УДК 621.438:621.45.038.3

А.И. ТАРАСОВ, докт. техн. нук, с.н.с., проф., НТУ «КПИ», Харьков,
О.А. ЛИТВИНЕНКО, канд. техн. наук, доц., НТУ «КПИ», Харьков

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К СИСТЕМАМ ОХЛАЖДЕНИЯ ГАЗОВЫХ ТУРБИН

У статті сформульована модель двофазного переносу в пористому середовищі, яке насичене теплоносієм і показана чисельна реалізація даної моделі. Наведені результати чисельного моделювання теплового стану багатошарової системи, що складається з твердого і пористого тіл.
Ключові слова: двофазне середовище, пористе середовище, тепловий стан, чисельне моделювання

В статье сформулирована модель двухфазного переноса в пористой среде, насыщенной теплоносителем и показана численная реализация данной модели. Приведены результаты численного моделирования теплового состояния многослойной системы, состоящей из твердого и пористого тел.
Ключевые слова: двухфазная среда, пористая среда, тепловое состояние, численное моделирование

In the article the model of two-phase transport in porous media saturated with coolant is formulated and the numerical implementation of this model is shown. Tthe numerical simulation of the thermal state of a multilayer system consisting of solid and porous bodies is shown.
Keywords: two-phase medium, the porous medium, the thermal state, numerical modeling

1. Введение

Тепловые трубы с пористым наполнителем все чаще применяются в различных технических устройствах. Например, в последних типах систем охлаждения космических аппаратов используются тепловые трубы для отвода теплоты от различной электронной аппаратуры. Тепловые трубы с пористым наполнителем обладают очень высоким коэффициентом приведенной теплопроводности, что позволяет их применять для передачи больших тепловых мощностей при практически изотермических условиях. В этом смысле их применение чрезвычайно привлекательно для охлаждения элементов газовых турбин.

Известно, что делались попытки применения тепловых труб без пористой структуры (термосифонов) для охлаждения рабочих лопаток газовых турбин. Тепловые трубы, в которых возврат теплоносителя в испаритель происходит за счет капиллярных сил, могут быть использованы в перспективе, о чем свидетельствует анализ литературных источников. Однако их применение сдерживается отсутствием приемлемых технических и теоретических решений. Это позволяет сформулировать задачу исследования как создание метода моделирования процессов теплообмена и движения рабочего тела в пористой системе и обоснование возможности использования пористых систем, насыщенных жидкими металлами, с целью охлаждения лопаток газовых турбин.

2. Анализ литературных данных и постановка задачи

Несмотря на значительный интерес к тепловым трубам, их теория, на наш взгляд, разработана в недостаточной мере. Как правило, расчёты выполняются на основе упрощенных соотношений для гидравлических потерь в контурах трубах и балансовых соотношений для подведенной и отведенной теплоты. Таким образом, процессы течения и теплообмена в пористой структуре практически исключаются из рассмотрения.

В [1] была разработана теория, описывающая поведение теплоносителя в пористой структуре с учетом кипения, т.е. в модели присутствовали паровая и жидкая фазы. Было введено понятие двухфазной смеси, которая включает в себя уравнения сохранения массы, импульса и энергии, а также граничные и начальные условия, которые были получены на основе традиционной модели независимого движения фаз. Все физические свойства многофазной смеси являются следствием свойств ее составляющих, поэтому для построения уравнений сохранения определены усредненные свойства смеси – плотность смеси, массовая скорость смеси, кинематическая вязкость смеси:

$$\rho=\rho_l s+\rho_v(1-s),\ \rho\mathbf{u}=\rho_l\mathbf{u}_l+\rho_v\mathbf{u}_v,\quad \nu(s)=\frac{1}{\dfrac{k_{rl}(s)}{\nu_l}+\dfrac{k_{rv}(s)}{\nu_{vl}}} \tag{1}$$

где s – влагосодержание, показывающее какая часть объема пустот занята жидкостью, $\mathbf{u}$ – вектор поверхностной (или Дарсиановской) скорости, относящийся ко всей области поперечного сечения в области как жидкой фазы, так и пористой среды, индексы l і v указывают на жидкую либо паровую фазу соответственно.

Важной характеристикой является капиллярное давление – разность давлений паровой и жидкой фазы – с помощью которого осуществляется движение среды. Капиллярное давление определяется с помощью функции Леверетта *J(S)*.

$$p_c=\left(\frac{\varepsilon}{K}\right)^{1/2}\sigma J(s), \tag{2}$$

где ε – объемная пористость, σ – поверхностное натяжение, K – проницаемость.

Уравнение сохранения массы для двухфазной смеси является результатом сложения уравнений сохранения для каждой фазы. Уравнения движения получено на основе закона Дарси с учетом наличия как жидкой, так и паровой фаз. Уравнение энергии получено из общего уравнения сохранения энергии для системы, включающей в себя твердую матрицу и многофазную смесь. Предполагается, что в матрице, паре и жидкостной фазе наблюдается термодинамическое равновесие. Уравнение энергии записывается относительно энтальпии смеси и учитывает взаимные превращения жидкости в пар и наоборот

$$\Omega\frac{\partial H}{\partial t}+\nabla\cdot(\gamma_h uH)=\nabla\cdot\left(\frac{\Gamma_h}{\rho}\nabla H\right)+\nabla\cdot\left(f(s)\frac{K\Delta\rho h_{fg}}{\nu_k}g\right)\quad . \tag{3}$$

Введенные в (3) коэффициенты, а именно, отношения теплоемкостей Ω, коэффициент коррекции γ_h и диффузионный коэффициент Γ_h определяются, соответственно, как

$$\Omega = \varepsilon + \rho_s c_s (1-\varepsilon)\frac{dT}{dH}, \quad \gamma_h = \left[s + \frac{\rho_v}{\rho_l}(1-s) \right] \frac{\lambda_l(s)}{s}, \quad \frac{\Gamma_h}{\rho} = D + k_{eff}\frac{dT}{dH}. \quad (4)$$

Уравнение (3) справедливо как для двухфазной области, так и в области пара или жидкости. В двухфазной области предполагается, что передача энергии происходит только за счет диффузии, а теплообмен между скелетом пористого тела и теплоносителем отсутствует. В данной модели для описания движения двухфазной жидкости используется уравнение, записанное по изменению давления смеси

$$\nabla^2 P = \left[\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} - \nabla p \cdot \nabla \left(\frac{K}{\upsilon} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{K}{\upsilon} \rho_k g \right) \right], \quad (5)$$

в результате решения которого получают распределение массовых скоростей фаз. Соотношение для вычисления массовых скоростей фаз:

$$\rho_l \mathbf{u}_l = \lambda \rho \mathrm{u} + \mathbf{j}, \; \rho_v \mathbf{u}_v = (1-\lambda)\rho u - \mathbf{j}. \quad (6)$$

3. Численная реализация модели двухфазной среды

Для получения заключительной системы уравнений, к уравнению энергии (3) нами применен метод Галеркина наряду с применением метода Кранка-Николсона для интегрирования по временной координате

$$\Omega \frac{H_j - H_{j-1}}{\Delta\tau} + \nabla \cdot (\gamma_{j-1/2} u_{j-1/2} \frac{H_j + H_{j-1}}{2}) = \nabla \cdot \left(\frac{\Gamma_{j-1/2}}{\rho_{j-1/2}} \nabla \frac{H_j + H_{j-1}}{2} \right) + \nabla \cdot \left(f_{j-1/2}(s) \frac{K \Delta\rho h_{fg}}{\nu_k} g \right). \quad (7)$$

Полученная система уравнений решена модифицированным методом Гаусса, смысл которого заключается в исключении из системы уравнений нулевых элементов и представления матрицы в виде ленты, симметричной относительно главной диагонали

$$\left(\frac{2}{\Delta\tau}[\mathbf{C}] + [\mathbf{S}] \right) \{\mathbf{H}_j\} = 2\{\mathbf{R}\} + \left(\frac{2}{\Delta\tau}[\mathbf{C}] \{\mathbf{H}_{j-1}\} - [\mathbf{S}] \right) \{\mathbf{H}_{j-1}\}, \quad (8)$$

где $[\mathbf{C}]$, $[\mathbf{S}]$ - „нестационарная” и „стационарная” матрицы соответственно, $\{\mathbf{H}_j\}, \{\mathbf{H}_{j-1}\}$ - вектор-столбец значений энтальпий на j -му и (j-1)-м временному шаге, $\{\mathbf{R}\}$- вектор - столбец, который отображает граничные условия.

Уравнение (5) было решено методом конечных элементов в нестационарной постановке для двумерного случая, смысл которого заключается в минимизации функционала

$$I = \frac{1}{2} \int_A \left[\frac{1}{\nu} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1}{\nu} \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} - 2QP \right] dA + \int_{S_u} \mathbf{u} P dS, \quad (9)$$

где $Q = \varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} - \nabla p \cdot \nabla \left(\frac{K}{\upsilon} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{K}{\upsilon} \rho_k g \right)$ - правая часть уравнения (5).

Выполнив ряд преобразований, получена система линейных алгебраических уравнений $[A]\{P\} = [F]$, которая была решена методом сопряженных градиентов.

Решение системы уравнений позволяет получить распределение давлений двухфазной смеси, и, используя уравнения (6), получить распределение массовых скоростей паровой и жидкой фаз, движущихся в пористой среде.

4. Моделирование теплового состояния многослойной системы

Пористые среды, насыщенные жидкометаллическим теплоносителем, могут быть применены для выравнивания температурного поля лопаток газовых турбин за счет образования двухфазной зоны с одинаковой температурой, равной температуре насыщения при подводе теплоты со стороны газа. Поэтому следующим шагом было моделирование теплового состояния многослойной системы, состоящей из оболочки лопатки, внешняя поверхность которой нагревается газом, пористой среды, заполненного жидкометаллическим теплоносителем и внутренней охлаждаемой воздухом изолирующей тонкой стенки.

Для моделирования температурного состояния многослойной системы были сформулированы условия сопряжения и решена сопряженная задача теплопроводности твердого тела и пористой среды, насыщенной теплоносителем. Уравнение энергии для твердого тела имеет вид

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\lambda \nabla T\right), \tag{10}$$

где C - объемная теплоемкость, λ- теплопроводность.

Решение этого уравнения было выполнено методом конечных элементов. Заметим, что свойства твердого тела (C , λ) зависят от температуры в меньшей степени, чем Ω і Γ в уравнении энергии двухфазной среды (3). Поэтому сходимость этого решения оказалась лучше.

Реализовано два подхода к решению задачи: раздельный и совместный. Первый подход заключался в последовательном решении задачи для каждого из тел (сплошного и пористого). Во втором подходе решалась полная система уравнений для двух тел вместе с дополнительными уравнениями связи.

Обозначая границу пористого тела как *p (porous)* и сплошного *s (solid)*, запишем дополнительные уравнения в случае однофазного состояния теплоносителя на границе пористого тела в виде:

для сплошного тела

$$T_s - T_p = 0\,, \tag{11}$$

для пористого тела

$$T_p - T_s = 0\,. \tag{12}$$

На участках совместной границы, на которых со стороны пористого тела присутствует двухфазная среда, условия сопряжения представим в виде:

для сплошного тела

$$T_s - T_{sat} = 0\,, \tag{13}$$

для пористого тела

$$q_p - q_s = 0\,. \tag{14}$$

Таким образом, для пористого тела задается на каждой итерации тепловой поток, поступающий от сплошного тела, а температура поверхности сплошного тела приравнивается температуре кипения теплоносителя.

Для решения данной задачи могут быть заданы граничные условия первого, второго и третьего рода.

Решение задачи проводится в итерациях как по времени, так и на каждом временном шаге, где корректируются свойства среды существенно зависят от величины насыщения.

Уравнение энергии существенно нелинейное и его решение представляет определенные трудности, которые были преодолены за счет введения подходящих коэффициентов релаксации для некоторых переменных. Нелинейность уравнения еще больше усиливается в связи с фазовыми переходами, происходящими в рассматриваемой пористой системе.

5. Апробация модели передачи теплоты в многослойной системе

В пористой среде, насыщенной двухфазным теплоносителем, теплота передается посредством диффузии фаз, которая зависит от насыщенности среды жидкой фазой теплоносителя.

На основании решения сопряженной задачи теплообмена в многослойной системе были выполнены исследования по обоснованию возможности применения пористой среды с двухфазным теплоносителем для стабилизации температурного поля направляющей лопатки газовой турбины. В этом случае тепловой поток передается через систему твердое тело – пористое тело.

Для определения механизма передачи теплоты проведен численный эксперимент на модели, состоящей из твердого и пористого тел, размерами 20 мм (рис.). Тепловой поток подводится сверху к границе твердого тела, где задаются граничные условия 3-го рода. На нижней границе пористого элемента поддерживается температура, равная температуре насыщения. Через твердое тело тепловой поток передается теплопроводностью, через пористое, насыщенное двухфазным теплоносителем, посредством диффузии. В качестве теплоносителя используется жидкий натрий с температурой насыщения 881 ^{0}C.

В результате расчетов были получены температурное поле твердого тела, распределение линий насыщения в пористом теле, а также величины входящего и выходящего тепловых потоков.

Расчеты показали, что при заданных граничных условиях, по толщине твердого тела передается тепловой поток, равный 219000 Вт/м^2. Величина исходящего теплового потока составляет порядка 215000 Вт/м^2. Погрешность вычислений в данном случае составляет 1,5%, что вполне допустимо. Поэтому можно утверждать, что в данной сопряженной системе соблюдается тепловой баланс. Кроме того, были проведены расчеты при задании на нижней границе пористого элемента температуры меньшей температуры насыщения. В этом случае имелся слой жидкости, через который теплота передавалась теплопроводностью. При этом тепловой баланс соблюдался с точностью 1,5%.

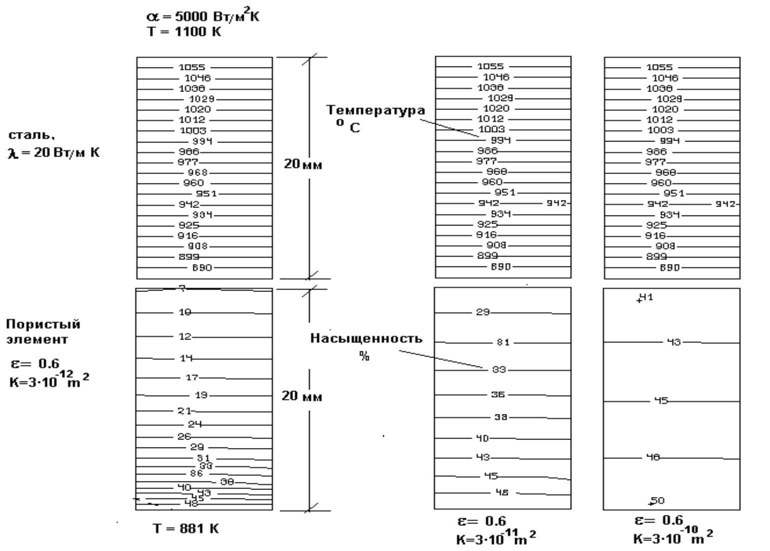

Рис. Температурное поле и распределение насыщенности В сопряженной модели твердый элемент - пористый элемент

В процессе расчетов варьировались величины пористости и проницаемости. Их увеличение приводило к росту насыщенности и практически не влияло передаваемый тепловой поток.

6. Выводы

Для применения пористых элементов в системах охлаждения газовых турбин необходимо решить задачу теплового состояния многослойной системы, состоящей из нагреваемой оболочки лопатки, пористой среды, заполненной жидкометаллическим теплоносителем и внутренней охлаждаемой воздухом изолирующей тонкой стенки.

Для решения данной задачи выполнено моделирование процессов движения и фазового перехода в пористой среде, заполненной теплоносителем, а также разработаны условия стыковки твердого и пористого элементов.

Численный эксперимент показал, что при решении сопряженной задачи теплового состояния многослойной системы, несмотря на различные механизмы передачи теплоты в твердом и пористом телах, в системе соблюдается тепловой баланс.

Список литературы: 1. A two-phase mixture model of liquid-gas flow and heat transfer in capillary porous media - I. Formulation / Chao-Yang Wang, C. Beckermann // Int. J. Heat Mass Transfer. - 1993. - Vol. 36. - No.11. - P.2747-2758.

Поступила в редколлегию12.06.2012