

УДК 004.942:621.382

Д.В. ФЕДАСЮК, докт. техн. наук, проф., проректор, НУ«Львівська політехніка», Львів

Т.О. МУХА, асис., НУ«Львівська політехніка», Львів

ПОРІВНЯННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ТА ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ З ВИКОРИСТАННЯМ ВИПАРОВУВАННЯ

У статті проведено порівняльний аналіз нелінійної та лінійної математичних моделей процесу теплообміну з використанням випаровування рідини для інтенсифікації тепловідведення за критичних умов в електронних пристроях. Проведено порівняння результатів моделювання з використанням цих моделей при різних значеннях вхідних параметрів. Показано залежність точності розв'язку лінійної моделі порівняно із розв'язком нелінійної від вхідних параметрів, сформовано рекомендації щодо використання моделей.

Ключові слова: теплообмін, випаровування, нелінійна модель, лінійна модель, моделювання.

В статье проведен сравнительный анализ нелинейной и линейной математических моделей процесса теплообмена с использованием испарения жидкости для интенсификации теплоотвода за критических условий в электронных устройствах. Проведено сравнение результатов моделирования с использованием этих моделей при различных значениях входных параметров. Показана зависимость точности решения линейной модели по сравнению с решением нелинейной от входных параметров, сформированы рекомендации по применению моделей.

Ключевые слова: теплообмен, испарение, нелинейная модель, линейная модель, моделирование.

In this article comparative analysis of the non-linear and linear mathematical models of heat transfer with using of liquid evaporation for heat dissipation intensification under critical conditions in microelectronic devices has been made. The modeling results comparison obtained for these models with different values of input parameters have been made. Precision dependence of the linear model solution comparative to the non-linear model solution on input parameters has been shown. Recommendations to model using have been given.

Key words: heat transfer, evaporation, non-linear model, linear model, simulation.

1. Постановка проблеми

Температурний режим мікроелектронних пристроїв є одним із найважливіших факторів, від яких залежить надійність пристрою [1]. Зростання тепловиділення накладає обмеження на потужність та швидкодію електронних пристроїв, тому важливою задачею є відведення тепла для забезпечення відповідного температурного режиму. Постійне збільшення тепловиділення в наслідок мікромініатюризації зумовлює постійну розробку нових та вдосконалення вже існуючих підходів до відведення тепла.

Швидке охолодження забезпечує один із сучасних підходів тепловідведення, при якому використовується зміна стану речовини з рідкого на газоподібний. При зміні агрегатного стану речовини відбувається відведення тепла у вигляді

захованої енергії пароутворення рідини. Використання випаровування рідини на поверхні тепловідводу дає можливість відводити значно більші потоки тепла, ніж при використанні конвекції.

2. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для проведення досліджень процесу теплообміну з використанням випаровування рідини на поверхні тепловідводу авторами [2-4] було побудовано нелінійну та лінійну моделі цього процесу. Виникає необхідність порівняння результатів моделювання з використанням цих моделей та визначення їх адекватності і меж застосування.

Лінійна модель процесу теплообміну з використанням випаровування за критичних умов в мікроелектронних пристроях (МЕП) описана у [3]. В роботі наведено аналітичний розв'язок пов'язаної з моделлю початково-крайової задачі. Нелінійна модель процесу теплообміну з використанням випаровування для інтенсифікації тепловідведення за критичних умов в МЕП наведена у роботі [4]

3. Мета дослідження

Метою дослідження є порівняльний аналіз нелінійної та лінійної математичних моделей процесу теплообміну з використанням випаровування рідини для інтенсифікації тепловідведення за критичних умов в електронних пристроях та визначення їх адекватності і меж застосування.

4. Основний матеріал

Нелінійна модель процесу теплообміну з використанням випаровування для інтенсифікації тепловідведення за критичних умов в МЕП описується такою системою диференціальних рівнянь в часткових похідних [4]

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T_1}{\partial x} \right), \quad (1)$$

$$k \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0'', \quad (2)$$

$$-k \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=D} = h(T(D,t) - T_\infty), \quad (3)$$

$$T_1(x, t = 0) = T_b. \quad (4)$$

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T_2}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$k \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = -q_0'', \quad (6)$$

$$-k \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=D} = h(T(D,t) - T_\infty) + h_{fg} h \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{P_{A,sat}(T_2(D,t))}{T_2(D,t)} - \frac{P_{A,\infty}}{T_\infty} \right), \quad (7)$$

$$T_1(x, t = t_{cr}) = T_2(x, t = t_{cr}). \quad (8)$$

де $T_1 = T_1(x, t)$ – температура пластини в точці з координатою x , в момент часу t у звичайному режимі; k , c_s , ρ_s – коефіцієнт теплопровідності [$Bm/m \cdot K$], питома теплоємність [$Дж/кг \cdot K$] і густина [$кг/м^3$] відповідно, q_{conv}'' – потік тепла,

який відводиться від поверхні за рахунок конвекції $[Вт/м^2]$, q_0'' – величина потоку тепла, який нагріває тіло $[Вт/м^2]$, T_b – початкова температура пластини $[K]$, h – коефіцієнт конвективного теплообміну з навколишнім середовищем $[Вт/м^2 \cdot K]$, h_{fg} – питома теплота випаровування рідини $[Дж/кг]$, M_A – молярна маса рідини $[кг/моль]$, R – універсальна газова стала, $p_{A,sat}(T(D,t))$, $p_{A,\infty}$ – тиск насиченої пари рідини біля поверхні поділу рідина газ при температурі T і тиск насиченої пари рідини в навколишньому середовищі при температурі T_∞ $[Па]$ відповідно, ρ_a – густина повітря, c_a – питома теплоємність повітря при сталому тиску, $Le = \alpha_a / D_{AB}$ – число Льюїса, α_a – коефіцієнт температуропровідності повітря, D_{AB} – коефіцієнт дифузії для двохкомпонентної суміші.

У випадку використання води гранична умова (7) має вигляд [4-5]

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = h_{fg} h \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{\frac{2}{3}} \left(\frac{p_{A,sat}(T(D,t))}{T(D,t)} - \frac{\varphi \cdot p_{A,sat}(T_\infty)}{T_\infty} \right) + h(T(D,t) - T_\infty), \quad 9)$$

де φ – відносна вологість повітря.

Рівняння (9) містить доданок $p_{A,sat}(T_2(D,t))/T_2(D,t)$, тому воно є нелінійним, а отже нелінійною є й вся модель. Для лінеаризації моделі апроксимуємо $p_{A,sat}(T_2(D,t))/T_2(D,t)$ лінійною функцією вигляду $C_1 T_2 + C_2$. Коефіцієнти C_1 і C_2 знаходяться методом найменших квадратів.

При цьому гранична умова (9) набуде вигляду [3]

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = h_{fg} h \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{\frac{2}{3}} \left(C_1 T + C_2 - \frac{p_{A,\infty}}{T_\infty} \right) + h(T(D,t) - T_\infty). \quad 10)$$

У випадку використання води вигляд граничної умови (10) буде таким:

$$k \frac{\partial T}{\partial x} = h_{fg} h \frac{M_A}{R \rho_a c_a} Le^{\frac{2}{3}} \left(C_1 T + C_2 - \frac{\varphi \cdot p_{A,sat}(T_\infty)}{T_\infty} \right) + h(T(D,t) - T_\infty). \quad 11)$$

Після лінеаризації отримаємо лінійну математичну модель (1 – 6, 8, 10), або у випадку використання води модель (1 – 6, 8, 11)

Розв'язок нелінійної моделі знайдено з використанням методу Рунге, для дискретизації модельної задачі по часу, та з використанням методу сіток і методу Ньютона-Канторовича.

З метою забезпечення коректності порівняння результатів моделювання з використанням двох моделей, було знайдено числовий розв'язок лінійної модельної задачі за допомогою методу сіток. При чисельному розв'язуванні було використано неявну схему Кранка-Ніколсона для забезпечення стійкості розв'язку.

5. Результати

При проведенні модельних експериментів використовувались декілька рідин з такими теплофізичними властивостями.

Етиловий спирт [6]:

$$h_{fg} = 846000 \quad [Дж/кг], \quad M_A = 0,04607 \quad [кг/моль], \quad p_{A,\infty} = 0, \\ D_{AB} = 1,05 \cdot 10^{-5} \quad [м^2/с] \quad [7].$$

Для апроксимації функції $p_{A,sat}(T(D,t))$ було використано вузли та значення тиску насичення (табл. 1) [8].

Таблиця 1. Залежність тиску насичення етанолу від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	1588	3137	5870	10469	17892	29436	46800	72154	108193	158196	226065

Ацетон [9]:

$$h_{fg} = 501000 \quad [\text{Дж/кг}], \quad M_A = 0,05808 \quad [\text{кг/моль}], \quad p_{A,\infty} = 0,$$

$$D_{AB} = 1,09 \cdot 10^{-5} \quad [\text{м}^2/\text{с}] \quad [7].$$

Для апроксимації функції $p_{A,sat}(T(D,t))$ було використано наступні вузли та значення тиску насичення (табл. 2) [8].

Таблиця 2. Залежність тиску насичення ацетону від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	9283	15413	24574	37798	56315	81549	115113	159544	215513	285700	372333

FC-72 [10]:

$$h_{fg} = 88000 \quad [\text{Дж/кг}], \quad M_A = 0,338 \quad [\text{кг/моль}], \quad p_{A,\infty} = 0, \quad D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5} \quad [\text{м}^2/\text{с}].$$

Таблиця 3. Залежність тиску насичення FC-72 від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373
p[Па]	10171	16201	25000	37487	54775	78178	109221	149645	190045	266667	347802

FC-87 [11]:

$$h_{fg} = 103000 \quad [\text{Дж/кг}], \quad M_A = 0,288 \quad [\text{кг/моль}], \quad p_{A,\infty} = 0, \quad D_{AB} = 1 \cdot 10^{-5} \quad [\text{м}^2/\text{с}].$$

Таблиця 4. Залежність тиску насичення FC-87 від температури

T[K]	273	283	293	303	313	323	333	343
p[Па]	27019	42858	65875	98421	143322	203906	284021	388043

Вода [5]:

$$h_{fg} = 2257000 \quad [\text{Дж/кг}], \quad M_A = 0,01801 \quad [\text{кг/моль}], \quad p_{A,\infty} = 2617,$$

$$D_{AB} = 2,6 \cdot 10^{-5} \quad [\text{м}^2/\text{с}], \quad \varphi = 0,5.$$

Таблиця 5. Залежність тиску насичення води від температури

T[K]	295	305	315	325	335	345	355	365	373	383	393	403
p[Па]	2617	4712	8132	13510	21670	33720	51000	75140	101330	143696	199569	272213

Матеріал тепловідвідної пластини – мідь:

$$k_s = 401 \quad [\text{Вт/м} \cdot \text{К}], \quad c_s = 8933 \quad [\text{Дж/кг} \cdot \text{К}], \quad \rho_s = 385 \quad [\text{кг/м}^3].$$

В усіх модельних експериментах використовувались такі значення початкової температури, температури навколишнього середовища, товщини тепловідводу, потоку тепла та критичної температури:

$$T_b = 293 \text{ }^0K, T_\infty = 293 \text{ }^0K, D = 0,01 \text{ м}, q_0'' = 100000 \text{ [Вт/м}^2\text{]}, T_{cr} = 323.$$

Результати моделювання теплообміну з врахуванням впливу випаровування різних рідин на тепловідведення отримані з використанням лінійної та нелінійної моделей представлені на рис. 1. На рис. 1 представлено зміну температури тепловідвідної пластини з часом в точці $x = 0$, оскільки в цій точці температура пластини є максимальною. При моделюванні використано середнє значення коефіцієнту конвективного теплообміну $h = 120 \text{ [Вт/м}^2 \cdot K\text{]}$ для режиму вимушеної конвекції [5]. При моделюванні з застосуванням лінійної моделі в результаті апроксимації нелінійної функції лінійною за допомогою методу найменших квадратів отримано значення констант для вказаних рідин (табл. 6):

Таблиця 6. Значення констант для лінійної апроксимації

Рідина	Етанол	Ацетон	FC-72	FC-87	Вода
C_1	5,44955516	9,25261662	8,562930299	14,3884302	4,53171
C_2	-1585,7451	-2630,7	-2427,41821	-3947	-1357

Розрахунки показали, що для різних рідин точність результатів моделювання теплообміну з врахуванням впливу випаровування отриманих з використанням лінійної моделі відрізняється. При вказаних вище значеннях вхідних параметрів найбільш неточним виявився результат у випадку використання води, де в момент часу $t = 60 \text{ с}$ різниця між значеннями температури отриманими лінійним і нелінійним методами склала більше 20 ^0K .

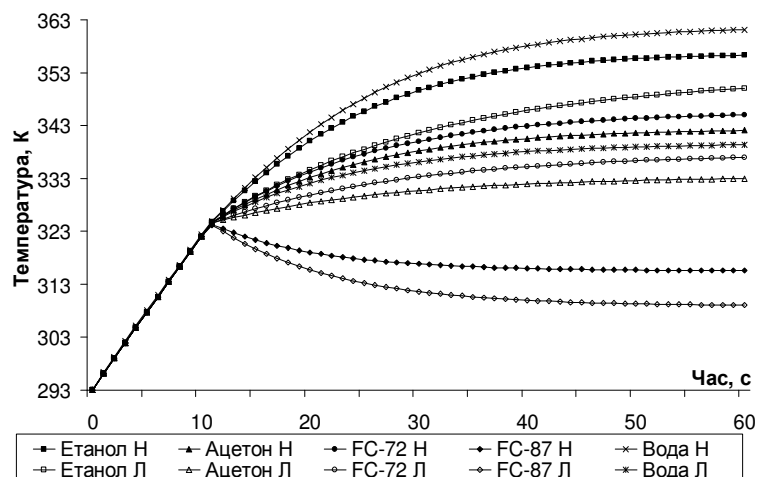


Рис. 1. Зміна температури тепловідводу при використанні різних рідин для охолодження з використанням випаровування Н – нелінійна модель, Л – лінійна

Тому при використанні лінійної моделі отримання задовільних результатів при випаровуванні однієї рідини не дає можливості стверджувати, що задовільні результати будуть отримані в процесі моделювання теплообміну з врахуванням впливу випаровування іншої рідини.

В результаті аналізу виявлено, що точність розв'язку, отриманого з використанням лінеаризованої моделі, залежить від того, які вузли використовуються при апроксимації нелінійної функції лінійною. Константи отримані для апроксимації нелінійної функції лінійною при використанні значень у різних вузлових точках наведені у табл. 7, 8

Таблиця 7. Вузли і отримані значення констант для FC-72

Темпр.	273	283	293	303	313	323	333	343	353	363	373	C_1	C_2
Апр.1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	8,56	-2427
Апр.2		X	X	X	X	X	X	X				6,21	-1739
Апр.3			X	X	X	X	X	X	X			7,97	-2296
Апр.4					X	X	X	X	X	X	X	12,5	-3799
Апр.5							X	X	X	X		13,5	-4195

Таблиця 8. Вузли і отримані значення констант для FC-87

Темпр.	273	283	293	303	313	323	333	343	C_1	C_2
Апр.1	X	X	X	X	X	X	X	X	14,38843016	-3947
Апр.2		X	X	X	X	X	X	X	16,07956241	-4493
Апр.3			X	X	X	X	X	X	17,97180646	-5111
Апр.4					X	X	X	X	22,41902111	-6585
Апр.5	X	X	X	X	X	X			10,51698475	-2819

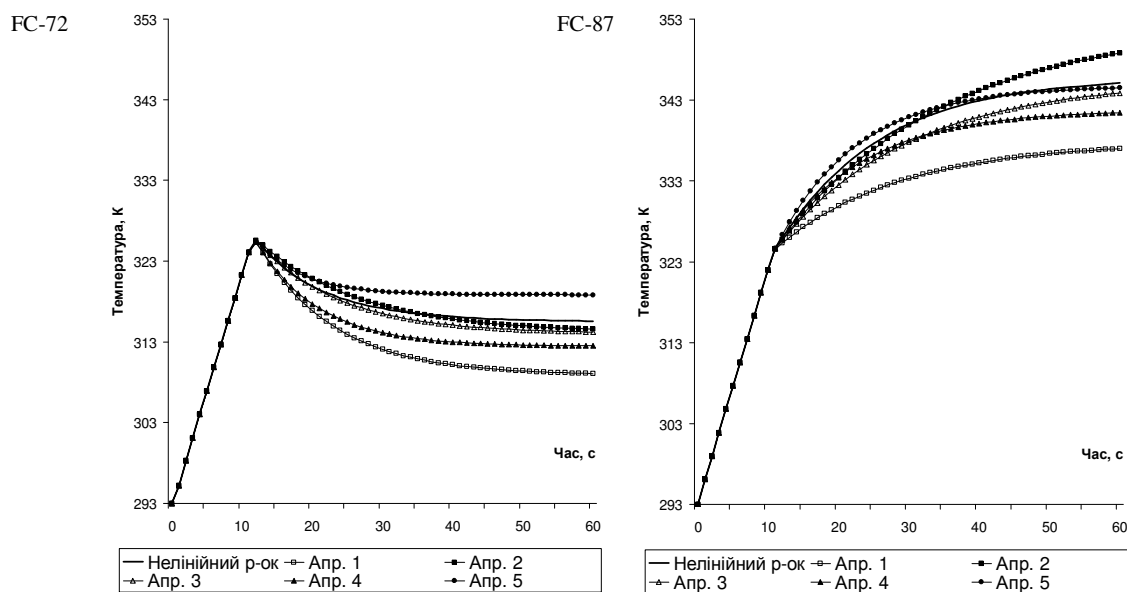


Рис. 2. Розв'язки задачі теплопровідності при використанні різних апроксимацій

Розрахунки показали (рис. 2), що точність розв'язку для лінеаризованої моделі порівняно з розв'язком для нелінійної моделі, який отриманий нелінійним методом, залежить від вибору вузлів, які використовуються для апроксимації нелінійної функції лінійною. При чому, якщо для FC-72 найточнішим є розв'язок з використанням апроксимації 5, то для FC-87 найточнішим є розв'язок з використанням апроксимації 2.

Висновки

В результаті числових експериментів виявлено, що точність розв'язку з використанням лінеаризованої моделі змінюється в залежності від значень

багатьох параметрів. Тому в загальному випадку краще використовувати нелінійну модель для моделювання процесу теплообміну з врахуванням впливу випаровування за критичних умов. Лінеаризовану модель варто використовувати у випадках, коли виникає необхідність мінімізувати час обчислень та обчислювальні затрати за рахунок зменшення точності.

Список літератури: 1. Федасюк Д. В. Методи та засоби теплового проектування мікроелектронних пристроїв / Д. В. Федасюк. – Львів: Видавництво Державного університету “Львівська політехніка”, 1999. – 228 с. 2. Федасюк Д.В. Моделювання теплообміну з урахуванням випаровування на поверхні пластини / Федасюк Д.В., Муха Т.О. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Комп’ютерні науки та інформаційні технології. - 2009. - № 650. - С.151–158. 3. Федасюк Д.В. Дослідження впливу випаровування і конвекції на процес відведення тепла з поверхні пластини / Федасюк Д.В., Муха Т.О. // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Комп’ютерні науки та інформаційні технології. - 2010. - № 686. - С.255-264. 4. Fedasyuk D. Non-linear transient heat exchange with taking into account evaporation problem solving / Dmytro Fedasyuk, Taras Mukha // Proceedings of the International Conference MEMSTECH’2011. –Polyana, 2011. - P.202–204. 5. Incropera F.P. Fundamentals of heat and mass transfer / F.P. Incropera, D.P. DeWitt, T.L. Bergman, A.S. Lavine; 6th ed. - New York: John Wiley & Sons, 2007. - 925p. 6. Ethanol (CH₃CH₂OH; Ethyl Alcohol) [Електронний ресурс] / MatWeb, LLC. – Режим доступу :<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=672641fab584f8e85bc873b5817c68b>. 7. Справочник химика / Под ред. Б. П. Никольського; 2-е изд. - М.: «Химия», 1965. - т. 3. - 914-916с. 8. Environmental Models. Free Tools. Vapour pressure calculation [Електронний ресурс] / Environmental Models – Режим доступу :<http://www.envmodels.com/freetools.php?menu=pression&action=send&lang=en> 9. Acetone (CH₃COCH₃; 2-Propanone) [Електронний ресурс] / MatWeb, LLC. – Режим доступу : <http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=1f9fd4a5357e428f9a82e750f4fbbf0e>. 10. Fluorinert Electronic Liquid FC-72. Product Information [Електронний ресурс] / 3M. – Режим доступу: <http://multimedia.3m.com/mws/mediawebserver?66666UuZjcFSLXTtnxTE5XF6EVuQEcuZgVs6EVs6E666666>. 11. Fluorinert Electronic Liquid FC-87. Product Information [Електронний ресурс] / 3M. – Режим доступу : http://multimedia.3m.com/mws/mediawebserver?mwsId=66666UuZjcFSLXTtnxTE5xF6EVuQEcuZgVs6EVs6E666666--&fn=prodinfo_FC87.pdf.

Поступила в редколлегию 23.11.2011

УДК 330.341.1

О.М. КИТЧЕНКО, асист., НТУ «ХПІ», Харків

В.Л. КАВЕРЦЕВ, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПІ», Харків

ДО ПИТАННЯ ПРО ОПТИМАЛЬНИЙ РІВЕНЬ ЦЕНТРАЛІЗАЦІЇ В СИСТЕМАХ ЕНЕРГОЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

В статті розглядаються питання співвідношення централізації – децентралізації енергозабезпечення промислових підприємств. Розглядаються централізовані та децентралізовані системи енергопостачання. Надаються переваги та недоліки кожної з систем. Виділяються фактори, які впливають на вибір джерела енергозабезпечення.

Ключові слова: централізація, децентралізація, промислове підприємство, конкурентоспроможність, управління.