# УДК 539.3

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБАНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ ПРИ ЕЕ ОСЕВОМ И ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИЯХ

# Е. Н. АНДРУСЕНКО

Кафедра высшей математики, Национальный транспортный университет, Киев, УКРАИНА email: <u>a.andrusenko@gmail.com</u>

**АНОТАЦІЯ** Використовуючи теорію гнучких криволінійних стержнів, поставлено задачу про пружне згинання бурильних колон у каналах глибоких похило-скерованих свердловин з геометричним недосконалостями їх осьових ліній у формі локалізованих гармонік. Чисельними методами виконаний аналіз залежності сил опору при спуску колони від параметра відношення лінійних швидкостей осьового і обертального руху. Проаналізовано результати комп'ютерного моделювання. Ключові слова: бурильна колона, криволінійна свердловина, геометричні недосконалості, сили опору, порожнина свердловини

АННОТАЦИЯ Используя теорию гибких криволинейных стержней, поставлена задача об упругом изгибании бурильных колонн в каналах глубоких наклонно-направленных скважин с геометрическим несовершенствами их осевых линий в форме локализованных гармоник. Численными методами выполнен анализ зависимости сил сопротивления при спуске колонны от параметра отношения линейных скоростей осевого и вращательного движения. Проанализированы результаты компьютерного моделирования.

**Ключевые слова:** бурильная колонна, криволинейная скважина, геометрические несовершенства, силы сопротивления, полость скважины.

# COMPUTER SIMULATION OF BENDING OF THE DRILL STRING DURING ITS AXIAL AND ROTARY MOTIONS

## E. ANDRUSENKO

Department of high mathematics, National Transport University, Kiev, UKRAINE

**ABSTRACT** The problem of computer simulation of deep curvilinear drilling operations is considered. The system of non-linear differential equations is derived on the basis of the theory of curvilinear flexible elastic rods. It permits one to describe quasi-static effects of the drill string bending accompanying the processes of its raising, lowering and rotation inside deep curvilinear boreholes. The techniques for numerical solution of the constructed equations are elaborated. With their use the phenomena of the drill string movement accompanied by emergency situations are considered. The bore-hole axis line distortions in the shape of localized harmonics of the bore-hole axis line are considered for different lengths and deeps of the wells. The improved mathematical model of non-linear elastic deforming of drill strings in the channels of curvilinear bore-holes is created. On the basis of usage of a specially chosen movable reference frame, the simplified constitutive equations are elaborated. They differ by absence of singularities connected with transformation of the forces resisting to drill string motion during performing lifting-lowering operations is performed. The questions of the forces minimization through the choice of optimal ratio between the velocities of axial and rotary motions are considered.Computer analysis of influence of the bore-hole axis line harmonic imperfections on the resistance forces impeding the drill string motion (the friction forces) is performed for the lowering operation.

Keywords: drill string, curvilinear bore-hole, geometric imperfections, resistance forces, bore-hole cavity.

## Введение

Современное состояние техники и технологии бурения позволяет проходить нефтяные и газовые скважины различного назначения с различными конфигурациями и ориентациями стволов. Поскольку путем предоставления скважине заданного искривление можно существенно увеличить ее дебит и полноту отбора топлива, то в настоящее время бурение скважин сложной конфигурации становится основным в большинстве стран мира.

Успешность операции бурения в первую очередь зависит от конструкции бурильной колонны (БК) и режима бурения. Поэтому при проектировании криволинейных скважин большое внимание должно отводиться вопросам компьютерного их Колонна бурильных моделирования. труб пространственную представляет собой сложную систему с распределёнными параметрами. В зависимости от действующих на неё осевой силы и крутящего момента И условий контактного взаимодействия со стенкой скважины в ней могут локально протекать механические явления, типичные

упругих стержней. Они могут терять для устойчивость и выпучивать, принимать форму цилиндрической спирали [1, 2], совершать изгибные, крутильные и продольные колебания [3, 4]. Если БК расположена в полости криволинейной скважины, то дополнительно подвергается воздействию она контактных и фрикционных сил, а также сил инерции промывочной жидкости, которая циркулирует внутри и снаружи БК под действием избыточного давления, создаваемого гидронасосами [5 – 7]. Эти силы нелинейно зависят от кривизны осевой линии скважины и быстро возрастают с её увеличением. С этой точки зрения наиболее опасными являются локальные геометрические несовершенства осевой линии скважины, которые могут иметь формы синусоидальных [8] и спиральных [8] возмущений, а также сглаженных изломов [9, 10]. Как показано в отмеченных статьях на примерах скважин с боковым отклонением, равным 8000м, даже малые локализованные несовершенства могут привести к значительному увеличению сил сопротивления перемещению колонны и сделать невыполнимыми основные технологические операции бурения.

## Цель работы

Целью данной работы является изучение процессов формирования сил сопротивления в режимах выполнения операций спуска БК в скважинах с боковым отклонением до 12000м, исследуется влияние локальных гармонических несовершенств в зависимости от мест их расположения, а также влияние параметра отношения линейных скоростей осевого и вращательного движений БК.

#### Методика компьютерного моделирования

Напряжённо-деформированное состояние колонны описывается уравнениями [8]

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{F}}{ds} = -\mathbf{\Omega} \times \mathbf{F} - \mathbf{f} , \quad \frac{\tilde{d}\mathbf{M}}{ds} = -\mathbf{\Omega} - \mathbf{\tau} \times \mathbf{F} - \mathbf{m}. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{F}$  – вектор внутренних сил в трубе бурильной колонны,  $\mathbf{M}$  – вектор внутренних моментов,  $\boldsymbol{\Omega}$  – вектор Дарбу, *s* – натуральный параметр.

Используемые в уравнениях (1) векторы внешних распределённых сил **f** и моментов **m** подсчитываются по формулам

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^{gr} + \mathbf{f}^{c} + \mathbf{f}^{fr}, \quad \mathbf{m} = \mathbf{m}^{fr} = m_{\tau}^{fr} \mathbf{\tau}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{f}^{gr}$ ,  $\mathbf{f}^{c}$ ,  $\mathbf{f}^{fr}$  – векторы распределённых сил тяжести, контактных сил и сил трения;  $\mathbf{m}^{fr}$  – распределённый крутящий момент сил трения. Вектор Дарбу подсчитывается через кривизну  $k_R$  и кручение  $k_T$  по формуле

$$\mathbf{\Omega} = k_R \mathbf{b} + k_T \mathbf{\tau} \,. \tag{3}$$

Он определяется как вектор угловой скорости трёхгранника Френе  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\boldsymbol{\tau}$  при движении его начала вдоль осевой линии скважины с единичной линейной скоростью.

На основе соотношений (1) – (3) построены дифференциальные уравнения

$$\frac{dF_{w}}{ds} = k_{R}F_{n} \pm \mu f^{c} \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^{2} + \omega^{2}r^{2}}} - f_{\tau}^{gr},$$

$$\frac{dM_{w}}{ds} = \mp \mu f^{c} \frac{\omega r}{\sqrt{\dot{w}^{2} + \omega^{2}r^{2}}},$$
(4)

определяющие функции внутренней осевой силы  $F_{w}(s)$  и крутящего момента  $M_{w}(s)$  на всей длине колонны  $0 \le s \le S$ , также силы контактного и фрикционного взаимодействия колонны и стенки скважины. Значения этих функций при *s* = 0 характеризуют силу и момент, которые нужно приложить к верхнему концу колонны, чтобы выполнять заданную технологическую операцию (спуск, подъём, бурение). Каждая из них определяется знаков "±" при соответствующих выбором слагаемых в правых частях уравнений (4) и граничных условий на нижнем конце колонны.

Из системы (4) вытекает, что функции  $F_w(s)$  и  $M_w(s)$  существенно зависят от скоростей осевого движения  $\dot{w}$  колонны и угловой скорости её вращения  $\omega$ . Поэтому выбором значений скоростей можно управлять этими функциями и подбирать их такие значения, которые уменьшают силы трения и сопротивления и минимизирует энергозатраты на выполнение рассматриваемой технологической операции.

Для уравнений системы (4) начальные условия известны. При выполнении операций спуска они имеют вид уравнений свободного края

$$F_w(0) = 0, \quad M_w(0) = 0.$$
 (5)

Условия (5), позволяют сформулировать задачу Коши для системы (4), которую мы решаем методом Рунге-Кутты.

Рассмотрим моделирование геометрических несовершенств.

Пусть, например, траектория скважины с геометрическими несовершенствами задана в трёхмерном пространстве *Oxyz* векторным уравнением

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}(s) \,. \tag{6}$$

Тогда методами дифференциальной геометрии можно подсчитать кривизну  $k_R$  и кручение  $k_T$  и использовать систему для выбора оптимального режима проходки.

В качестве примера рассмотрим случай, когда проектная геометрия скважины имеет очертание гиперболы уравнением

$$x = \frac{L(1+\varepsilon)}{1+\varepsilon\cos\vartheta}\cos\vartheta,$$
  

$$y = 0,$$
 (7)  

$$z = \frac{H}{1+\varepsilon\cos\vartheta}\sin\vartheta.$$

Здесь *H* – глубина скважины, *L* – удаление по горизонтали её нижнего конца.

На рис. 1 показаны геометрические схемы гиперболической осевой линии скважины ( (а) - без несовершенств; (б) с локализованными гармоническими несовершенствами.

В нижней части скважины образовано геометрическое несовершенство в форме локализованной гармоники с возмущением

$$h(s) = h_c e^{-\alpha^2} \left(\frac{s - s_c}{S}\right)^2,$$
 (8)

где  $h_c$  – наибольшее значение радиуса h;  $\alpha$  – коэффициент при показателе экспоненты (функции Гаусса), определяющий скорость убывания h(s);  $s_c$  – значение параметра s с максимальным значением  $h(s) = h_c$ .



Рис.1 – Геометрические схемы гиперболической осевой линии скважины

Требуется подобрать такой режим извлечения стальной колонны из скважины, чтобы избежать её прихвата затраты энергии на операцию спуска были минимальны.

### Результаты численных исследований

Интересно, что выбором различных значений величины  $v = \dot{w}/(\omega d/2)$ (отношения линейных скоростей осевого и вращательного лвижений элемента внешней поверхности трубы бурильной колонны) можно регулировать величину осевой силы *F*., и крутящего момента *M*., Поэтому представляет интерес вопрос анализа осевого движения бурильной колонны в канале скважины и выбора значений V, которые минимизируют эти величины. В связи с этим, для случая  $h_c = 5$  м, с шагом  $\lambda = 96,88$  м и локализованных несовершенств с центром в точке  $s_{c} = S/8 = 1211 \,\mathrm{m}$  были проведены расчеты для операции спуска бурильной колонны при значениях *v* = 100, 10, 5, 1, 0,1 0. В обобщенной форме эти результаты приведены в табл. 1.

Отметим, что с уменьшением значения v становятся большими продольная сила  $F_w$  и крутящий момент  $M_w$  в точке подвеса s = S бурильной колонны. Наименьшее значение  $F_w(S)$  достигается при v = 100.

Таблица 1 – Значения сил, моментов и перемещений в точке подвеса бурильной колонны

N⁰	$v = \frac{\dot{w}}{\alpha d/2}$		$F_{w}(S)$	$M_{W}(S)$
п/п			(H)	(Нм)
1	100	без	$0.740 \cdot 10^{6}$	$0.42 \cdot 10^3$
		несовер-	- ,	- 7 -
		шенств		
2		с несовер-	$0.314 \cdot 10^{6}$	$0.78 \cdot 10^{3}$
		шенствами	0,011 10	0,70 10
3	10	с несовер-	$0.332 \cdot 10^{6}$	$7.63 \cdot 10^3$
		шенствами	0,002 10	7,05 10
4	5	с несовер-	$0.381 \cdot 10^{6}$	$14.43 \cdot 10^3$
		шенствами	0,201 10	11,15 10
5	1	с несовер-	$0.864 \cdot 10^{6}$	$31.56 \cdot 10^3$
		шенствами	0,001 10	51,50 10
6	0,1	с несовер-	$1.188 \cdot 10^{6}$	$42.49 \cdot 10^3$
		шенствами	1,100 10	12,19 10
7	0	с несовер-	$1.239 \cdot 10^6$	$44.05 \cdot 10^3$
		шенствами	1,237 10	1,05 10

Особенности изменения функций  $F_w(s)$  и  $M_w(s)$  для разных значений можна проследить на рис. 2, 3.



*Рис.* 2 –  $\Phi$ ункции продольной силы  $F_w$ 

Кривые 1 – 6 соответствуют значениям v = 100, 10, 5, 1, 0, 10 (позиции 2 – 7 табл. 1). Отметим, что для функции  $F_w(s)$  кривые 1, 2 (v = 100, 10) монотонно возрастают, в отличии от кривых 4 – 6 (v = 1, 0, 1, 0), которые в зоне наличия несовершенств достигают минимальных отрицательных значений, потом они возрастают. Графики функций  $M_w(s)$  являются монотонно возрастающими.



Рис. 3– Функции крутящего момента М

Проведенный численный анализ влияния геометрических параметров гармонических несовершенств на значения функций осевых сил и крутящих моментов показал, что наличие геометрических несовершенств в траекториях осевых линий бурильных колонн существенно влияет на значение внешних и внутренних силовых факторов. При выполнении операции спуска бурильной колонны, силы тяжести и осевые силы сопротивления перемещению ориентированы в противоположных направлениях, и поэтому они как бы нейтрализуют Однако при проведении друг друга. этой технологической операции возможны нештатные режимы, когда силы сопротивления настолько велики, что силы тяжести не могут их преодолеть, и бурильная колонна застрянет в скважине. На практике для преодоления возникшей нештатной ситуации приходится в верхней части бурильной колонны подгружать ее специальными тяжелыми массами, которые выводят бурильную колонну из аварийной ситуации. В связи с этим можно отметить, что разработанная компьютерная модель движения бурильной колонны в канале скважины позволяет прогнозировать и избегать нештатных ситуаций бурения, связанных с резким увеличением сил сопротивления в зонах наличии геометрических несовершенств.

### Выводы

В результате выполненных расчётов для операции спуска бурильной колонны установлено, что выбором значения отношения линейных скоростей осевого и вращательного движений элемента внешней поверхности трубы БК можно регулировать величину осевой силы  $F_w$  и крутящего момента  $M_w$ , и тем самым предотвращая аварийные ситуации.

#### Список литературы

- 1 Chen, Y.-C. Tubular and casing buckling in horizontal wells / Y.-C. Chen, Y.-H. Lin, J. B. Cheatham // J. of *Petroleum Technology*. 1990. № 42(2). P. 140 146.
- Lubinski, A. Helical buckling of tubing sealed in packers /
   A. Lubinski, W. S. Althouse, J. L. Logan // J. of Petroleum Technology. – 1962. – № 14(6). – P. 655 - 670.
- 3 Mitchell, R. F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / R. F. Mitchell, and S. Miska // SPE Drilling and Comletion. 2006. № 21(2). P. 108 115.
- 4 **Paslay, P. R.** The stability of a circular rod laterally constrained to be in a contact with an inclined circular cylinder / **P. R. Paslay, D. B. Bogy** // J. of Applied Mechanics. 1964. № 31(3). P. 604 610.
- 5 Gulyayev, V. I. Modeling the Energy-Saving Regimes of Curvilinear Bore-Hole Drivage / V. I. Gulyayev, V. V. Gaidaichuk, E. N. Andrusenko, and N. V. Shlyun // J. of Offshore Mechanics and Arctics Engineering. – February, 2015. – V. 137. – № 1. – P. 011402-1–011402-8.
- Gulyayev, V. I. Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drivage of curvilinear bore-holes / V. I. Gulyayev, E. N. Andrusenko // J. of Petroleum Science and Engineering. 2013. V.112. P. 170 177.

- Gulyayev, V. I. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V. I. Gulyayev, S. N. Khudoliy, E. N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. March, 2011. V.4. № 1. P. 1 16.
- 8 Андрусенко, Е. Н. Изгиб бурильной колонны в криволинейной скважине с несовершенствами осевой линии / Е. Н. Андрусенко, В. И. Гуляев, С. Н. Худолий // Прикладная математика и механика. – 2012. – Т. 76. – Вып. 3. – С. 459 - 468.
- 9 Гуляев, В. И. Численное моделирование упругого изгиба бурильной колонны в сверхглубокой криволинейной скважине/ В. И. Гуляев, П. З. Луговой, Е. Н. Андрусенко // Прикладная механика. – 2014. – Т. 50, № 4. – С. 67-76.
- 10 Гуляев, В. И. Чувствительность сил сопротивления перемещению бурильной колонны к геометрическим несовершенствам траектории криволинейной скважины / В. И. Гуляев, Е. Н. Андрусенко // Проблемы прочности. – 2011. – №3. – С. 19 - 34.

#### **Bibliography (transliterated)**

- Chen, Y.-C., Lin, Y.-H., Cheatham, J. B. Tubular and casing buckling in horizontal wells / J. of Petroleum Technology. - 1990. - № 42(2). - P. 140 - 146.
- 2 Lubinski, A., Althouse, W. S., Logan, J. L. Helical buckling of tubing sealed in packers / J. of Petroleum Technology. - 1962. - № 14(6). - P. 655 - 670.
- 3 Mitchell, R. F. and Miska, S. Helical buckling of pipe with connectors and torque / SPE Drilling and Comletion. 2006. № 21(2). P. 108 115.

- 4 **Paslay, P. R., Bogy, D. B.** The stability of a circular rod laterally constrained to be in a contact with an inclined circular cylinder / *J. of Applied Mechanics.* 1964. № 31(3). P. 604 610.
- 5 Gulyayev, V. I., Gaidaichuk, V. V., Andrusenko, E. N. and Shlyun, N. V. Modeling the Energy-Saving Regimes of Curvilinear Bore-Hole Drivage / J. of Offshore Mechanics and Arctics Engineering. February, 2015. № 137(1). P. 011402-1–011402-8.
- 6 Gulyayev, V. I., Andrusenko, E. N. Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drivage of curvilinear bore-holes / J. of Petroleum Science and Engineering. – 2013. – № 112. – P. 170 - 177.
- 7 Gulyayev, V. I., Khudoliy, S. N., Andrusenko, E. N. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined boreholes / *Interaction and Multiscale Mechanics*. – March, 2011. – № 4(1). – P. 1 - 16.
- 8 Andrusenko, E. N., Gulyayev, V. I. The buckling of a drill string in a curvilinear borehole with axial line imperfections / *J. Appl. Math. Mech.* 2012. № 76(3). P. 459 468.
- 9 Gulyayev, V. I., Lugovoi, P. Z., Andrusenko, E. N. Numerical simulation of elastic bending the drill string deep curvilinear well / *International Applied Mechanics*. – 2014. – № 50(4). – P. 67-76.
- 10 Gulyayev, V. I., Andrusenko, E. N. Sensitivity of drill string drag forces to geometrical imperfections of curvilinear well bore trajectory / *Strength of Materials*. – 2011. – № 3. – P. 19 - 34.

Поступила (received) 29.05.2015