

Ю. В. КОСТЕНКО, м.н.с., НТУ «ХПИ»

## ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ СВЯЗЕЙ НА ХАРАКТЕР ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ: МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассматривается задача о влиянии переменной жесткости связи между элементами виброударной системы на характер протекающих динамических процессов.

**Ключевые слова:** переменная жесткость, виброударные системы, динамические процессы, субгармонические режимы.

**Введение.** Одним из классов машин, имеющих широкое применение в современной технике, являются виброударные машины. В большинстве случаев, при анализе динамики таких систем используется достаточно простая постановка в виде двухмассовой системы, в которой присутствуют усилие ударного взаимодействия. Решение для такой системы можно получить посредством интегрирования системы дифференциальных уравнений движения. Контактная сила ударного взаимодействия обычно представляется в виде зависимости от относительной скорости и величины взаимного сближения (внедрения друг в друга) двух взаимодействующих тел. Эти зависимости [1–9] могут иметь различный характер, который обусловлен рядом факторов (геометрией, свойства материала тела и т. п.) для каждого конкретного случая. Отличительной чертой этих случаев является то, что параметры системы, такие как массы, жесткости, вязкости, являются неизменными в ходе интегрирования разрешающей системы уравнений, т.е. поиск интересующих характеристик динамических процессов осуществляется лишь для конкретного набора постоянных параметров, который соответствует какому-то определенному единичному моменту, но не длительному временному промежутку. Такое несоответствие обусловлено тем, что для реального процесса вышеперечисленные параметры не всегда являются константами (например, при осуществлении выбивки литейных деталей из песчано-глинистых форм снижение массы технологического груза составляет 50-70%; жесткость составных опорных пружин ступенчато может изменяться в 2 и более раза). Таким образом, рассмотрение этих параметров как констант, для процесса, в котором они константами не являются, отрицательным образом влияет на адекватность, точность и достоверность результатов, получаемых в ходе исследование характера динамического процесса в системе и его характеристик.

Задача о моделировании динамических процессов в виброударных системах с частичным разрушением технологического груза была поставлена в статье [7]. Для того, чтобы описать силы ударного взаимодействия в простейших виброударных системах (рис. 1) применяется численное интегрирование системы уравнений

$$\{m_1 \ddot{w}_1 + C_1 \dot{w}_1 + H_1 w_1 + A \sin \omega t + m_1 g + F = 0; \quad m_2 \ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0, \quad (1)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  - с точностью до направления перемещения тел 1 и 2 с массами  $m_1$ ,  $m_2$  (возможно внедрение тел друг в друга);  $C_1$ ,  $H_1$  - коэффициенты жесткости и вязкости системы поддрессоривания тела 1;  $A$ ,  $\omega$  - амплитуда и круговая частота

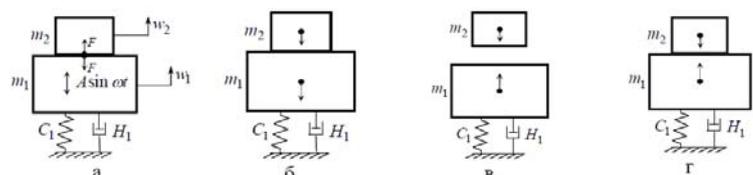


Рис. 1 – Виброударная система, состоящая из двух тел

внешней возбуждающей гармонической силы;  $g$  - ускорение свободного падения [1].

Основная идея, предложенная в статье [7], состоит в новом представлении неотрицательной силы ударного взаимодействия  $F$  в виде функции относительного сближения  $\zeta = (w_1 - w_2)$  грузов 1 и 2 и скорости  $\dot{\zeta}$ , причем:

$$F = F(\zeta, \dot{\zeta}) \quad F = 0 \text{ при } \zeta < 0; \quad F = F^{\wedge} \geq 0 \text{ при } \zeta \geq 0; \quad (2)$$

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(\zeta, 0), \dot{\zeta} < 0; \quad F(\zeta, \dot{\zeta}) > F(\zeta, 0) \text{ при } \dot{\zeta} > 0. \quad (3)$$

При этом в первом квадранте ( $\zeta > 0, \dot{\zeta} > 0$ ) функция  $F$  совпадает с ее представлением в виде степенного или иного функционального ряда, в частности, ряда Тейлора:

$$F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta} + \alpha_3 \zeta \dot{\zeta} + \dots \quad (4)$$

В статье [8] были описаны модификация данного подхода для случая, когда  $m_2 = m_2(t) \neq const$  и представлены результаты численного моделирования исследуемого процесса. При этом  $m_2$  представляется в виде заранее заданной функции (такое представление позволяет задать любой характер изменения массы груза, основываясь на теоретических либо экспериментальных данных).

В данной статье в развитие ранее предложенного подхода ставится задача реализации определения и анализа влияния переменной жесткости связи между элементами виброударной системы на характер динамического процесса.

**Цель работы.** Целью работы является исследование влияния переменной жесткости связей на характер динамических процессов в виброударной системе.

**Методика эксперимента.** Данную задачу предлагается решать на базе тестовой системы. Рассматривается виброударная система, описанная в [1], обладающая следующими значениями параметров:  $m_1 = 15960 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 5000 \text{ кг}$ ,  $C = 5280 \text{ кН/м}$ ,  $H = 127680 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ ,  $A = 293 \text{ кН}$ ,  $\nu = 16 \text{ Гц}$ ,  $C_{add} = 870 \text{ кН/м}$ .  $C_{add}$  - представляет собой компонент дополнительной жесткости, который в натурной модели реализован в виде пружины меньшего диаметра и длины, чем основная пружина. Исходя из такой конструктивной реализации можно сделать вывод, что в уравнении движения появляется новое слагаемое  $C_{add} > 0$ , при  $w_1 > A_{kr}$ , где  $A_{kr} = l_1 - l_2$  ( $l_1$  и  $l_2$  длины большей и меньшей пружин). Если условие  $w_1 > A_{kr}$  не выполняется, то  $A_{kr} = 0$ . Т.о. в данной системе ступенчатым образом изменяется жесткость опорных пружин. Длительность рассматриваемого процесса составляет  $3\text{с}$ , которым соответствует 25000 шагов интегрирования. Таким образом, для моделирования одной секунды требуется прохождение 8333 шагов интегрирования. На графиках и рисунках, которые будут представлены далее, продолжительность процесса представлена именно в количестве шагов интегрирования.

Воспользуемся методом Рунге-Кутты для численного интегрирования системы уравнений (1) при нулевых начальных условиях, с целью получения динамического процесса для исследуемой системы. Влияние различных факторов на поведение виброударной системы (1) можно исследовать путем варьирования количества и типа членов в разложении функции  $F$  (4). Для оценки влияния переменной жесткости на характер динамического процесса в системе предлагается отталкиваться от временных распределений  $w_1$ ,  $\dot{w}_1$ ,  $\zeta$ ,  $F$  для всего процесса движения. Для описания виброударной системы используется система уравнений (1). При анализе многомассовых систем достаточно сложно получить и затем использовать аналитическое решение. Применение прямого численного интегрирования системы уравнений представляется куда более удобным и целесообразным. Для решения этой задачи может быть использована схема

интегрирования методом Рунге-Кутты [10], которая была реализована программно в пакете Maple. В случае ненулевых  $\delta^*$  (длительности импульса) получаем непрерывную функцию  $F_{имп}(t)$ . Если задать шаг интегрирования  $\Delta \ll \delta^*$ , то можно получить численные решения, отражающие поведение динамической системы с достаточной точностью.

**Обсуждение результатов.** На рис. 2, 3 представлены графики, на которых отображены перемещения выбивной машины в зависимости от времени при различных

значениях жесткости упругих опор:  $C1$  – базовая жесткость реализованная одинарной пружиной;  $C1+C2$  – увеличенная жесткость, реализованная в виде сдвоенной пружины с постоянно действующей основной и включающейся дополнительной, в зависимости от перемещений;  $C3$  – увеличенная жесткость, реализованная в виде одинарной пружины, равная сумме жесткостей сдвоенной пружины. На рис. 4 представлен более детальный график перемещений выбивной машины в зависимости от времени при различных значениях жесткости упругих опор.

Значения жесткостей соответствуют значениям, принятым ранее. Временной интервал, отображенный на рисунке, соответствует одному периоду колебаний для случая  $C1+C2$  (сдвоенная пружина).

В данном случае четко прослеживается наличие субгармонического режима, который обладает кратностью 4. По этой причине было принято решение о дальнейших исследованиях влияния жесткости упругих опор на характер динамического поведения системы путем варьирования степени влияния дополнительной, включаемой на части полного хода корпуса машины пружины. Добиться это можно двумя способами: варьировать непосредственно жесткость

пружины либо варьировать величину зазора  $A_{kr}$ , которую необходимо выбрать, чтобы задействовать дополнительную пружину. Предполагается варьирование в стороны увеличения и уменьшения, при этом величина максимального отклонения составляет  $1/50$  от базового значения параметра и достигается за 5 равных шагов в каждую из сторон. Базовые значения параметров следующие:  $A_{kr}=0.049\text{м}$ ,  $C_{add}=870\text{кН/м}$ .

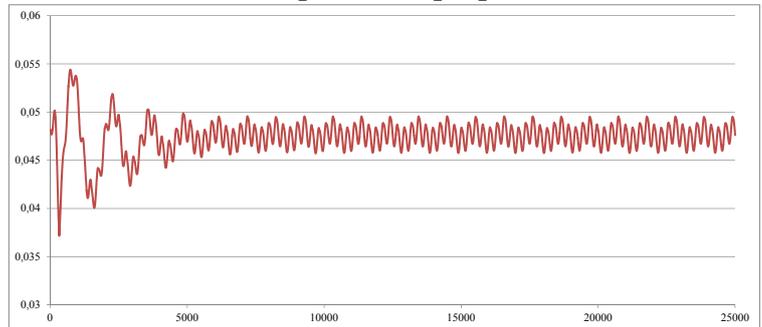


Рис. 2 – Перемещения виброударной машины в случае, когда упругие опоры представлены сдвоенными пружинами

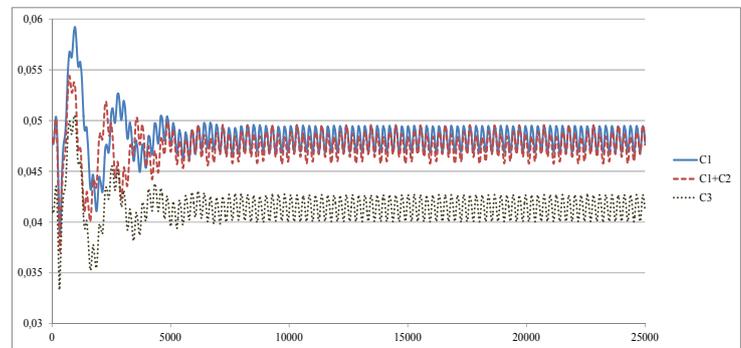


Рис. 3 – Перемещения виброударной машины в случаях: базовая жесткость с одной пружиной ( $C1$ ), с учетом сдвоенных пружин ( $C1+C2$ ), одинарная пружина с повышенной жесткостью ( $C3$ )

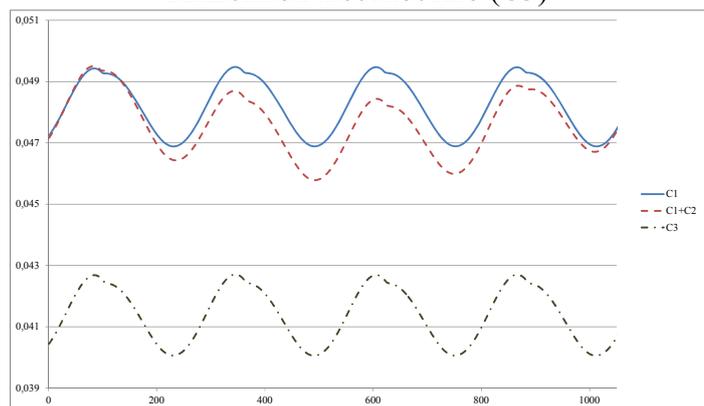


Рис. 4 – Перемещения виброударной машины на в случаях: базовая жесткость с одной пружиной ( $C1$ ), с учетом сдвоенных пружин ( $C1+C2$ ), одинарная пружина с повышенной жесткостью ( $C3$ )

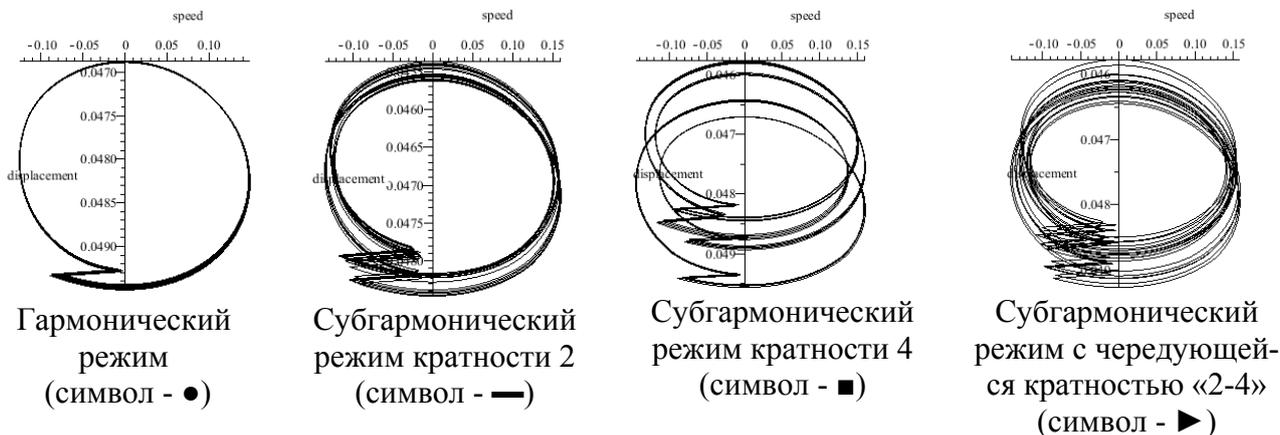


Рис. 5 – Характерные виды полученных фазовых портретов и замещающие их символы

В качестве характерных выделены фазовые портреты установившегося движения с кратностью 1 (●), 2 (—), 4 (■), а также те портреты, кратность которых перескакивает с 2-х до 4-х (►).

Таблица 1 – Схематическое распределение фазовых портретов

		$C_{add}$										
		-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$A_{kr}$	-5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	-4	►	—	►	►	►	►	►	►	►	►	►
	-3	►	►	●	►	●	►	●	►	●	●	●
	-2	►	●	●	●	►	●	►	●	►	►	►
	-1	►	►	►	►	►	●	►	►	►	►	►
	0	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
	1	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
	2	►	►	►	►	►	►	►	►	►	►	►
	3	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
	4	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
	5	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Для получения более наглядного представления о результатах их предлагается представить в виде фазовых портретов (зависимости скорости от перемещений). Соответствия между видом фазового портрета и замещающим его символом в таблице представлены на рисунке 5. В табл. 1 представлено схематическое распределение режимов различной кратности в зависимости от варьируемых параметров  $C_{add}$  и  $A_{kr}$ .

**Выводы.** На основании полученных результатов можно заключить, что использование в численной модели описания упругих опор как сдвоенной пружины, приводит к возникновению в системе субгармонических колебаний с числом кратности 4. В связи с этим становится актуальной задача исследования данных режимов в системе, а также возможностей отстройки от них, что и было проделано путем варьирования таких конструктивных параметров как жесткость дополнительной пружины и величина выбираемого зазора до ее включения.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Разработан и проверен на тестовой задаче подход, который позволяет учитывать переменную жесткость упругих связей системы (в данном случае – ступенчатое изменение).
2. Конструктивные параметры, такие как жесткость дополнительной пружины и величина выбираемого зазора до ее включения, оказывают значительное влияние на характер динамического процесса в системе.

3. По результатам многовариантного расчета можно заключить, что изменение жесткости дополнительной пружины в исследованной виброударной системе оказывает меньшее влияние на характер динамического процесса по сравнению с изменением величины выбираемого зазора.

4. Для отстройки от субгармонических режимов на этапе проектирования рекомендуется использовать варьирование такого параметра как величина выбираемого зазора до срабатывания дополнительной пружины.

На дальнейшее исследование выносятся определения влияния массы груза, величина которой является переменной и определяется не предварительно заданным законом, как было ранее [8], а на основании количества энергии, которое затрачено системой на разрушение технологического груза, т.е. путем моделирования связанных процессов движения виброударной системы и частичного разрушения технологического груза.

**Список литературы:** 1. *Грабовский А.В.* О расчетно-экспериментальном моделировании динамических процессов в виброударных системах // *Механіка та машинобудування*. – Харків: НТУ „ХПІ”. – 2009. – № 1. – С. 119-129. 2. *Грабовский А.В.* Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах // *Східно-Європейський журнал передових технологій*. – Харків: УДАЗТ. – 2010. – № 3/9(45). – С. 42-46. 3. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г. и др.* Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах // *Пробл. прочности*. – 2009. – № 4. – С. 69-77. 4. *Баженов В.А., Погорелова О.С., Постникова Т.Г. и др.* Аналіз динаміки ударно-вібраційного майданчика при зміні його параметрів // *Пробл. прочности*. – 2008. – № 6. – С. 82-90. 5. *Ткачук Н.Н., Грабовский А.В., Ткачук Н.А.* Подход к идентификации ударной модели для виброударной системы // *Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія*. – Севастополь: СевНТУ. – 2010. – №110. – С. 55-60. 6. *Вибрации в технике: Справочник в 6 томах*. – М.: Машиноведение. – 1981. 7. *Ткачук Н.А., Грабовський А.В., Ткачук Н.Н., Костенко Ю.В., Артемов И.В.* Численное моделирование динамических процессов в виброударных системах // *«Вісник НТУ «ХПІ». Тем. випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях*, № 42, 2011. – С.179-187. 8. *Костенко Ю.В., Ткачук А.В., Грабовский А.В., Ткачук Н.Н.* Изменение массы одного из компонентов и его влияние на характер динамических процессов в виброударных системах: модели и численные результаты // *«Вісник НТУ «ХПІ». Тем. випуск: Машинознавство та САПР*, № 1(975), 2013. — С. 71-85. 9. *Yu. Kostenko, M.M. Tkachuk, A. Grabovsky, M.A. Tkachuk* Subharmonic modes in vibroimpact systems // *Pr. 83-86. The Fourth International Conference «Nonlinear Dynamics – 2013». Proceedings. June, 19-22, 2013, Sevastopol (Ukraine)* [Ю. В. Міхлін, М. В. Перепелкін Нелінійна динаміка / Тезиси доповідей 4-ої Міжнародної конференції (19-22 червня, 2013 р., Севастополь). – Х.: Вид-во «Точка», 2013. – 444 с.]. 10. *Форсайт Дж.* Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

*Поступила в редколлегию 20.01.2014*

УДК 665.9

**Влияние переменной жесткости связей на характер динамических процессов в виброударных системах: модели и численные результаты/ Костенко Ю. В.** // *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях*. – Х: НТУ «ХПІ», – 2014. - № 7 (1050). – С.212-216. – Бібліогр.: 10 назв. ISSN 2079-5459

Розглядається задача впливу змінної жорсткості зв'язків між елементами виброударної системи на характер динамічних процесів у ній. назв.

**Ключові слова:** змінна жорсткість, виброударні системи, динамічні процеси, субгармонійні режими.

**The influence of links with variable rigidity on the character of dynamical processes in vibro-impact systems: models and numerical results / Y. V. Kostenko** // *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: New decisions of modern technologies*. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2014.-№ 7 (1050).- P.212-216. Bibliogr.:10. ISSN 2079-5459

The task of influence created by links with variable rigidity between elements of vibroimpact system on character of dynamical processes is observed.

**Keywords:** variable rigidity, vibroimpact systems, dynamical processes, sybharmonical modes.