

*А. І. БОНДАРЕНКО*, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ», Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ГАЛЬМУВАННЯ КОЛІСНОГО ТРАКТОРА

У роботі представлена універсальна математична модель процесу гальмування колісних тракторів, що дозволяє розкрити фізичну суть процесів і встановити вплив різних факторів (конструктивних параметрів) на динаміку гальмування трактора. Така модель дозволяє отримати достатньо точний якісний опис динаміки трактора за умови дії порівняно малих бічних сил. Також в роботі проведений порівняльний аналіз апроксимуючих функцій  $\varphi - S$  діаграм, які можуть бути використані при моделюванні процесу гальмування трактора.

Ключові слова: математична модель, гальмування, колісний трактор.

В работе представлена универсальная математическая модель процесса торможения колесных тракторов, позволяющая раскрыть физическую суть процессов и установить влияние различных факторов (конструктивных параметров) на динамику торможения трактора. Такая модель позволяет получить достаточно точное качественное описание динамики трактора при условии действия сравнительно малых боковых сил. Также в работе проведен сравнительный анализ аппроксимирующих функций  $\varphi - S$  диаграмм, которые могут быть использованы при моделировании процесса торможения трактора.

Ключевые слова: математическая модель, торможение, колесный трактор.

The universal mathematical model of process of braking of the wheeled tractors, allowing to expose physical essence of processes and set influence of that or other factor (structural parameter) on the dynamics of braking of tractor, is presented. Such model allows to get exact enough high-quality description of dynamics of tractor on condition of action comparatively of small lateral forces. The comparative analysis of approximating functions  $\varphi - S$  of diagrams which can be used for the design of process of braking of tractor is conducted also.

Keywords: mathematical model, braking, wheeled tractor. **Вступ.**

На сьогоднішній день велика увага виробників колісних тракторів приділяється підвищенню безпеки дорожнього руху (максимальна швидкість трактора Fastrac, наприклад, становить 80 км/год).

Дослідження процесів, які відбуваються при гальмуванні, вплив різноманітних факторів на керованість та стійкість, гальмівну ефективність, доцільно проводити на етапі проектування з використанням відповідних математичних моделей, що дозволяє суттєво знизити матеріальні витрати виробнику.

### Аналіз останніх досягнень і публікацій

Дослідженню процесу гальмування тракторів присвячені роботи Михайловського Є., Іванова В.В., Гуськова В.В., Шепеленка Г.М., Грибка Г.П. та ін. [1 – 6].

До основних недоліків математичних моделей, які наведені в джерелах [1 – 6], можна віднести наступне: відсутній опис руху невіднесених і віднесених мас, що не допустимо при великих бічних силах; коефіцієнт зчеплення приймається постійним; не враховується ковзання колеса і. т.п.

### Мета та постановка задачі

Метою даної роботи є розробка універсальної математичної моделі процесу гальмування колісних тракторів. Для досягнення поставленої мети необхідно розробити фізичну модель процесу гальмування трактора, математичну модель, а також провести порівняльний аналіз апроксимуючих функцій  $\varphi - S$  діаграм, які можуть бути використані при моделюванні процесу гальмування трактора.

### Математична модель процесу гальмування колісного трактора

Використання “плоскої” математичної моделі процесу гальмування колісного трактора дозволяє розкрити фізичну суть процесів і встановити вплив різноманітних чинників (конструктивних параметрів) на динаміку гальмування. Така модель дозволяє одержати достатньо точний якісний опис динаміки трактора за умови дії порівняно малих бічних сил.

Сумарна нормальна реакція дороги  $R_{zij}$  з урахуванням перерозподілу мас при гальмуванні трактора визначається з виразу (розрахункова схема наведена на рис.1):

– на передні колеса  $R_{zi1}$  ( $R_{zn1} = R_{zi1}$ ):

$$R_{zi1} = \frac{G \cdot b + P_j \cdot h}{a + b} \cdot \frac{1}{2}; \quad (1)$$

– на задні колеса  $R_{zi2}$  ( $R_{zn2} = R_{zi2}$ ):

$$R_{zi2} = \frac{G \cdot a - P_j \cdot h}{a + b} \cdot \frac{1}{2}, \quad (2)$$

де  $i, j$  – номери осей і бортів трактора ( $i = n$  – правий борт,  $i = l$  – лівий борт,

$j = 1$  – передня вісь,  $j = 2$  – задня вісь);

$G$  – вага трактора;

$a, b, h$  – координати центру мас трактора;

$P_{js}$  – сила інерції трактора.

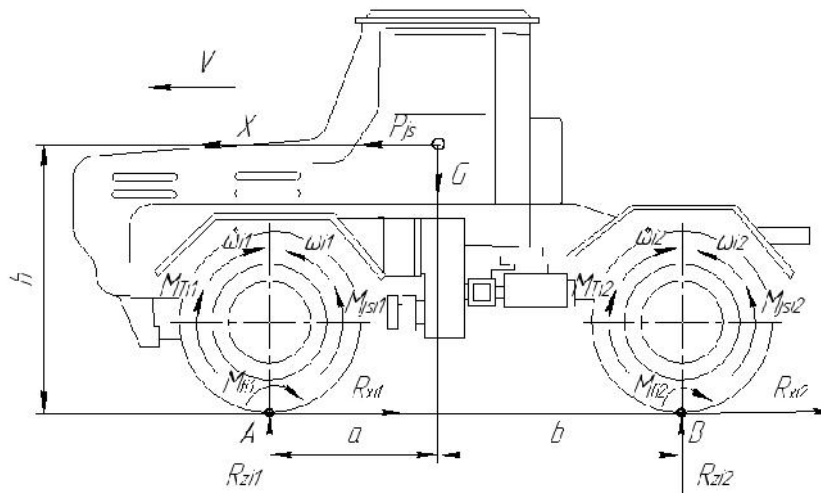


Рис. 1. Розрахункова схема трактора

Математичний опис взаємодії еластичних коліс з опорною поверхнею в нижче наведеній формі приведено в роботах [2, 6, 7].

Рух одиночного гальмуючого колеса описується наступним виразом:

$$J_{\Sigma ij} \cdot \dot{\omega}_{ij} = R_{zij} \cdot \varphi_{xij} \cdot r_{ij} - M_{Tij} - R_{zij} \cdot f_{ij} \cdot r_{ij}, \quad (3)$$

де  $J_{\Sigma ij}$  – момент інерції пов'язаних з колесом мас, що обертаються;

$\dot{\omega}_{ij}$  – кутове прискорення колеса;

$r_{ij}$  – радіус колеса;

$f_{ij}$  – коефіцієнт опору коченню.

Загальмовування і подальше блокування колеса супроводжуються безперервною зміною вертикальної реакції дороги  $R_{zij}$  і коефіцієнта зчеплення  $\varphi_{xij}$ . Це пов'язано відповідно з перерозподілом ваги трактора між осями і зміною відносного подовжнього ковзання колеса  $S_{ij}$ .

У літературі [7] прийнято оцінювати зчіпні можливості колеса в подовжньому напрямку за допомогою коефіцієнта:

$$\varphi_{xij} = R_{xij} / R_{zij}; \quad (4)$$

де  $R_{xij}$  – реакція у подовжній площині колеса, що визначає гальмівну ефективність.

Коефіцієнт зчеплення в подовжньому напрямку:

$$\varphi_{xij} = f(S_{ij}). \quad (5)$$

Відносне подовжнє ковзання колеса:

$$S_{ij} = \frac{V - \omega_{ij} \cdot r_{ij}}{V}, \quad (6)$$

де  $V$  – швидкість руху трактора;

$\omega_{ij}$  – кутова швидкість колеса.

Швидкість руху трактора:

$$V = V_o - \int_0^t \ddot{X} dt. \quad (7)$$

де  $V_o$  – початкова швидкість руху трактора;

$\ddot{X}$  – прискорення трактора щодо координатної осі  $X$ .

Прискорення трактора щодо координатної осі  $X$  визначається з виразу:

$$\ddot{X} = - \sum_{i,j} R_{xij} / M_n, \quad (8)$$

де  $M_n$  – маса трактора.

У разі блокування колеса рівняння (3) замінюється на  $\dot{\omega}_{ij} = 0$ , а при зниженні  $M_{Tij}$  при заблокованому колесі вибирається з умови:

$$J_{\Sigma ij} \cdot \dot{\omega}_{ij} = \max(R_{zij} \cdot \varphi_{xij} \cdot r_{ij} - M_{Tij} - R_{zij} \cdot f_{ij} \cdot r_{ij}, 0). \quad (9)$$

Якщо  $\omega_{ij} < 0$ , то  $\dot{\omega}_{ij} = 0$ , якщо  $\omega_{ij} = 0$  та  $\dot{\omega}_{ij} < 0$ , то  $\dot{\omega}_{ij} = 0$ .

Особливий інтерес представляє вираз  $\varphi_{xij} = f(S_{ij})$ . Достовірність отриманих результатів в процесі моделювання в значній мірі залежить від коректності вибору залежностей  $\varphi_{xij} = f(S_{ij})$ . Дослідженнями встановлено, що значення  $\varphi_{xij}$  залежить перш за все від виду і стану зчіплюваних тіл - шини та опорної поверхні.

На сухих твердих і рівних опорних поверхнях, де контакт шини з опорною поверхнею здійснюється лише по біговій доріжці (по протектору) шини,

коефіцієнт  $\varphi_{xij}$  в основному залежить від властивостей опорної поверхні, що підтверджено і в роботі [9].

Більшість дослідників [11] обмежуються описом зв'язку  $\varphi_{xij} = f(S_{ij})$  через нелінійну емпіричну залежність

коефіцієнта зчеплення в подовжньому напрямку від коефіцієнта відносного ковзання, яку називають  $\varphi - S$  діаграмою.

Одна з найвідоміших моделей, що відображає  $\varphi - S$  діаграму – модель Расејка, також відома як “Магічна формула”. Ця модель відображає  $\varphi - S$  діаграму, яка відповідає експериментальним даним, одержаним в умовах постійної лінійної та кутової швидкості (рис. 2):

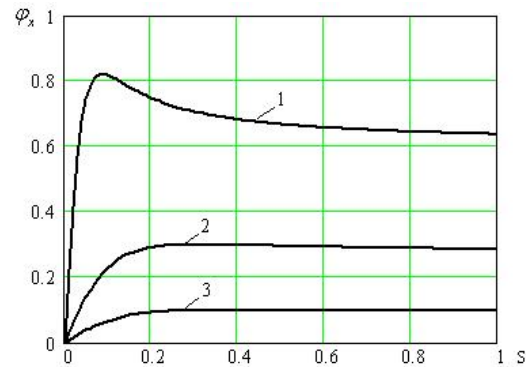


Рис. 2. Залежність  $\varphi_x = f(S)$  (функція Расејка): 1 – асфальт сухий; 2 – сніг; 3 – лід

$$\varphi_{xij}(S_{xij}) = D \cdot \sin(C \arctan(B \cdot S_{xij} - E(B \cdot S_{xij} - \arctan(B \cdot S_{xij}))))), \quad (10)$$

де  $B, C, E, D$  – постійні коефіцієнти (табл. 1).

Таблиця 1. Значення констант моделі Расејка [11]

Дорожні умови	Значення коефіцієнтів			
	$B$	$C$	$E$	$D$
асфальт сухий	12	2,3	0,82	1
сніг	5	2	0,3	1
лід	4	2	0,1	1

Інша досить відома модель для опису  $\varphi - S$  діаграми, запропонована Буркхардтом [11], має швидкісну залежність (рис. 1):

$$\varphi_{xij}(S_{xij}, V_{xij}) = [C_1 \cdot (1 - e^{-C_2 \cdot S_{xij}}) - C_3 \cdot S_{xij}] \cdot e^{-C_4 \cdot S_{xij} \cdot V_{xij}}, \quad (11)$$

де  $C_1, C_2, C_3$  – постійні коефіцієнти (табл. 2);

$C_4$  – коефіцієнт, що характеризує вологість навколишнього середовища, рівний 0,02...0,04.

Таблиця 2. Значення констант моделі Буркхардта [11]

Дорожні умови	Значення коефіцієнтів		
	$C_1$	$C_2$	$C_3$
асфальт вологий	0,857	33,822	0,347
булижник вологий	0,4004	33,7080	0,1204
сніг	0,1946	94,129	0,0646
лід	0,05	306,39	0

На практиці  $\varphi - S$  діаграми визначаються шляхом апроксимації значень  $\varphi_x$ , одержаних на спеціальних шинних стендах, задаючи варійований параметр  $S$ .

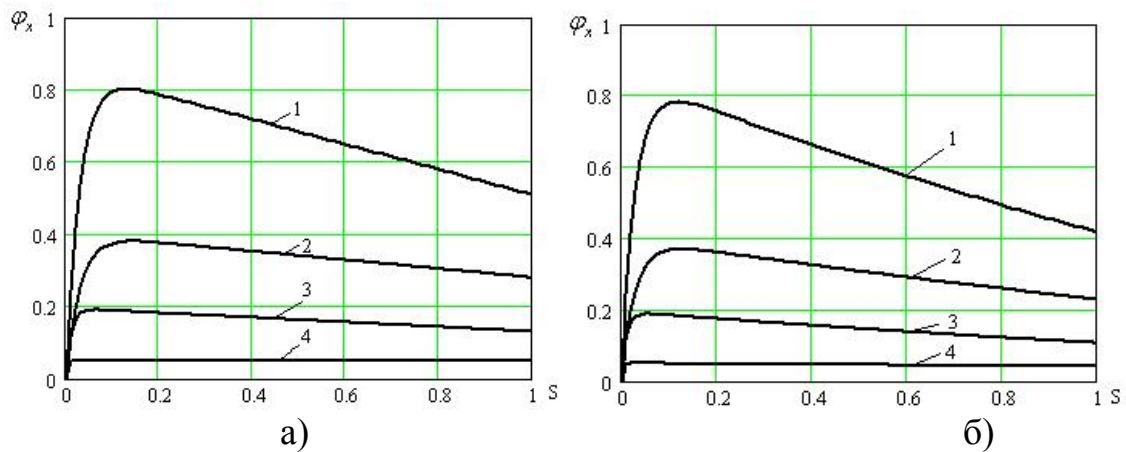


Рис. 3. Залежність  $\varphi_x = f(S, V)$  (функція Буркхардта): а – швидкість прагне до 0 км/год; б – 35 км/год; 1 – асфальт вологий; 2 – булижник вологий; 3 – сніг; 4 – лід.

Результати, одержані при моделюванні за допомогою “Магічної формули”, в порівнянні з апроксимуючою функцією Буркхардта, найбільш близькі до результатів, одержаних за допомогою експериментальних досліджень. Недоліком моделі Расејка є відмінності в загальному вигляді  $\varphi - S$  діаграми при сніжному покритті дороги від діаграм, що пропонуються іншими авторами [10, 11], тому при моделюванні гальмування автомобіля на снігу буде використовуватися вираз Буркхардта. При розрахунку гальмівного шляху трактора на сухому асфальті буде використовуватися модель Расејка. У відмінності від функції Буркхардта у виразі Расејка не враховується зміна подовжньої швидкості колеса. Врахування зміни подовжньої швидкості необхідно виконувати, помножаючи значення коефіцієнта зчеплення на коефіцієнт корекції  $K_{КОР}$  [8, 11].

### Висновки

Представлена універсальна математична модель процесу гальмування колісних тракторів дозволяє розкрити фізичну суть процесів і встановити вплив різноманітних факторів (конструктивних параметрів) на динаміку гальмування трактора. Така модель дозволяє отримати достатньо точний якісний опис динаміки трактора за умови дії порівняно малих бічних сил.

При моделюванні процесу гальмування трактора на снігу доцільно використовувати для опису  $\varphi - S$  діаграми вираз Буркхардта, а на сухому асфальті – модель Расејка. У відмінності від функції Буркхардта у виразі Расејка не враховується зміна подовжньої швидкості колеса. Врахування зміни подовжньої швидкості необхідно виконувати, помножаючи значення коефіцієнта зчеплення на коефіцієнт корекції  $K_{КОР}$ . Сумісне використання моделі Расејка і коефіцієнта корекції  $K_{КОР}$  дозволяє понизити погрішність між теоретичними та експериментальними результатами.

**Список літератури:** 1. Тракторы: Теория / [Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атамнов Ю.Е. и др.]; под ред. В.В. Гришкевича. – М.: Машиностроение, 1988. – 376 с. 2. Шепеленко Г.Н. Основы теории самоходных машин / Г.Н. Шепеленко. – Х.: Основа, 1993. – 216 с. 3. Грибко Г.П. Исследование динамики торможения тракторного поезда на базе колесного трактора класса 14 кН: автореф. дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.05.03 “Автомобили и тракторы” / Г.П.

Грибко. – Минск, 1977. – 19 с. 4. Михайловский Е. Теория трактора и автомобиля: учебн. [для студ. высш. учебн. зав.] / Е. Михайловский, В. Цимбалин. – М.: “Сельхозгиз”, 1960. – 336 с. 5. Иванов В.В. Основы теории автомобиля и трактора: учебн. [для студ. высш. учебн. зав.] / Иванов В.В., Иларионов В.А., Морин М.М. – М.: “Высшая школа”, 1970. – 224 с. 6. Чудаков Д.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля: учебн. [для студ. высш. учебн. зав.] / Д.А. Чудаков. – М.: “Колос”, 1972. – 384 с. 7. Работа автомобильной шины / [Кнороз В.И., Кленников Е.В., Петров И.П. и др.]; под ред. В.И. Кнороза. – М.: “Транспорт”, 1976. – 238 с. 8. Bernard I.E. Tire Shear Force Generation During Combined Steering and Braking Maneuvers / Bernard I.E., Segel L., Wild R.E. // SAE Preprints. – 1977. – № 770852. – 17 p. 9. Ashley Liston Dunn Jackknife stability of articulated tractor semitrailer vehicles with high-output brakes and jackknife detection on low coefficient surfaces: Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy / Ashley Liston Dunn. – The Ohio State University, 2003. – 344с. 10. Ахметшин А.М. Адаптивная антиблокировочная тормозная система колесных машин: дис. на соискание уч. степени доктора техн. наук: спец. 05.05.03 “Колесные и гусеничные машины” / Ахметшин Альберт Махмутович. – М, 2003. – 255 с. 11. Бондаренко А.И. Выбор и обоснование аппроксимирующей функции  $\varphi - S$  диаграммы / А.И. Бондаренко // Ученые записи крымского инженерно-педагогического университета. – 2008. – № 16.– С. 95 –98.

*Поступила в редколлегию 17.10.2011*