

навантаженням в окружному напрямку виникає різнойменний напружений стан. Тільки в місці дії навантаження тангенціальні напруження стискаючі, на виході з осередку деформації – вони дорівнюють нулю, а в ненавантаженій частині циліндра – розтягувальні. Це необхідно враховувати при проектуванні раціональних технологічних процесів локального деформування.

**Ключові слова:** обтиск, роздача, заготовка, локальна деформація.

The distribution of stress and strain in the local deformation of shells of revolution, which is the case in the production of wheel rims of cylindrical welded blanks, is very different from the stress-strain state of the storage in the traditional operations stamping. Relying on the theory of elastic deformation of shells of revolution, we can intensify local crimping operations and distribution, by improving the equipment used. It is shown that under the action of a concentrated load on the shell in the circumferential direction of opposite occurs stress. Only where the load is applied compressive tangential stresses at the exit of the deformation zone – they are zero, and in the unloaded part of the cylinder – stretching. This should be considered when designing a rational process of local deformation.

**Keywords:** crimp, distribution, storage, local deformation.

УДК 621.7:519.85

*В. М. МИХАЛЕВИЧ*, докт. техн. наук, проф., ВНТУ, Вінниця

*В. А. МАТВІЙЧУК*, докт. техн. наук, проф., ВНАУ, Вінниця

*Е. А. ТРАЧ*, аспірант, ВНТУ, Вінниця

*Ю. В. ДОБРАНЮК*, канд. техн. наук, ВНТУ, Вінниця

*В. С. ЗАЙКОВА*, студентка, ВНТУ, Вінниця

## ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ СУММИРОВАНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Рассмотрена задача моделирования предельного состояния материала боковой поверхности цилиндрических образцов при осесимметричном сжатии. Получена новая форма модели предельного состояния материала и усовершенствована методики построения кривой предельных деформаций, что позволило сократить время построения графика одной кривой более, чем в 10 раз.

**Ключевые слова:** осесимметричное сжатие, боковая поверхность, напряженно-деформированное состояние, предельная деформация.

**Введение.** Появление мощных вычислительных комплексов для математического моделирования формоизменения и напряженно-деформированного состояния материала в процессах обработки давлением открыло новые перспективы теоретического анализа и совершенствования существующих технологий. Важным практическим направлением является моделирование предельного состояния материала в условиях пластического формоизменения. За последние несколько десятилетий широкое признание и применение получил метод оценки предельного состояния материала [1-6], традиционно называемый теорией деформируемости. Однако сведения о результатах применения данного подхода зачастую носят фрагментарный характер, затрудняющий анализ и использование опубликованных результатов. Кроме того, стремительно совершенствующаяся вычислительная база требует постоянного обновления программных реализаций математических моделей предельных состояний в новой языковой среде. Для повышения эффективности данного подхода, воспроизводимости результатов моделирования, полученных различными коллективами необходима строгая постановка задач оценки предельного состояния и разработка эффективных алгоритмов ее решения.

В работах [7-10] рассмотрена задача определения предельных деформаций материала боковой поверхности цилиндрического образца при осесимметричной осадке. Построена схема вычислений, основанная на применении комбинированного метода хорд и касательных. В данной работе приводится усовершенствование ранее разработанной вычисли-

© В. М. Михалевич, В. А. Матвийчук, Е. А. Трач, Ю. В. Добранюк, В. С. Зайкова, 2012

тельной схемы применительно к известным, а также к предлагаемым новым в данной работе моделям предельного состояния материала боковой поверхности цилиндрического образца при осесимметричном сжатии.

**Материалы исследований.** Теория деформируемости решает две задачи: 1) исследование предельных деформаций материала в условиях стационарного деформирования; 2) оценка предельного состояния материала при нестационарных процессах деформирования.

Первая задача заключается в построении кривых и поверхностей предельных деформаций, традиционно называемых диаграммами пластичности [2-6]. При решении второй задачи решение первой, как правило, полагается известным. Для решения второй задачи необходимо располагать некоторой моделью, основанной на определенном законе суммирования повреждений. В опасных, с точки зрения трещинообразования, областях заготовки в процессах обработки давлением, как правило, реализуется условие нестационарного деформирования. Поэтому в [10] вторую задачу предлагается называть основной задачей теории деформируемости. Можно показать, что теория деформируемости является частным случаем теории суммирования повреждений. Действительно, ключевым результатом, положившим начало развития теории деформируемости, послужила модель В.Л. Колмогорова, опубликованная в 1970 г.:

$$\psi(E) = \int_0^E \frac{dE}{E_{*c} [\eta(E)]}, \quad \psi(0) = 0, \quad \psi(E_*) = 1, \quad (1)$$

где  $E$  – накопленная пластическая деформация;  $E_{*c} = E_{*c}(\eta)$  – кривая предельных деформаций;  $E_*$  – величина деформации, соответствующая достижению предельного состояния материала;  $\eta$  – безразмерный инвариантный показатель напряженного состояния, равный отношению первого инварианта тензора напряжений к интенсивности напряжений.

В 1939 г. Бейли обобщил на случай непрерывного изменения параметров нагрузки принцип линейного суммирования повреждений, сформулированный Пальмгреном в 1924 г. применительно к случаю дискретного изменения параметров.

Для решения задач теории длительной прочности интеграл Бейли можно записать в следующем виде

$$\psi(t) = \int_0^t \frac{d\tau}{t_{*c} [\sigma_i(\tau)]}, \quad \psi(0) = 0, \quad \psi(t_*) = 1, \quad (2)$$

где  $\psi$  – величина поврежденности, характеризующая степень изменения свойств материала;  $t_*$  – расчетное время до разрушения при заданном законе изменения интенсивности напряжений  $\sigma_i = \sigma_i(t)$  в процессе испытания;  $t_{*c} = t_{*c}(\sigma_i)$  – кривая длительной прочности.

Сопоставление моделей (1) и (2) свидетельствует об их полной аналогии. На данном основании можно сделать вывод, что В.Л. Колмогоровым не была построена новая модель суммирования повреждений, а предложены новые координаты для записи интеграла Бейли. Сделанное замечание никоим образом не умаляет значимости модели (2) и роли ее автора – выдающегося ученого, по праву считающегося одним из основоположников теории деформируемости, труды которого получили уникальную популярность в странах ближнего зарубежья и известны далеко за их пределами.

Несмотря на большую востребованность модели (2), многочисленные ее применения сводятся к приближенной инженерной оценке или получению численных решений по типу «черного ящика». Лишь немногие работы содержат попытки построения на основе существующих законов суммирования повреждений моделей предельного состояния материала для разных технологических процессов в так называемой замкнутой форме.

Следуя методике определения напряженно-деформированного состояния материала бочкообразной боковой поверхности цилиндрического образца при осесимметричном сжатии [10] запишем модифицированное выражение, позволяющее аппроксимировать зависимость между осевой  $\varepsilon_z$  и окружной  $\varepsilon_\phi$  логарифмическими деформациями

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\phi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1 + (m \cdot \varepsilon_\phi)^2}, \quad (3)$$

где  $m$  – параметр, характеризующий интенсивность бочкообразования, и зависящий от материала, геометрических параметров образца и условий трения на его торцах.

Решением дифференциальных уравнений (3), с учетом начального условия  $\varepsilon_z|_{\varepsilon_\phi=0} = 0$ , получим следующее выражение:

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\phi - \frac{3}{2 \cdot m} \cdot \operatorname{arctg}(m \cdot \varepsilon_\phi), \quad (4)$$

параметрическое представление которого можно записать в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_\phi = \frac{\operatorname{tg}(x)}{m} \\ \varepsilon_z = -\frac{\operatorname{tg}(x) + 3 \cdot x}{2 \cdot m} \end{cases} \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (5)$$

С учетом последнего соотношения получены выражения для накопленной деформации  $\varepsilon_u$  и показателя напряженного состояния  $\eta$

$$\varepsilon_u(x, m) = \frac{1}{m} \cdot \int_0^x \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^2 x}} dx, \quad (6)$$

$$\eta(t) = \frac{1 - 3 \cdot \cos^2(x)}{\sqrt{1 + 3 \cdot \cos^4(x)}}, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad (7)$$

На основании полученных соотношений, следуя работе [10], построена модель предельного состояния материала, в которой отражено влияние на предельную деформацию интенсивности бочкообразования, характеризуемой величиной параметра  $m$ .

$$\begin{cases} \eta = \omega(x_*(m)) \\ \varepsilon_*(x_*(m), m) = \frac{1}{m} \cdot \int_0^{x_*(m)} \frac{1}{f(2, t) \cdot \cos^2(t)} dt \end{cases}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{m} \cdot \int_0^{x_*(m)} \frac{\exp\left[\omega(t) \cdot \ln\left(a_1 \cdot \frac{1 - \omega(t)}{2 \cdot a_2} + a_2 \cdot \frac{1 + \omega(t)}{2 \cdot a_3}\right)\right]}{f(2, t) \cdot \cos^2(t)} dt - 1 = 0 \quad (9)$$

где

$$\omega(\tau) = f(1, \tau) \cdot f(2, \tau), \quad f(k, \tau) = \left(1 + (-1)^k \cdot 3 \cos^{2k}(\tau)\right)^{\frac{(-1)^{k+1}}{k}}, \quad k = 1, 2. \quad (10)$$

Авторами [7] разработана методика вычислений, позволяющая строить кривую предельных деформаций  $e_* = e_*(h)$ , между точками которой и значениями параметра  $m$  существует взаимно однозначное соответствие. Согласно данной методике для каждого заданного значения  $m$  численным решением нелинейного уравнения (9) определяется значение  $x_*(m)$ , соответствующее достижению предельного состояния, и далее, на основании

соотношений (8) определяются значения накопленной деформации и показателя напряженного состояния. Таким образом, каждая точка кривой  $e_* = e_*(h)$  является решением нелинейного уравнения. Применение комбинированного метода хорд и касательных в рамках указанной методики позволило уменьшить продолжительность вычислений с 20 минут до 20 с по сравнению с применением стандартной команды системы Maple.

В данной работе предлагается более эффективная методика построения кривой предельных деформаций, согласно которой модель (8), (9) представляется в виде

$$\begin{cases} \eta = \omega(x) \\ \varepsilon_*(x) = \frac{\int_0^x \frac{1}{f(2,t) \cdot c \cos^2(t)} dt}{\int_0^x \frac{\exp\left[\omega(t) \cdot \ln\left(a_1 \cdot \frac{1-\omega(t)}{2 \cdot a_2} + a_2 \cdot \frac{1+\omega(t)}{2 \cdot a_3}\right)\right]}{f(2,t) \cdot \cos^2(t)} dt} \end{cases} \quad (11)$$

При этом цикл вычислений организовывается по переменной  $x$ , что позволяет избежать необходимость решения нелинейного уравнения. Применение указанной методики позволило сократить время построения одной кривой с 20 с, затрачиваемых при использовании известного алгоритма, предложенного в [7], до 1-2 с. Следует ожидать, что еще больший эффект будет получен в случае использования одного из нелинейных законов суммирования повреждений. Однако следует заметить, что для определения предельного состояния для заданного пути деформирования необходимо использовать методику, разработанную в [7].

**Вывод.** Новая форма модели предельного состояния материала боковой поверхности цилиндрического образца при осесимметричном сжатии и усовершенствование методики построения кривой предельных деформаций позволило сократить время построения графика одной кривой более, чем в 10 раз.

**Список літератури:** 1. *Смирнов-Аляев Г. А.* Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов / Г. А. Смирнов-Аляев – М. – Л. : Машгиз, 1961. – 463 с. 2. *Огородников В. А.* Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с. 3. *Колмогоров В. Л.* Пластичность и разрушение / В. Л. Колмогоров и др. – М. : Металлургия, 1977. – 336 с. 4. *Богатов А. А.* Ресурс пластичности при обработке давлением / А. А. Богатов, О. И. Мижиринский, С. В. Смирнов. — М. : Металлургия, 1984. — с. 144. 5. *Матвийчук В. А.* Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. – Краматорск : ДГМА, 2009. – 268 с. ISBN 978-966-379-317-7. 6. *Михалевич В. М.* Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалевич. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1998. — 195 с. – ISBN 966-7199-20-7. 7. *Михалевич В. М.* Побудова ефективних обчислювальних схем у Maple під час розв'язання задачі визначення граничних деформацій за умов складного деформування [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, О. В. Михалевич // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – №2. – 2009. – 7 с. – Режим доступу до журн.: [http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009\\_2/2009-2.htm](http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2009_2/2009-2.htm). 8. *Добранюк Ю. В.* Моделювання за допомогою програмного комплексу DEFORM 3D напружено-деформованого стану на бічній поверхні 70авлндричного зразка під час торцевого стиснення / Ю. В. Добранюк, Л. І. Алиєва, В. М. Михалевич // Обработка давлением: сборник научных трудов. – Краматорск: ДГМА. – 2010. – №4(25). – С. 3–10. 9. *Михалевич В. М.* Визначення граничних деформацій бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження за допомогою імітаційного моделювання / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2011. – №45. – С. 104–107. 10. *Михалевич В. М.* Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии / В. М. Михалевич, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // Пробл. прочности. — 2011. — № 6. — С. 5—22.

Надійшла до редколегії 15.10.2012

УДК 621.7:519.85

**Постановка и решение частного случая основной задачи теории суммирования поврежденный / Михалевич В. М., Матвийчук В. А., Трач Е. А., Добрянюк Ю. В., Зайкова В. С. // Вісник НТУ «ХПИ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2012. – №47(953). – С. 67–71. – Бібліогр.: 12 назв.**

Розглянуто задачу моделювання граничного стану матеріалу бічної поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного стиснення. Отримано нову форму моделі граничного стану матеріалу бічній поверхні та вдосконалено методику побудови кривої граничних деформацій, що надало можливість скоротити час побудови графіка однієї кривої більш, ніж в 10 разів.

**Ключові слова:** вісесиметричне стиснення, бічна поверхня, напружено-деформований стан, гранична деформація.

This is the problem of determining of the mode of deformation and limiting state of the material of the cylindrical samples' lateral surface at face-end compression. A new form of the model the limiting state of the material and improved method of constructing curves of the strain, which has reduced the time plotting a curve of more than 10 times.

**Keywords:** face-end compression, lateral surface, mode of deformation, limit strain.

УДК 621.771.63

*С. Ю. ПЛЕСНЕЦОВ*, аспірант, НТУ «ХПИ»

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ИЗГИБЕ ДО 180° С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА DEFORM 3D

Проведено моделювання процесу изгиба листового металла до 180° посредством программного комплекса Deform 3D. Получены распределения напряжений и деформаций, а также график усилия на инструменте. Выполнено сопоставление результатов моделирования с данными, полученными в ходе экспериментальных исследований процесса изгиба листового металла до 180°.

**Ключевые слова:** изгиб, программный комплекс, Deform 3D, моделирование

**Вступлення.** В условиях формирования основ рыночной экономики в Украине проблема энерго- и материалоемкости промышленной продукции и вывода ее по этим показателям на уровень, достигнутый в ведущих промышленно развитых странах, приобретает все большую значимость [1]. Гнутые профили проката являются одним из наиболее эффективных видов металлопродукции, поскольку в ходе их производства возможна минимизация расхода материалов и энергии, а продукция зачастую не требует дальнейшей обработки.

Возможности современной вычислительной техники позволяют значительно упростить теоретический анализ процессов обработки давлением. Программные комплексы Deform 3D и QForm обеспечивает возможность осуществления моделирования процессов как объемного, так и листового формоизменения на основе метода конечных элементов.

На рис. 1 приведены наиболее распространенные виды продукции, содержащие элементы изгиба на 180°.

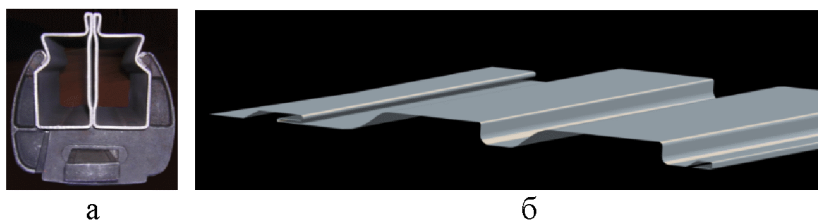


Рис. 1 – Продукция профилирования с элементами изгиба на 180°: а – профили опалубки; б – сайдинговый профиль

© С. Ю. Плеснецов, 2012