обобщить предложенный компьютерный метод расчета режима инсулинотерапии на традиционно применяемую схему с подкожными инъекциями.

Список литературы: **1**. Definition, Diagnosis and Classification of Diabetes Mellitus and its Complications: Report of a WHO Consultation. Part 1: Diagnosis and Classification of Diabetes Mellitus. Geneva: WHO. Department of Noncommunicable Disease Surveillance, 1999. 59p. **2**. *Толокнов В.И.* Итоги науки и техники ВИНИТИ. Сер. Бионика. Биокибернетика. Биоинженерия. т. 5. Биокибернетические аспекты "Искусственной бета-клетки. М.. 1987. 65 с. **3**. *Лапта С.И.* Динамика ауторегуляции уровня гликемии: запаздывание или последействие? Радиоэлектроника и информатика. 2003. № 2. С. 143-147. **4**. *Bolie V.W.* Coeficients of normal blood glucose regulation // J. Appl. Physiol. 1961. V.16. P.783-788. **5**. *Bergman R.N., Ider Y.Z., Bowden C.R., Cobelli C.* Quantitative estimation of insulin sensitivity // Am. J. Physiol. 1979. V.236. E667-E677. **6**. *Болье В.* Теория глюкозо-инсулиновой обратной связи. В сб. Электроника в медицине. Рига. 1962. С. 175-184. **7**. *De Fronzo R., Ferrannini E., Hendler R. et al*. Influence of hyperinsulinemia, hyperglycemia, and the route of dlucose administration on splanchnic glucose exchange. Proc. Natl. Acad. Sci. USA. v. 75, №10, 1978, P. 5173-5177. **8**. *Беллман Р., Кук К.Л.* Дифференциально-разностные уравнения. Москва. Мир. 1967. 548 с. **9**. *Дьяконов В*. MATLAB: учебный курс. – СПб: Питер, 2001. – 560 с. 16.

Bibliography (transliterated): **1**. Definition, Diagnosis and Classification of Diabetes Mellitus and its Complications: Report of a WHO Consultation. Part 1: Diagnosis and Classification of Diabetes Mellitus. Geneva: WHO. Department of Noncommunicable Disease Surveillance, 1999. 59. **2**. Toloknov V.I. Itogi nauki i tehniki VINITI. Ser. Bionika. Biokibernetika. Bioinzhenerija. t. 5. Biokiberneticheskie aspekty "Iskusstvennoj beta-kletki. Moscow. 1987. 65. **3**. Lapta S.I. Dinamika autoreguljacii urovnja glikemii: zapazdyvanie ili posledejstvie? Radio-jelektronika i informatika. 2003. № 2. 143-147. **4**. Bolie V.W. Coeficients of normal blood glucose regulation // J. Appl. Physiol. 1961. V.16. P.783-788. **5**. Bergman R.N., Ider Y.Z., Bowden C.R., Cobelli C. Quantitative estimation of insulin sensitivity // Am. J. Physiol. 1979. V.236. E667-E677. **6**. Bol'e V. Teorija gljukozo-insulinovoj obratnoj svjazi. V sb. Jelektronika v medicine. Riga. 1962. 175-184. **7**. De Fronzo R., Ferrannini E., Hendler R. et al. Influence of hyperinsulinemia, hyperglycemia, and the route of dlucose administration on splanchnic glucose exchange. Proc. Natl. Acad. Sci. USA. v. 75, №10, 1978. 5173-5177. **8**. Bellman R., Kuk K.L. Differencial'no-raznostnye uravnenija. Moscow. Mir. 1967. 548. **9**. D'jakonov V. MATLAB: uchebnyj kurs. SPb: Piter, 2001. 560. 16.

Надійшла (received) 26.06.2014

УДК 615.47:616-07

С. С. ЛАПТА, канд. техн. наук, доц., УИПА, Харьков;
Л. А. ПОСПЕЛОВ, д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник НТУ «ХПИ»;
О. И. СОЛОВЬЁВА, канд. техн. наук, преп., ХУВС, Харьков;

ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ ПО ПАРАМЕТРУ В ГОМЕОСТАТИЧЕСКОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Статья посвящена нахождению наиболее общего уравнения колебаний, обусловленных отрицательной обратной связью в системе. Казалось, что классический аппарат гармонического анализа имеет универсальный характер для описания колебаний и что теория колебаний имеет завершенный характер. Однако наблюдения колебаний в сложных гомеостатических системах показали, что существует необходимость в поиске новых подходов к их описанию. В частности, в нашей работе показано, что в случае гомеостатической физиологической системы регуляции уровня глюкозы в крови человека его уровень адекватно воспроизводится решением дифференциального уравнения 1-го порядка с запаздывающим аргументом.

Ключевые слова: гомеостатическая система, отрицательная обратная связь.

Введение. Известно, что простейшими из всех наблюдаемых различных колебаний являются, так называемые гармонические колебания, в ряд из которых согласно теореме Фурье раскладывается произвольная периодическая функция. Однако возможная громоздкость применения гармонического анализа вызывает сомнение в его универсальности для описания колебаний. По-видимому, целесообразно искать присущие колебаниям новые функции, подобно Кеплеру, 400 лет назад предложившему описывать орбиты планет эллипсами взамен рядов из круговых движений – тех же гармонических функций [1].

Анализ последних исследований и публикаций; определение нерешенных ранее частей общей проблемы. В последнее время при решении задач практического использования широко распространенных в различных сферах природы, техники и общественных отношений гомеостатических систем с недостаточно известными внутренними процессами и даже структурой, с присущим им равновесным состоянием, к которому они осцилляционно возвращаются путем саморегуляции после прекращения действия возмущающих факторов было предложено описывать эти колебания решением дифференциального уравнения 1-го порядка с запаздывающим аргументом [2].

Формулировка цели статьи. Представляет интерес выяснить возможные виды переходных процессов в системе, обусловленных отрицательной обратной связью в ней, определить физический смысл условия наличия колебаний в ней в наиболее общем виде, определить и исследовать наиболее общее уравнение этих колебаний.

Изложение основного материала. Колебательные процессы являются, по-видимому, наиболее распространенными процессами во всех областях природы, техники и общественных отношений. При этом системы в которых они происходят, как правило, или весьма громоздкие, что делает невозможным их общее аналитическое описание даже в случае известных законов функционирования их отдельных частей (сложные технические системы), или недостаточно исследованные, как в физиологии, в экологии, в экономике и в общественных отношениях. Такие гомеостатические системы и колебания в них в отличие от простых колебательных систем в механике и радиотехнике приходится исследовать сначала вцелом, постепенно продвигаясь вглубь по мере их понимания.

Из общих представлений возможность колебательного процесса в сложной системе обусловлена наличием в ней некоторого стойкого равновесного состояния и ее свойством сохранения его, возвращение к нему при произвольных возмущениях. Т.е. при этих возмущениях система саморегулируется к равновесному состоянию. При этом природа такого устойчивого равновесного состояния системы и факторы, приводящие ее к нему, могут иметь разную природу: хорошо известную или еще не вполне изученную.

В механике и в технике, где состав и структура саморегулирующейся системы, а также законы функционирования ее элементов исчерпывающе известны, в принципе возможно ее полное аналитическое интегрально-синтетическое описание, из которого, в частности, будет следовать и свойство саморегуляции. Однако для очень сложных технических систем такое детальное описание уже становится обременительным и нецелесообразным. Еще более проблемной сложилась ситуация в физиологии, в экологии и в экономике, где элементарные законы пока еще недостаточно исследованы и поэтому носят гипотетический характер. Более того, даже состав такой системы может быть не вполне детализированым. Безотносительно этих расхождений общим для всех этих саморегулирующихся систем является само свойство саморегуляции. Оно состоит в том, что динамика возвращения системы к некоторому стабильному равновесному ее состоянию определяется ее же текущим состоянием, точнее его отклонением от этого равновесного состояния.

Известно, что наиболее характерным свойством живых организмов, которое отличает их от неживой природы, является их изменчивость в обменных процессах, которые непрерывно протекают в них со внешней средой. Однако при этом удивительным образом повторяются те самые процессы, сохраняются форма и структура каждого организма, структура и функции отдельных его органов. Относительно постоянными остаются также важные переменные внутренней среды биосистемы при возмущениях со стороны внешней среды. В частности, в норме стойко сохраняются частота пульса, частота дыхания, солевой и водный состав тела, его температура, давление, pH крови, ее биохимический состав, в частности, концентрация глюкозы в ней.

В связи с тем, что механизм саморегуляции и само это свойство в физиологии представлялись принципиально отличными от того, что наблюдается в механике, для его обозначения У. Кэнноном был введен (1929 р) специальный термин – "гомеостаз": "Постоянные условия, которые поддерживаются в организме, можно было бы назвать равновесием.

Понятие "гомеостаз", не объясняя сущности биохимических и физиологических механизмов сохранения состояний в живом организме, которые обеспечивают постоянство параметров его внутренней среды, их малые и кратковременные отклонения от равновесных значений при больших внешних возмущениях, быстрое восстановление нормальных внутренних условий, отмечает лишь само их наличие.

Понятие гомеостаза в дальнейшем было расширено. Введенное сначала в физиологии для целого организма, оно было распространенно также на его отдельные относительно независимые подсистемы, а потом и на другие биосистеми, прежде всего в экологии, на сложные системы в экономике и даже в технике, которые не поддаются точному детальному анализу [1]. Этот термин применяют сейчас как к самому состоянию "равновесия" в сложной системе, так и к процессам, которые его обеспечивают.

До последнего времени переходные осцилляционные процессы во всех колебательных системах традиционно описывали суперпозицией гармонических функций, которые являются решением обыкновенных однородных линейных дифференциальных уравнений порядка не ниже, чем второго. Такое уравнение для осциллирующей величины x в случае механических или электрических колебаний возле состояния равновесия с $x = 0$ имеет вид

$$x'' + 2\beta x' + k\, x = 0\,, \tag{1}$$

где β и k – числовые коэффициенты.

Если в уравнении (1) перенести второе и третье слагаемые направо, то в случае механических колебаний с учетом второго закона Ньютона получим физический смысл колебаний (1): они обуславлены силой $F = -kmx$ (m – масса), пропорциональной отклонению тела от устойчивого равновесного состояния, и направленной противоположно отклонению. К этой силе добавляется еще и препятствующая движению сила трения (сопротивления), пропорциональная скорости: $F_c = -2\beta m x'$. Обобщая можно так сформулировать условие возможности гармонических колебаний с затуханием в динамической системе: ускорение x'' ее движения к состоянию ее равновесия линейно определяется через ее отклонение от него и скорость, причем последнее несущественно, поскольку параметр β может иметь, в частности, и нулевое значение.

Известно, что при выводе уравнения (1) свободных затухающих колебаний в радиотехническом контуре на языке заряда $q(t)$ на обкладках конденсатора его сначала записывают на языке силы тока $i(t)$ в контуре в виде интегродиференциального уравнения

$$i'(t) = -\frac{R}{L}\, i(t) - \frac{1}{LC}\int_{t_0}^{t} i(s)\, ds\,,$$

где L – индуктивность контура, C и R – его емкость и сопротивление, соответственно, t_0 – некоторый начальный момент времени.

Очевидно, что аналогично, на языке скорости движения системы к состоянию равновесия, можно переписать и общее уравнение (1), проинтегрировав его,

$$x'(t) = x'(t_0) - \alpha\left(x(t) - x(t_0)\right) - k\int_{t_0}^{t} x(s)\, ds\,, \qquad \alpha = 2\beta\,. \tag{2}$$

Т.е., в текущий момент времени скорость движения системы, совершающей гармонические колебания, линейно определяется ее начальной скоростью $x'(t_0)$, отклонением от начального состояния и суммой всех ее значений, принятых на промежутке времени от начального момента t_0 до данного t, причем с противоположным знаком. Интересно, что существенным для возможности колебаний является лишь последнее из этих слагаемых – интегральное, другие можно и изъять. В случае отсутствия интегрального члена в уравнении (2) ($k = 0$) оно превращается в обыкновенное дифференциальное уравнение 1-го порядка с решением, описывающим переходный процесс экспоненциально убывающего характера.

На языке теории автоматического регулирования смысл уравнения (2) состоит в том, что в системе, которую оно описывает, существует обратная отрицательная связь по переменной, которая регулируется. При этом эта обратная связь по переменной в текущий момент времени (практически мгновенная) обуславливает експоненциально убывающий характер переходного процесса. Связь по значением переменной во все предыдущие моменты времени на промежутке $[t_0, t]$ (интегральное последействие), приводит к гармоническим колебаниям.

Известно, что осцилляционные решения могут иметь и однородные линейные дифференциальные уравнения порядка, более высокого, чем второй. При его последовательном интегрировании получим уравнение, подобное уравнению (2), но уже с добавленным двойного, тройного, … интегрального последействия:

$$x'(t) = x'(t_0) - \alpha\left(x(t) - x(t_0)\right) - k_1\int_{t_0}^{t} x(s)\,ds - k_2\int_{t_0}^{t} ds\int_{s_0}^{s} x(u)du - \\ - k_3\int_{t_0}^{t} ds\int_{s_0}^{s} du\int_{u_0}^{u} x(v)dv - ... \tag{3}$$

При этом возникает вопрос: для обеспечения осцилляционного переходного процесса в системе с состоянием устойчивого равновесия обязательно ли последействие должно быть интегральным, или для этого достаточно и локального последействия, при котором динамика переменной в текущий момент времени будет обусловлена ее же значением в некоторый отдельный предыдущий его момент?

Для выяснения возможности такого характера колебаний в системе уберем из уравнений (2), (3) интегральные слагаемые, в полученном уравнении для упрощения положим равными нулю несущественные постоянные $x(t_0)$, $x'(t_0)$ и введем в аргумент функции $x(t)$ момент времени $t-\tau$, который предшествует текущему моменту на величину τ, и изменим обозначение коэффициента α на β (не связанное со „старым β” в формуле (1)):

$$x'(t) = -\beta\, x(t-\tau)\,. \tag{4}$$

Последнее дифференциальное уравнение 1-го порядка, записанное для всех моментов времени $t \ge t_0$, принадлежит к классу уравнений с запаздывающим аргументом [3]. Для обеспечения единственности его решения оно нуждается в кроме начального условия $x(t_0) = C$, обычного для обыкновенных дифференциальных уравнений, еще также, так называемой, начальной функции $\chi(t)$ на промежутке времени $t_0 - \tau \le t < t_0$.

В осцилляционном характере решения уравнения (4) можно убедиться даже не решая его, а лишь путем проведения его качественного анализа.

Действительно, благодаря запаздыванию в обратной отрицательной связи скорость приближения системы к равновесному состоянию определяется ее отклонением от него не в текущий момент времени, а несколько ранее. Поэтому система достигнет равновесного состояния в какой-то конечный момент времени t_1 с ненулевой скоростью, проскочит его, и дальше при продолжении своего движения с уменьшением скорости будет отдаляться от него. Скорость движения станет равной нулю соответственно уравнению (4) в момент времени $t_1 - \tau$. Потом она изменит знак и система снова будет с осцилляциями приближаться к равновесному состоянию.

В общем случае колебания, которые описывает уравнение (4) будут негармоническими. Однако, как легко убедиться, при некоторых отдельных значениях параметров β и τ это уравнение может описывать и гармонические колебания. Например, при $\beta = \omega$, $\tau = \pi/(2\omega)$ уравнению (4) удовлетворяет косинусоида $A\cos(\omega t)$.

Таким образом, выяснено, что осцилляционный переходный процесс в системе может быть обусловлен последействием не только интегрального, а также и локального характера. При этом в последнем случае колебания, как правило, имеют негармонический характер.

В общем случае колебания в системе могут быть обусловлены действием обратной отрицательной связи как интегрального, так и локального характера. Возмущение может быть вызвано не только начальными условиями, но и постоянно действующей внешней силой $f(t)$. Эти колебания будут описываться суперпозицией уравнений (2) и (4):

$$\begin{aligned} x'(t) &= f(t) + x'(t_0) - \alpha\left(x(t) - x(t_0)\right) - \beta\, x(t-\tau) - k_1 \int_{t_0}^{t} x(s)\, ds - \\ &- k_2 \int_{t_0}^{t} ds \int_{s_0}^{s} x(u) du - k_3 \int_{t_0}^{t} ds \int_{s_0}^{s} du \int_{u_0}^{u} x(v) dv - \ldots \qquad t \ge t_0, \\ x(t) &= \chi(t), \qquad\qquad t_0 - \tau \le t < t_0. \end{aligned} \tag{5}$$

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Итак, в наиболее общем случае гомеостатические колебания в системе с осцилляционным переходным процессом описываются интегродифференциальным уравнением (5) на языке скорости возвращения перменной к равновесному состоянию и ее отклонения от него, которое учитывается как в локальном, так и в интегральном видах. Последействие в обратной отрицательной связи интегрального характера приводит к гармоническим колебаниям. Последействие в обратной отрицательной связи локального характера обуславливает, как правило, негармонические колебания.

Каким будет характер, присущий механизму саморегуляции исследуемой гомеостатически сохраняемой переменной в действительности? Какие из членов общего уравнения (5) для этой саморегуляции будут существенными, а какие нет? На эти вопросы можно будет ответить лишь при анализе соответствующих экспериментальных данных. В частности, в нашей работе [2] было показано, что в случае гомеостатической физиологической системы регуляции уровня глюкозы в крови человека его уровень адекватно воспроизводится решением дифференциального уравнения 1-го порядка с запаздывающим аргументом. Т.е. в этом случае обратная отрицательная связь в системе имеет локальный характер.

Список литературы: **1**. *Koestler A.* The Sleepwalkers. – New York :MacMillan, 1959. – 574 p. **2**. *Лапта С.И.* Функционально-структурное математическое моделирование сложных гомеостатических систем : монография / *С.И. Лапта, С.С. Лапта, О.И. Соловьева*. – Харьков: Изд. ХНЭУ, 2009. – 332 с. **3**. *Мышкис А.Д.* Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. – М.: Наука, 1972. – 352 с.

Bibliography (transliterated): **1**. Koestler A. The Sleepwalkers. – New York :MacMillan, 1959. 574. **2**. S.I. Lapta, S.S. Lapta, O.I. Solov'eva. Funkcional'no-strukturnoe matematicheskoe modelirovanie slozhnyh gomeostaticheskih sistem : monografija – Har'kov : Izd. HNJeU, 2009. 332. **3**. Myshkis A.D. Linejnye differencial'nye uravnenija s zapazdyvajushhim argumentom. Moscow: Nauka, 1972. 352.

Надійшла (received) 26.06.2014

УДК 615.471

Е. И. КОРОЛЬ, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;
Р. С. ТОМАШЕВСКИЙ, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;
А. Н. НОСУЛЯ, инженер, НТУ «ХПИ»;

МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО ГЕНЕРАТОРА ЗАШУМЛЕННОГО ЭКГ-СИГНАЛА

В работе проведен краткий обзор метода электрокардиографии, определены основные характеристики артефактов и паразитных сигналов, которые возникают при использовании данного метода. По результатам анализа проведено моделирование цифрового генератора зашумленного электрокардиографического сигнала, с возможностью изменения основных параметров сигнала и помех. Предложены варианты использования данной модели в учебном процессе, при анализе реальных схемных решений и алгоритмов обработки электрокардиографических сигналов.

Ключевые слова: ЭКГ-сигнал, R-R интервал, артефакт, собственные шумы, индустриальная помеха.

Введение. Использование информационных технологий в учебном процессе позволяет наблюдать и проводить исследование явлений, возникающих на практике, с минимальными материальными затратами, максимальной безопасностью и устойчивой повторяемостью. Это оказывается довольно важным при изложении дисциплин, изучающих процессы в человеческом организме и измерении диагностических сигналов, функционально связанных с этими процессами.

Данная работа посвящена моделированию влияния наиболее распространенных помех в функциональной диагностике на качество электрокардиографического (ЭКГ) сигнала. Он является одним из наиболее показательных электрических сигналов функции сердечно-сосудистой системы, да и всего организма в целом, и поэтому получил широкое распространение в медицинской практике.