции через собственные параметры  $\Delta e_i, i = \overline{1, n}$ .

Конечные технологические свойства тонкостенной конструкции формируются за счет силовых воздействий технологического процесса, проявляющихся на всех его стадиях. Они в целом определяют уровень качества и указывают на отклонения конструкции от теоретических отводов, соответствующих технической документации и техническим условиям на изготовление, ГОСТам, справочным данным и т.д. Конечные технологические свойства определяются путем полного обмера конструкций. Уровень качества конструкции устанавливается путем сопоставления кортежа данных со специальными таблицами, определяющими классы точности конструкции.

Под однородностью технологических свойств будем понимать ансамбли технологических несовершенств партии конструкций одинаковых или различных масштабов, полученные при полной аналогии механизма формирования несовершенств, а именно: при одних и тех же операциях; при использовании

одного и того же набора средств; при действии одного и того же рода усилий. Тогда единообразие технологических свойств – это ансамбль технологических несовершенств партии конструкций одинаковых или различных масштабов, полученных так, что для каждого элемента ансамбля отмечается сходственная форма отклонений одного и того же вида (образа, наименования), одинаковый характер их размещения или распределения.

Идентичными в технологическом смысле будем считать такой ряд  $n$  групп тонкостенных оболочек различных масштабов с  $R/\delta = const$ ,  $R/L = const$ , для которого оценка механических свойств каждой  $n_i$  группы, выделенной из ряда, может быть получена интерполяцией или экстраполяцией истинной (наилучшей) масштабной зависимости, соответствующей  $(n-1)$  оставшимся группам. При этом в исходные данные включаются такие группы оболочек, для которых исключение любой из них значимо не изменит коэффициенты наилучшей математической модели.

Выполнение каждой операции технологического процесса сопровождается некоторыми силовыми воздействиями на объект. Пусть выявлен и измерен весь диапазон силовых воздействий на натурный объект, проявляющихся в течение всего технологического процесса. Условно расположим усилия по возрастающей и построим огибающую. Тогда спектр усилий примет вид монотонной функции общего вида, определяющей в целом характер технологического процесса. Пропустим через этот технологический процесс модель натурной конструкции, достаточно далеко отстоящую от нее по геометрическим параметрам. Условимся о том, чтобы силоизмерительные устройства показывали те же усилия, что и при обработке натуре. Тогда окажется, что взятый за основу натурный технологический процесс либо вызовет разрушение модели, либо оставит относительно большие возмущения. Это означает, что создание модели не может быть осуществлено тем же набором усилий, что и натурная конструкция. Поэтому для модели необходимо найти соответствующий более низкий уровень технологических усилий при сохранении общего характера огибающей и, следовательно, общей технологии.

Для формализации описания единого процесса используем концепцию спектра технологических усилий. При этом будем полагать возможным измерить весь набор усилий, действующих на единичную оболочку в процессе ее изготовления. Совокупность этих наборов для ансамбля оболочек каждого масштаба составляет спектр усилий данного масштаба. Объединение усилий, действующих на конкретную оболочку, в спектр масштаба производится с учетом особенностей конкретного технологического процесса двумя способами. В первом случае, когда разброс технологических усилий определяется в основном различием параметров изготавливаемого объекта, а не оснастки (жесткая технология), усилия включаются в спектр путем простого объединения. Тогда спектр усилий не является случайным. Будем также считать, что число усилий велико так, что их можно считать непрерывно распределенными в течение всего технологического процесса. Тогда набор усилий, действующих на единичную тонкостенную конструкцию в процессе обработки, является случайной выборкой из спектра. Формулируемое таким набором усилий поле вторичных факторов случайно изменяется от оболочки к оболочке.

Во втором случае, когда действующие технологические усилия случайны, спектр включает математические ожидания усилий. При этом необходимо знать закон распределения усилий для каждого масштаба.

Полученные таким образом масштабные спектры затем объединяются в единый спектр данного технологического процесса путем упорядочения всех усилий по возрастанию (убыванию). Очевидно, что спектр объединяет однородные по характеру усилия. Выясним смысл абсциссы спектра. Нетрудно видеть, что упорядоченный спектр может быть разбит на классы усилий по степени их близости к максимуму. Тогда в зависимости от абсолютных размеров конкретная оболочка может воспринимать лишь тот класс, который не приводит ее к разрушению, но создает остаточные деформации. Следовательно, чем больше абсолютные размеры оболочки, тем более близкий к максимуму класс усилий она воспринимает. Естественно в этом случае принять ось абсцисс совпадающей с точностью до константы с осью масштаба оболочек.

Таким образом, подобие несовершенств может быть определено по подобию технологических усилий, которые присущи технологическому процессу и вызывают формирование несовершенств.

Будем считать далее, что технологические усилия – это силовые воздействия на тонкостенную конструкцию в процессе ее изготовления, обусловленные собственно технологическими приемами, операциями, оснасткой, приспособлениями и технологическим оборудованием. А спектр технологических усилий – это упорядоченный набор технологических усилий, отвечающих рассматриваемому технологическому процессу.

Условимся различать технологические усилия детерминистического (реализуемого с незначительными отклонениями или без отклонений по величине) и стохастического характера. В первом случае введем понятие спектра детерминистических (жестких) технологических усилий, который формируется путем простого объединения. Во втором случае введем понятие спектра случайных технологических усилий, реализуемых со случайными отклонениями от некоторой собственной текущей средней величины. Он формируется путем объединения усилий по средней величине с учетом их разброса и выражается в виде статистической зависимости с некоторым законом распределения в каждой точке области определения.

Введем понятие жесткой, адаптивной технологии изготовления тонкостенных оболочек и технологии общего вида.

Жесткая технология – это технологический процесс, при котором конечные технологические свойства формируются при действии спектра детерминистических технологических усилий, определяются в основном разбросом параметров конструкции и имеют незначительное рассеяние относительно среднего, а огибающая спектра технологических усилий есть детерминистическая зависимость вида  $P = \alpha^2 \beta P_0$  (рис. 1а).

Адаптивная технология – это технологический процесс, при котором конечные технологические свойства формируются спектром случайных технологических усилий, которые определяются в основном разбросом величины технологических усилий, обусловленным случайной реализацией технологических операций, а

огнибающая спектра усилий есть статистическая зависимость вида  $\bar{P} = \alpha^2 \beta \bar{P}_0$  с разбросом  $S^2(P) = \alpha^4 \beta^2 S_0^2$  (рис. 1б).

Технология общего вида изготовления тонкостенных оболочек – это технологический процесс, при котором конечные технологические свойства формируются спектром случайных технологических условий. Они определяются как разбросом параметров конструкции, так и набором величины технологических усилий, причем огнибающая спектра усилий есть статистическая зависимость общего вида  $\bar{P} = f(\alpha) \bar{P}_0$  с коэффициентом подобия в виде некоторой функции  $f(\alpha)$ , где  $\alpha$  – множитель подобия (рис. 1в).

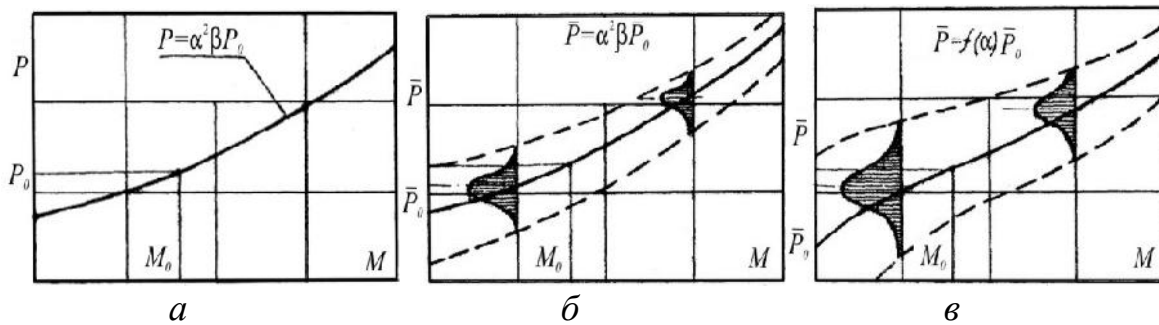


Рис. 1. Спектры жесткой (а), адаптивной (б) и общего вида (в) технологий.

Эти определения позволяют сформулировать условия подобия тонкостенных конструкций в технологическом смысле.

### 3. Условия подобия конструкций в технологическом смысле

Основываясь на теореме об условиях подобия идеальных оболочек [1], сформулируем условия подобия оболочек с технологическими несовершенствами. Понятно, что жесткая технология может рассматриваться как частный случай адаптивной технологии. В этом случае в качестве технологических усилий нужно принимать их математические ожидания, а статистические моменты более высоких порядков полагать равными нулю. Достаточные условия подобия тонкостенных конструкций в технологическом смысле для случая жесткой и адаптивной технологий в терминах [2] можно сформулировать следующим образом:

Если тонкостенная конструкция  $A$  после прохождения через адаптивный технологический процесс приобрела реальные отклонения от теоретических обводов, вызванные действием спектра случайных усилий  $\{\bar{P}_i\}_{i=1}^3 = \{\bar{q}, \bar{P}, \bar{M}\}$ , сопутствующих технологическим операциям, то такая конструкция будет подобна в технологическом смысле тонкостенной конструкции  $A'$ , отвечающей условиям подобия идеальных оболочек с  $A$ , с отклонениями, вызванными действием спектра случайных усилий

$$\{\bar{P}'_i\}_{i=1}^3 = \{\bar{q}' = \alpha \beta \bar{q}, \bar{P}' = \alpha^2 \beta \bar{P}, \bar{M}' = \alpha^3 \beta \bar{M}\}$$

при условии выполнения следующих соотношений для математического ожидания, выборочной дисперсии  $S^2$ , третьего  $\alpha_3$  и четвертого  $\alpha_4$  статистических моментов распределения:

$$\bar{P}'_i / P_i = (S^2(P'_i) / S^2(P_i))^{1/2} = (\alpha_3(P'_i) / \alpha_3(P_i))^{1/3} = (\alpha_4(P'_i) / \alpha_4(P_i))^{1/4}, i = \bar{1}, \bar{3} \quad (1)$$

в момент времени  $t' = \eta t$  при  $\gamma = \bar{\varepsilon}'/\varepsilon = 1, \beta = \bar{\sigma}'/\sigma, \alpha = \bar{R}'/R$ .

Действительно, рассмотрим две однородные цельные тонкостенные конструкции  $A$  и  $A'$ , для которых в исходном состоянии выполняется условия подобия идеальных оболочек. Пусть в процессе технологической обработки конструкции подвергались действию нагрузок, соответствующих приведенным условиям. В силу условий подобия идеальных оболочек, а именно точного выполнения соотношений  $R/\delta = R'/\delta', L/R = L'/R'$  для  $A$  и  $A'$ , их деформирование геометрически подобно в течение всего процесса обработки в статистической смысле  $\gamma(t_0) = \gamma(t) = \bar{\varepsilon}'/\varepsilon = 1$  для  $t_0 < t < t_k$ , где  $t_0$  и  $t_k$  – время начала и конца обработки конструкции  $A$  (для  $A'$  соответственно  $t' = \eta t$  и  $t'_k = \eta t_k$ ). Тогда, согласно [1, 2], состояние объектов  $A$  и  $A'$  в сходственных точках будет описываться теоремой о подобии в статистическом смысле [2] и будет статистически подобно. Значит, оно будет подобно и в момент  $t_k$  для  $A$  ( $\eta t_k$  для  $A'$ ). Значит, после окончания процесса обработки конструкции  $A$  и  $A'$  становятся статистически подобными с учетом вторичных факторов.

Если говорить о подобии в технологическом смысле в общем случае, то многообразие технологических условий изготовления тонкостенных конструкций не описывается полностью приведенными условиями. Действительно, для жесткого технологического процесса, отвечающего условиям (1), спектр действующих усилий представляется в виде  $P' = \alpha^2 \beta P$  при условии  $\gamma = 1$  в течение всего процесса деформирования. В силу тождественности материала  $E' = E, \nu' = \nu$  имеем  $\beta = 1$ . Тогда  $P' = \alpha^2 P$ . Для набора масштабов  $\{\alpha_n\}$  условие имеет вид  $P = P_1/\alpha_1^2 = P_2/\alpha_2^2 = \dots = P_m/\alpha_m^2$ . Следовательно, зависимость  $P' = P'(\alpha)$  является квадратичной параболой  $P'(\alpha) = \alpha^2 P_0$ , где  $P_0 = const$  при  $\alpha = 1$  (рис. 1а). Аналогично для адаптивного технологического процесса, отвечающего условиям (1), спектр математических ожиданий представляется в виде  $\bar{P}'(\alpha) = \alpha^2 \bar{P}_0$ , где  $\bar{P}_0 = const$  при  $\alpha = 1$  (рис. 1б).

Для полного описания случайного процесса необходимо, чтобы огибающая центральных моментов описывалась уравнением вида  $F'_s(\alpha) = \alpha^{2s} F_{0,s}$ , ( $s = \overline{1, m}$ ). В тех случаях, когда может быть принята гипотеза о нормальном распределении технологических усилий, можно ограничиться условиями подобия центральных моментов не выше 4-го порядка. Таким образом, видно в рамках подобия в технологическом смысле условия [1, 2] описывают лишь ограниченный класс технологических процессов, имеющих огибающую спектра параболического вида. Достаточные условия подобия в технологическом смысле для произвольно выбранного технологического процесса в терминах [2] сформулируем следующим образом:

Если тонкостенная конструкция  $A$  после прохождения через технологический процесс общего вида приобрела отклонения от теоретических обводов, вызванные действием спектра случайных усилий  $\{\bar{P}_i\}_{i=1}^3 = \{\bar{q}, \bar{P}, \bar{M}\}$ , сопутствующих технологическим операциям, то такая конструкция будет подобна в технологическом смысле тонкостенной конструкции  $A'$ , отвечающей условиям

подобия идеальных оболочек с  $A$ , с реальными отклонениями, вызванными действием спектра случайных усилий  $\{\bar{P}_i\}_{i=1}^3 = \{\bar{q}' = f_1(\alpha)\bar{q}, \bar{P}' = f_2(\alpha)\bar{P}, \bar{M}' = f_3(\alpha)\bar{M}\}$ , при условии выполнения следующих соотношений для статистических моментов распределения  $F_s$ :

$$F_s(q') = f_{4,s}(\alpha)F_s(q), F_s(P') = f_{5,s}(\alpha)F_s(P), F_s(M') = f_{6,s}(\alpha)F_s(M), s = \overline{1,m},$$

в моменты времени  $t' = \eta t$  при  $\gamma = 1$ , причем функции  $f_i, (i = \overline{1,3}), f_{is}, (i = \overline{4,6}, s = \overline{1,m})$  – однозначны, ограничены, непрерывны и полностью определяются видом спектра технологического процесса.

Для доказательства этого утверждения рассмотрим тонкостенные конструкции в некотором диапазоне размеров  $\{A_i\}_{i=1}^n$ , связанных масштабными соотношениями. В исходном состоянии  $A_i$  отвечают условиям подобия идеальных оболочек. Пропустим данный набор тонкостенных конструкций через технологический процесс с известным (заданным) спектром усилий. В силу выполнения в исходном состоянии условий подобия идеальных оболочек  $\gamma_{ij}(t_0) = \gamma_{ij}(t) = 1, \gamma_{ij} = \bar{\varepsilon}_i / \varepsilon_j, (i, j = \overline{1,n})$  при  $t_0 \leq t \leq T$  для конструкции  $A^*$  (модель, принятая в качестве начала отсчета на оси масштаба) с  $\alpha = 1$  (для  $A_i$  соответственно  $\eta_i t_0 \leq \eta_i t \leq \eta_i T$ ). Тогда конструкции в процессе деформирования получают отклонения от идеальности, которые полностью определяются их масштабом и спектром усилий технологического процесса. Выделим из рассматриваемого набора две конструкции  $A$  и  $A'$ , для которых усилия обработки связаны приведенными соотношениями. Тогда между их конечными геометрическими параметрами имеется связь, полностью определяющаяся их масштабом и видом спектра усилий процесса. Эта связь, являясь частью общей связи между  $A_i$ , не зависит от их числа и состава. Таким образом, взаимосвязь  $A$  и  $A'$  устойчива, т. е.  $A$  и  $A'$  подобны в технологическом смысле.

Использование условий подобия в технологическом смысле при моделировании позволяет корректно поставить задачу построения прогнозирующей модели. Действительно, существование зависимости параметра качества от масштаба является очевидным в виду возможности проведения эксперимента в произвольной точке факторного пространства. Если условия технологического подобия модели и натуры выполняются в рамках единой технологии, то их реальные свойства в полной мере и единственным образом определяются спектром усилий данной технологии. Применение к полученным экспериментальным данным идеи селективного отбора [3] с использованием физически обоснованных критериев, описанных выше, позволяет выделить единственную математическую модель, удовлетворяющую совокупности статистических и механических условий. Непосредственным следствием из применения приведенных условий является устойчивость прогнозирующей модели по исходным данным.

#### 4. Обоснование гипотез подобия в технологическом смысле

Построение масштабной зависимости носит эвристический характер. Сложность ее построения и отбора, может быть значительно упрощена

соблюдением условий заранее выбранной технологической концепции [4]. Обоснованный выбор вида регрессионной связи для класса тонкостенных оболочек может быть сделан из анализа характерных масштабных тенденций в экспериментах над реальными тонкостенными конструкциями.

Исследование масштабных зависимостей практически всегда осуществляется путем анализа данных неуправляемого эксперимента. Учитывая, что в рамках единой технологии класс обработки конструкции, т. е. уровень вторичных реализаций, на всех масштабах в относительной форме отличается незначимо, придадим следующий смысл дисперсии параметра несущей способности. Из уравнения регрессии

$$K = b_0 + \sum_{i=0}^n b_i \Delta e_i^0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta e_i^0 \Delta e_j^0 + \dots$$

видно, что при фиксированном уровне разброса относительных величин вторичных факторов  $\Delta e_i^0 (i = \overline{1, n})$  будет сохраняться постоянной в статистическом смысле дисперсия параметра  $K$  при фиксированном масштабе  $M$  размеров оболочек

$$S^2(K) \approx S^2 \left( \sum_{i=0}^n b_i \Delta e_i^0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta e_i^0 \Delta e_j^0 + \dots \right).$$

Таким образом, оценивая зависимость дисперсии параметра несущей способности от масштаба, можно сделать выводы о сохранении характера взаимосвязи факторов между собой и параметром несущей способности.

Учитывая безразмерность параметра  $K$  и его относительный к первичным факторам характер, рассмотрим смысл его математического ожидания  $\bar{K}$

$$\bar{K} = \bar{b}_0 + \left( \sum_{i=0}^n b_i \Delta e_i^0 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta e_i^0 \Delta e_j^0 + \dots \right) = \bar{b}_0 + \sum_{i=0}^n \left[ \bar{b}_i \overline{\Delta e_i^0} + \text{cov}(b_i, \Delta e_i^0) \right] + \dots$$

Т. к.  $\overline{\Delta e_i^0} = 0$ , и  $S^2(b_i) \ll 1$ , то  $\text{cov}(b_i, \Delta e_i^0) = r(b_i, \Delta e_i^0) S^2(b_i) S^2(\Delta e_i^0)$  мала и, следовательно,  $\bar{K} \approx \bar{b}_0$ . Поэтому тенденция среднего значения  $K$  дает возможность судить об аддитивности и порядке дрейфа параметра несущей способности по масштабу.

Проанализируем масштабные зависимости несущей способности тонкостенных цилиндрических оболочек [5] с позиций выбора формы аппроксимирующей математической модели в терминах технологических концепций, предложенных в [4]. Масштабный дрейф проявляется в трех основных формах: изменение базового уровня параметра несущей способности в рамках I технологической концепции; изменение этого же уровня в рамках II технологической концепции; отсутствие дрейфа в рамках I или II технологической концепций. Наиболее сложным является второй случай. Он требует строго конкретного подхода к исследованию данного класса конструкций. В этом случае требуется специальное рассмотрение вопроса о полноте выбранного ансамбля несовершенств и идентичности технологии. Если же обеспечена корректность эксперимента, то прогнозирование в этом случае может быть осуществлено путем использования нелинейного неаддитивного дрейфа общего вида. Особое внимание здесь следует уделить принадлежности



оболочек различного масштаба к группе технологически идентичных. Для этого построение модели следует проводить с использованием неполного числа опытов на различных масштабах. Если модель оказывается устойчивой к изменению набора исходных опытов, то существует реальная возможность прогнозирования до уровня реальных крупногабаритных конструкций.

Рассмотренные тенденции реализуются для класса цилиндрических оболочек, хорошо обработанных по торцам при действии осевого сжатия, данные для которых представлены в таблице. При изменении масштаба в пределах 1–3,3 наблюдается значимый рост среднего значения параметра несущей способности  $K$  с одновременным изменением его дисперсии. В этом случае следовало бы с учетом случайности явления учесть отброшенные факторы (разброс механических параметров материала и  $R/\delta$ ) и строить аппроксимацию в виде нелинейного и неаддитивного дрейфа по параметру масштаба.

Таблица. Масштабные тенденции выборочных характеристик несущей способности  $K/(S^2 \times 10^4)$  ( $з$  – значимое изменение,  $н$  – незначимое)

Масштаб Вид нагрузки	1,0	1,3	1,5	2,0	2,3	3,3	5,3	Оценка
Осевое сжатие (I партия)	$\frac{0,351}{30,0}$	$\frac{0,396}{21,6}$	$\frac{0,363}{11,1}$	$\frac{0,408}{16,5}$	$\frac{0,429}{12,5}$	–	$\frac{0,414}{12,4}$	$\frac{з}{н}$
Осевое сжатие и внутреннее давление	$\frac{0,567}{3,47}$	$\frac{0,570}{0,86}$	$\frac{0,568}{4,04}$	$\frac{0,582}{0,36}$	$\frac{0,579}{3,14}$	$\frac{0,576}{2,63}$	–	$\frac{н}{з}$
Осевое сжатие (II партия)	$\frac{0,382}{15,20}$	$\frac{0,410}{26,71}$	$\frac{0,477}{10,23}$	$\frac{0,518}{4,85}$	$\frac{0,600}{2,89}$	$\frac{0,382}{15,20}$	–	$\frac{н}{н}$
Внешнее давление	–	$\frac{0,039}{6,43}$	$\frac{0,038}{0,69}$	$\frac{0,032}{5,50}$	$\frac{0,042}{4,60}$	$\frac{0,047}{4,60}$	–	$\frac{з}{н}$
Осевое сжатие и внешнее давление	$\frac{0,332}{9,35}$	$\frac{0,349}{14,11}$	$\frac{0,358}{6,77}$	$\frac{0,357}{2,68}$	$\frac{0,391}{2,72}$	$\frac{0,393}{8,28}$	–	$\frac{з}{н}$
Поперечная сила	–	$\frac{0,079}{9,76}$	$\frac{0,069}{21,65}$	$\frac{0,071}{5,06}$	$\frac{0,076}{9,05}$	–	–	$\frac{з}{н}$
Поперечная сила и внутреннее давление	–	$\frac{0,092}{14,37}$	$\frac{0,088}{9,25}$	$\frac{0,087}{2,45}$	$\frac{0,091}{5,12}$	–	–	$\frac{з}{н}$
Кручение	–	$\frac{0,018}{2,44}$	–	–	$\frac{0,014}{5,50}$	–	–	$\frac{з}{н}$

Однако незначительность разброса параметра  $K$  (до 10%) позволяет эти условия принять близкими к условиям подобия тонкостенных конструкций для случая адаптивной технологии.

Отсутствие дрейфа в рамках первой технологической концепции свидетельствует о выполнении для рассматриваемого класса конструкций условий статистического подобия. Прогнозирование осуществляется путем возврата от относительных параметров модели к соответственным параметрам природы с учетом статистического характера связи. Как указывалось ранее, этот случай редко реализуется на практике [1].

Отсутствие дрейфа в рамках второй технологической концепции часто свидетельствует об отсутствии влияния вторичных факторов. На практике этот случай реализуется для комбинированной нагрузки цилиндрических оболочек осевым сжатием и внутренним давлением. Очевидно, что в этом случае вторичные реализации действуют незначимо и стандартное отклонение  $S(K)$  составляет  $1,04 \div 3,28\%$  от  $\bar{K}$ .

При прогнозировании влияния несовершенств на параметр несущей способности для реальных крупногабаритных оболочек, в данном случае необходимо использовать процедуру неаддитивного дрейфа. При этом важным является описание с помощью модели изменения взаимосвязи переменных, входящих в регрессионную зависимость. Высокий уровень критических напряжений, отсутствие масштабного эффекта и малость оценки стандартного отклонения (менее 5% от  $\bar{K}$ ) позволяют говорить о выполнении в данном случае условий подобия идеальных оболочек.

Наиболее часто встречающимся в практике случаем является дрейф в условиях I технологической концепции. В этом случае гипотезы I технологической концепции выполняются полностью, аппроксимация может быть осуществлена с использованием аддитивного дрейфа по масштабу. Для надежности прогнозирования важно убедиться в технологической идентичности рассматриваемых конструкций. Указанным условиям соответствует работа тонкостенных цилиндрических оболочек, допускающих некоторую неравномерность нагружения при осевом сжатии (I партия), внешнем давлении, осевом сжатии и внешнем давлении, поперечной силе, поперечной силе с внутренним давлением и кручении. Это наиболее общий случай подобия в технологическом смысле, и ему соответствуют условия подобия в технологическом смысле для произвольно выбранного технологического процесса.

**Список литературы:** 1. *Мастаченко, В.Н.* О статистическом моделировании в строительной механике [Текст] / В. Н. Мастаченко // Проблемы надежности в строительной механике. – Вильнюс, 1968. – С. 65–70. 2. *Назаров, А.Г.* О механическом подобии твердых деформируемых тел [Текст]: монография / А. Г. Назаров. - Ереван: Изд-во АН Арм. ССР. – 1965. – 218 с. 3. *Растрин, Л.А.* Экстраполяционные методы проектирования и управления [Текст] / Л. А. Растрин, Ю. П. Пономарев. - М.: Машиностроение, 1986.- 116 с. 4. *Мильцын, А. М.* Разработка концепции прогнозирования механических свойств тонкостенных оболочек [Текст] / А. М. Мильцын, Д. Г. Зеленцов, В. И. Олевский // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 1/3 (49). – 2011. – С. 57–61. 5. *Моссаковский, В.И.* Моделирование несущей

способности цилиндрических оболочек [Текст]: монография / В. И. Моссаковский, Л. И. Маневич, А. М. Мильцын. – Киев: Наук. думка. – 1977. – 141 с.

*Поступила в редколлегию 06.09.2011*

**УДК 621.833**

**А.И. ПАВЛОВ**, докт. техн. наук, проф., ХНАДУ, Харьков

**С.В. АНДРИЕНКО**, ст.препод., ХНАДУ, Харьков

## **ЭВОЛЮТНАЯ ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА**

Рассмотрены достаточные условия проектирования обкатных передач с прямыми и косыми зубьями, в частности, с эволютным зацеплением. Предлагается представлять передачи с промежуточными телами как цевочные или цепные. Приведены преимущества и недостатки таких передач.

Ключевые слова: эволютное зацепление, эволюта, коэффициент перекрытия

Розглянуто достатні умови проектування обкатних передач з прямими і косими зубцями, зокрема, з еволютним зачепленням. Пропонується представляти передачі з проміжними тілами як цівочні або ланцюгові. Наведено переваги і недоліки таких передач.

Ключові слова: еволютне зачеплення, еволюти, коефіцієнт перекриття

We consider sufficient conditions for the design flow forming gear with straight and helical teeth, in particular, with the evolute gearing. Requested to submit the transfer to the intermediate bodies like lantern or chain. The advantages and disadvantages of such programs.

Keywords: evolute gearing, evolute, the overlap factor

### **Постановка задачи**

Для плавного пересопряжения рабочих поверхностей в зубчатом зацеплении используются сопряженные кривые, которые в случае преобразования шестерен в рейки (колеса бесконечного радиуса) являются совпадающими, т.е. входят одна в другую как шаблон и контршаблон [1].

В момент входа в зацепление последующей пары зубьев предыдущая должна по-прежнему находиться в контакте, чем обеспечивается многопарность зацепления и значение коэффициента перекрытия, большего единицы. Для косозубой передачи это условие должно выполняться постоянно, так как точки контакта рабочих поверхностей имеют различные положения на линии зацепления.

**Цель работы** - уточнить условие для обкатных передач, являющееся достаточным.

**Выполнение исследований** проведем путем анализа плоскопараллельного движения твердого тела. Если точки одновременного контакта, принадлежащие одному или соседним зубьям, движутся по одной траектории, то это не значит, что они принадлежат одному телу. Доказательство этому положению видно из рис.1. Точки А и В движутся по траектории (циклоиде), если принадлежат кругу в двух положениях. Следовательно, мгновенными центрами скоростей будут разные точки  $P_1$  и  $P_2$ , образующие неподвижную центроиду. Векторы скоростей этих точек направлены по касательным к траекториям.