

А. Л. ДЕРЕЦ, канд.техн.наук, доц. ДГТУ, Днепродзержинск;
А. В. САДОВОЙ, д-р техн.наук, проф. ДГТУ, Днепродзержинск

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ РЕЖИМА «БОЛЬШОГО ТРЕУГОЛЬНИКА» РЕЛЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ N-i ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ

Введение. Релейная система подчинённого регулирования (СПР) скорости, синтезированная методом N-i переключений [1], способна сформировать оптимальный по быстродействию процесс разгона электропривода с упругой кинематической цепью. Настройки такой системы определяются уровнями ограничения канонических координат, которые обусловлены предельно допустимыми значениями промежуточных координат объекта управления.

Постановка задачи исследования. Уровень ограничения ускорения двухмассовой электромеханической системы (ЭМС) диктуется допустимым максимумом упругого момента. Однако данный максимум, рассчитываемый на основании конструктивных характеристик ЭМС, в ряде динамических режимов не может быть достигнут по условиям реализуемости оптимальной по быстродействию переходной траектории. К таким режимам относится, в частности, процесс разгона двухмассовой ЭМС, в котором старшие производные скорости рабочего органа достигают предустановленных уровней ограничения, а максимум ускорения является функцией заданной скорости [2]. На основе аналогии с традиционной классификацией режимов позиционирования он может быть назван режимом «большого треугольника» по форме временной диаграммы ускорения. Самонастройка релейной системы управления электроприводом на данный режим в реальном времени может эффективно осуществляться на основе метода N-i переключений благодаря простоте его математического аппарата. Целью настоящей работы является адаптация настроек релейной СПР четвертого порядка к оптимальной по быстродействию обработке режима «большого треугольника».

Материалы исследования. Система дифференциальных уравнений невозмущённого движения двухмассовой электромеханической системы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \frac{M_y}{J} = \frac{C_{жс}(k_p\varphi_{дв} - \varphi_{ив})}{J} \\ pM_y &= C_{жс}(k_p\omega_{дв} - \Omega); \\ p\omega_{дв} &= \frac{M_{дв} - k_p M_y}{J_{дв}}; \\ pM_{дв} &= c \cdot \frac{u - R \cdot M_{дв} / c - c \cdot \omega_{дв}}{L}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\varphi_{ив}$, $\varphi_{дв}$, Ω , $\omega_{дв}$, M_y , $M_{дв}$ – соответственно угловые положения и скорости исполнительного вала и вала двигателя, упругий момент и момент двигателя, $k_p\varphi_{дв} - \varphi_{ив} = \Delta\varphi$ – угол закручивания упругого элемента, u – напряжение преобразователя; k_p , R , L , J , $J_{дв}$, $C_{жс}$, $c = k\Phi$ – параметры электромеханической системы, $p = d/dt$.

Канонические координаты невозмущённого движения системы стабилизации скорости исполнительного вала выражаются через координаты системы (1) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} p\Omega &= \varphi = \frac{M_y}{J}; \\ p^2\Omega &= \omega = \frac{C_{жс}}{J}(\omega_{дв}k_p - \Omega); \\ p^3\Omega &= \epsilon = k_n(M_{дв} - k_o M_y); \\ p^4\Omega &= a = k_n \left[\frac{c}{L}u - \frac{R}{L}M_{дв} - \left(\frac{c^2}{L} + C_{жс}k_pk_o \right) \omega_{дв} + C_{жс}k_o\Omega \right], \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $k_n = \frac{C_{жс}k_p}{J_{дв}J}$, $k_o = \frac{Jk_p^2 + J_{дв}}{Jk_p}$ – коэффициенты прямого канала и обратной связи по упругому моменту соответственно.

Величины первой и второй производных скорости исполнительного вала Ω линейно связаны с углом и скоростью закручивания упругого элемента соответственно. Аналогичным образом третья и четвертая производные регулируемой координаты связаны с величинами угловых ускорения и рывка исполнительного вала в системе координат, привязанной к валу двигателя. Это позволяет использовать для канонических координат буквенные обозначения:

$$(\Omega, p\Omega, p^2\Omega, p^3\Omega, p^4\Omega) = (\Omega, \varphi, \omega, \varepsilon, a). \quad (3)$$

В таких обозначениях математическое описание каскада регуляторов релейной системы подчинённого регулирования имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u_{R1} = u_{R\Omega} = \varphi^* &= -\varphi_{max} \cdot \text{sign}(\Omega - \Omega^* + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon); \\ u_{R2} = u_{R\varphi} = \omega^* &= -\omega_{max} \cdot \text{sign}(\varphi - \varphi^* + K_{\varphi\omega} \cdot \omega + K_{\varphi\varepsilon} \cdot \varepsilon); \\ u_{R3} = u_{R\omega} = \varepsilon^* &= -\varepsilon_{max} \cdot \text{sign}(\omega - \omega^* + K_{\omega\varepsilon} \cdot \varepsilon); \\ u_{R4} = u_{R\varepsilon} = u &= -U_{max} \cdot \text{sign}(\varepsilon - \varepsilon^*), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где u_{Ri} – сигнал i -го (считая от входа) регулятора; символом «*» отмечены заданные значения координат, как входное, так и формируемые регуляторами; индексами «max» отмечены уровни ограничений канонических координат.

Параметрический синтез внутренних контуров данной системы подчинённого регулирования и аналитическое исследование их устойчивости выполнены в работе [1] в системе обозначений (3), что обеспечивает преемственность результатов синтеза коэффициентов $K_{\varphi\omega}$, $K_{\varphi\varepsilon}$, $K_{\omega\varepsilon}$ при оптимизации по быстродействию систем более высоких порядков:

$$K_{\omega\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{max}}{2 \cdot a_{max}}, \quad K_{\varphi\omega} = \frac{\omega_{max}}{2 \cdot \varepsilon_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}}{2 \cdot a_{max}}, \quad K_{\varphi\varepsilon} = \frac{\omega_{max}}{4 \cdot a_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}^2}{12 \cdot a_{max}^2}. \quad (5)$$

Для синтеза коэффициентов обратных связей $K_{\Omega\varphi}$, $K_{\Omega\omega}$, $K_{\Omega\varepsilon}$ регулятора $R_1 = R_\Omega$ системы (4) методом N-i переключений необходимо вывести аналитические выражения координат характерных точек X^{11} , X^{12} , X^{13} переключения R_1 на прогнозируемой траектории оптимального по быстродействию переходного процесса. Вид временных диаграмм канонических координат системы для оптимизируемого режима разгона представлен на рисунке 1, где характерные точки показаны секущими с соответствующими подписями, заключёнными в окружности, в дополнение к сквозной нумерации точек излома траектории, приведенной на нижней оси времени. Интервалы стабилизации относительных рывка, ускорения и скорости обозначены на рисунке 1 как $T_{s\varphi}$, $T_{s\omega}$, $T_{s\varepsilon}$.

Особенность представленных на рисунке 1 временных диаграмм по сравнению с их наиболее общим видом, положенным в основу синтеза параметров в работе [1], состоит в равенстве нулю интервала $T_{s\varphi}$ стабилизации первой производной скорости $\varphi(t)$, которая начинает снижение в момент достижения своего максимума, а сам максимум φ_{max} не определён до начала разгона и является функцией задания скорости:

$$T_{s\varphi} = 0, \quad (6)$$

$$\varphi_{max} = var. \quad (7)$$

В отличие от расчетной траектории, принятой за основу в работе [2] и представляющей собой предельный случай трапецеидальной диаграммы с нулевым интервалом стабилизации угла закручивания упругого вала, представленная на рисунке 1 траектория требует для её реализации минимальное число переключений регуляторов, в полной мере соответствуя критерию оптимальности по быстродействию. Специфика формы данной траектории позволяет отступить от принятого в методе N-i переключений правила, привязывающего характерные точки переключения регуляторов к моментам начала снижения производных регулируемой координаты в очередности их порядка. Благодаря реализации реверса скорости закручивания упругого вала $\omega(t)$ в промежутке времени 5 – 7 на едином интервале стабилизации $\varepsilon(t)$, первая точка переключения регулятора R_1 может быть сдвинута из точки 6 в более ранний момент времени 4. На рисунке 1 перенос X^{11} показан большой стрелкой. Подобная мера, апробированная на системах третьего порядка [3], способствует снижению колебательности синтезируемого регулятора в скользящем режиме.

С учётом симметрии оптимальной траектории относительно секущей в точке 6, координаты реальных характерных точек конечного участка траектории можно получить [1] из координат симметричных им точек начального участка траектории с помощью преобразования

$$X_k^{i,j} = (-1)^{(k+i+1)} \cdot \hat{X}_k^{i,j}, \quad (8)$$

где i – номер регулятора, считая от входа, j – номер характерной точки по порядку переключений во времени, k – индекс канонической координаты, знак «^» отмечает расчетные точки, отображаемые в реальные.

В итоге при синтезе R_1 прогнозированию подлежат вместо точек 4,9,12 точки 1,3,8, что позволяет заметно сократить объём расчётов.

Также следует заметить, что в методе N-i переключений [1, 2] принимается допущение о постоянстве N-й производной выходной координаты на интервалах постоянства управляющего воздействия. Благодаря этому допущению приращение координат на всех промежутках между соседними точками излома траектории рассчитываются как суммы ряда Тейлора с конечным числом членов.

При нулевых начальных условиях выполним интегрирование по времени системы (2) на участке 0-1 с постоянным рывком $\alpha_{0-1} = \alpha_{max}$, в результате получим координаты состояния в точке 1 оптимальной траектории:

$$\varepsilon_1 = a_{max} \cdot T_{sa} = \varepsilon_{max}; \quad \omega_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^2}{2}; \quad \varphi_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^3}{6}; \quad \Omega_1 = a_{max} \cdot \frac{T_{sa}^4}{24}. \quad (9)$$

Значения вектора состояния в точке 2 получим путем интегрирования по времени системы (2) на участке 1-2 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 1, и нулевом рывке $\alpha_{0-1} = 0$. В связи с громоздкостью аналитических выкладок опустим промежуточные результаты и координаты точек, непосредственно не задействованных в процедуре синтеза регулятора, приведя лишь координаты необходимых для синтеза точек. К ним относятся расчётные характерные точки переключения 1,3,8 и точка 6 максимума $\varphi(t)$.

Значения вектора состояния в точке 3 получим путем интегрирования системы (2) на участке 2-3 при начальных условиях, соответствующих состоянию в точке 2, и постоянном отрицательном рывке $\alpha_{2-3} = -\alpha_{max}$:

$$\varepsilon_3 = a_{max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_3 = a_{max} (T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\varepsilon}) = \omega_{max}; \quad \varphi_3 = a_{max} \left(T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\varepsilon} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{s\varepsilon}^2 \right);$$

$$\Omega_3 = a_{max} \left(\frac{7}{12} T_{sa}^4 + \frac{7}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{s\varepsilon} + \frac{3}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{s\varepsilon}^2 + \frac{1}{6} T_{sa} \cdot T_{s\varepsilon}^3 \right). \quad (10)$$

Выполнив интегрирование системы (2) до точки 12, можно получить величину воспроизводимого скачка $\Omega^* = \Omega_{12}$, однако с учетом симметрии расчетной траектории допустимо при установлении связи заданной скорости с максимумами промежуточных координат ограничиться равенством

$$\Omega^* = 2 \cdot \Omega_6. \quad (11)$$

Для достижения точки 6 необходимо выполнить интегрирование на интервалах 3-4, 4-5 и 5-6, длительности которых равны $T_{s\omega}$, T_{sa} и T_{se1} соответственно. Для оптимизируемого динамического режима максимумы координат ω , ε , a являются предустановленными, что делает известными также длительности интервалов T_{sa} и T_{se} . Длительность T_{se1} можно определить, подставив в равенство $\omega_6 = \omega_3 - a_{max} \frac{T_{sa}^2}{2} - \varepsilon_{max} T_{se1} = 0$ выражения ω_3 и ε_{max} согласно (9), (10):

$$a_{max} (T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\varepsilon}) - a_{max} \frac{T_{sa}^2}{2} - a_{max} T_{sa} T_{se1} = 0. \quad (12)$$

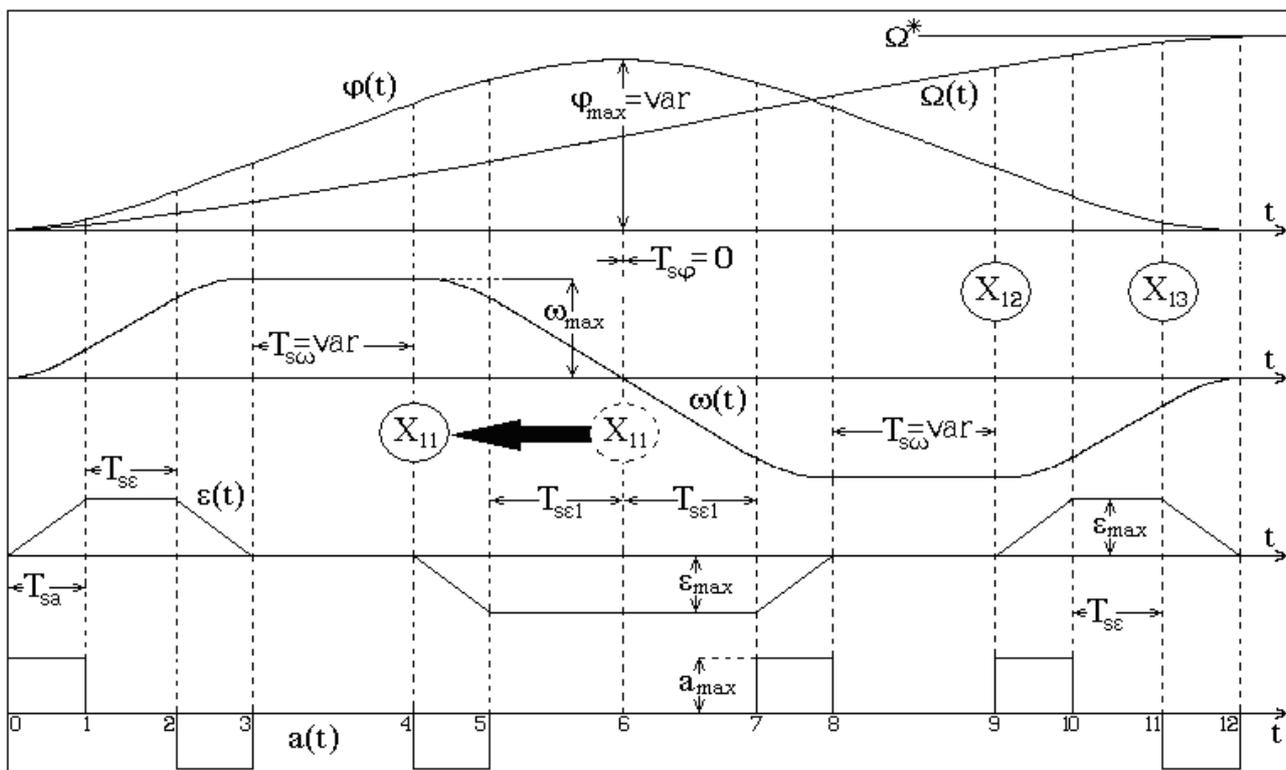


Рис. 1. Временные диаграммы режима «большого треугольника»

Решив уравнение (12) относительно $T_{s\epsilon 1}$, получим

$$T_{s\epsilon 1} = T_{s\epsilon} + \frac{1}{2} T_{sa} \quad (13)$$

Установленная взаимосвязь $T_{s\epsilon 1}$ с известными интервалами T_{sa} и $T_{s\epsilon}$ актуальна для всего диапазона скоростей, воспроизводимых с разгоном по рассматриваемой траектории. Соотношение (13) позволяет избежать введения в расчёт новых переменных, что способствует повышению компактности выводимых далее аналитических выражений.

Для определения $T_{s\omega}$ и φ_{max} продолжим расчёт до точки 6, для которой получим выражения координат состояния:

$$\begin{aligned} \varepsilon_6 &= -a_{max} \cdot T_{sa}; \quad \omega_6 = 0; \quad \varphi_6 = a_{max} \left(\frac{47}{24} T_{sa}^3 + 3 T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon} + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon} \cdot T_{s\omega} \right) = \varphi_{max}; \\ \Omega_6 &= a_{max} \left(3 \cdot T_{sa}^4 + \frac{13}{2} T_{sa}^3 \cdot T_{s\epsilon} + \frac{9}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^3 + T_{s\omega} \cdot \left(5 T_{sa}^3 + 4 \cdot T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon} + \frac{3}{2} T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^2 \right) + \frac{1}{2} T_{s\omega}^2 \cdot (T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}) \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Специфика режима «большого треугольника», отражаемая равенствами (6), (7), обуславливает вариативность расчётного интервала стабилизации второй производной скорости $T_{s\omega}$, взаимосвязь которого с φ_{max} имеет вид

$$T_{s\omega} = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{pm}}{\omega_{max}}, \quad (15)$$

где $\varphi_{pm} = \varphi_3 - \varphi_3 + \varphi_6 - \varphi_4$ – суммарный угол закручивания интервалов разгона 0-3 и торможения 4-6.

Приведём формулу φ_{pm} , опустив вывод:

$$\varphi_{pm} = a_{max} \left(\frac{47}{24} T_{sa}^3 + 3 T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon} + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^2 \right). \quad (16)$$

Заметим, что φ_{pm} не зависит от искомой длительности $T_{s\omega}$, поскольку в разность $\varphi_6 - \varphi_4$ все приращения угла, приобретаемые на интервале $T_{s\omega}$, взаимно уничтожаются, то есть для рассматриваемой формы траектории величина φ_{pm} является известной константой.

Подставив формулу (15) в выражение Ω_6 из (14), а результат этой подстановки - в равенство (11), получим квадратное уравнение относительно уровня ограничения φ_{max} первой производной скорости, неотрицательный корень которого связывает φ_{max} с заданным значением скорости Ω^* :

$$\varphi_{max} = \sqrt{\left(\frac{\omega_{max}^2}{2 \cdot \varepsilon_{max}} \right)^2 + \Omega^* \cdot \omega_{max} + \varphi_{pm} - \omega_{max} \left(\frac{3 \cdot \omega_{max}}{2 \cdot \varepsilon_{max}} + \frac{\varepsilon_{max}}{a_{max}} \right)}. \quad (17)$$

Формула (17) позволяет выполнить настройку уровня ограничения регулятора R_1 каскада (4) на текущий максимум $\varphi(t)$, соответствующий заданному значению $\Omega(t)$. Подстановка формулы (17) в выражение (15) делает определёнными координаты всех точек излома оптимальной по быстродействию траектории, выражения которых зависят от $T_{s\omega}$, а именно с 4-й по 12-ю. Продолжив построение траектории до точки 8, получим координаты последней расчётной характерной точки переключения R_1 :

$$\begin{aligned} \varepsilon_8 &= 0; \quad \omega_8 = -a_{max} (T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}) = -\omega_{max}; \\ \varphi_8 &= a_{max} \left(T_{sa}^3 + \frac{3}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon} + \frac{1}{2} T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^2 + T_{sa}^2 \cdot T_{s\omega} + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon} \cdot T_{s\omega} \right); \\ \Omega_8 &= a_{max} \left(\frac{65}{12} T_{sa}^4 + \frac{71}{6} T_{sa}^3 \cdot T_{s\epsilon} + \frac{33}{4} T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon}^2 + \frac{11}{6} T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^3 + T_{s\omega} \left(4 T_{sa}^3 + \frac{13}{2} T_{sa}^2 \cdot T_{s\epsilon} + \frac{5}{2} T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}^2 \right) + \frac{1}{2} T_{s\omega}^2 (T_{sa}^2 + T_{sa} \cdot T_{s\epsilon}) \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставив определяемые выражениями (9), (10), (18) координаты состояния системы (2) в точках 1,3,8, соответствующих расчётным точкам переключения \hat{X}^{13} , \hat{X}^{12} , \hat{X}^{11} , после выполнения преобразования (8) в уравнение переключения R_1 вида

$$\Delta \Omega + K_{\Omega\varphi} \cdot \varphi + K_{\Omega\omega} \cdot \omega + K_{\Omega\varepsilon} \cdot \varepsilon = 0$$

составим систему уравнений

$$\begin{cases} -\Omega_8 + K_{\Omega\varphi} \varphi_8 - K_{\Omega\omega} \omega_8 + K_{\Omega\varepsilon} \varepsilon_8 = 0 \\ -\Omega_3 + K_{\Omega\varphi} \varphi_3 - K_{\Omega\omega} \omega_3 + K_{\Omega\varepsilon} \varepsilon_3 = 0 \\ -\Omega_1 + K_{\Omega\varphi} \varphi_1 - K_{\Omega\omega} \omega_1 + K_{\Omega\varepsilon} \varepsilon_1 = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Решение системы (19) позволяет получить формулы коэффициентов обратных связей регулятора R_1 из со-

става каскада регуляторов (4) релейной СПР четвёртого порядка, настроенного на выполнение переключений в трёх ($N-i = 4-1 = 3$) точках переходной траектории, соответствующих точкам 4, 9, 12 (рисунок 1):

$$\begin{aligned}
 K_{\Omega\varphi} &= 3T_{sa} + 2T_{se} + \frac{1}{2}T_{sw}; \\
 K_{\Omega\omega} &= \frac{29}{12}T_{sa}^2 + \frac{35}{12}T_{sa} \cdot T_{se} + \frac{5}{6}T_{se}^2 + \frac{1}{2}T_{sa} \cdot T_{sw} + \frac{1}{4}T_{se} \cdot T_{sw}; \\
 K_{\Omega\varepsilon} &= \frac{3}{4}T_{sa}^3 + \frac{9}{8}T_{sa}^2 \cdot T_{se} + \frac{5}{12}T_{sa} \cdot T_{se}^2 + \frac{1}{6}T_{sa}^2 \cdot T_{sw} + \frac{1}{8}T_{sa} \cdot T_{se} \cdot T_{sw}.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Выражения (20) наряду с (17), (15), (5) обеспечивают настройку каскада регуляторов (4) на формирование оптимального по быстродействию переходного процесса отработки Ω^* в режиме «большого треугольника». Вместе с тем, алгоритм адаптации системы к воспроизведению представленных на рисунке 1 диаграмм должен включать проверку текущей величины задающего воздействия на принадлежность диапазону реализуемости данной формы траектории $[\Omega_{min\Delta}^*, \Omega_{max\Delta}^*]$.

Верхняя граница диапазона $\Omega_{max\Delta}^*$ может быть найдена подстановкой предустановленного максимума первой производной φ_{max}^* , рассчитанного по конструктивным ограничениям ЭМС (1), в формулу (15) с последующей подстановкой полученного T_{sw} в формулу (11), в которой Ω_6 определена согласно (14). Нижняя граница вычисляется из условия существования ненулевого интервала стабилизации второй производной $\Omega(t)$

$$T_{sw} \geq 0.$$

Подставив предельное условие $T_{sw} = 0$ в выражение Ω_6 системы (14), а результат – в формулу (11), найдём $\Omega_{min\Delta}^*$. Заметим, что вычисление границ диапазонов реализуемости различных форм переходной траектории выполняется при инициализации контроллера, а в цикл управления наряду с расчётом параметров каскада (4) входит только проверка условий

$$\Omega^* \geq \Omega_{min\Delta}^*, \quad \Omega^* < \Omega_{max\Delta}^* \tag{21}$$

при ступенчатом изменении Ω^* .

Выводы. Установленная в настоящей работе взаимосвязь между величиной задающего воздействия и параметрами каскада релейных регуляторов позволяет использовать метод $N-i$ переключений для настройки системы управления на отработку оптимальной по быстродействию траектории режима «большого треугольника». Благодаря своей простоте процедура параметрического синтеза СПР, сводящаяся к проверке условий (21) и последовательности расчетов по формулам (17), (15), (20), (5), может служить элементом алгоритма управления адаптивных цифровых систем, осуществляющих самонастройку в режиме реального времени. Полученные аналитические выражения коэффициентов относятся к каноническим координатам системы, что позволяет распространить результаты данной работы на все системы четвертого порядка, замкнутые по старшим производным выходной величины.

Список литературы: 1. Садовой А.В. Параметрический синтез релейной системы подчинённого регулирования скорости электропривода с упругой связью / Садовой А.В., Дерез А.Л. // Вестник КГПУ – Кременчуг: КГПУ, – выпуск 3/2008(50). – часть 1. – С.83 – 87. 2. Дерез А. Л. Оптимизация по быстродействию системы регулирования скорости электропривода методом $N-i$ переключений при неопределённом максимуме упругого момента / Дерез А. Л., Садовой А. В. // Сборник научных трудов ДГТУ. – Днепропетровск. – 2013. – Вып. 1 (21). С.150 – 156. 3. Дерез А. Л. Оптимизация по быстродействию позиционного электропривода методом $N-i$ переключений в контексте теоремы об N интервалах / Дерез А. Л., Садовой А. В. // Сборник научных трудов ДГТУ. – Днепропетровск. – 2013. – Вып. 3 (23). С.93 – 97.

Bibliography (transliterated): 1. Sadovoi A.V. “Parametricheskii sintez releinoi sistemy podchinennogo regulirovaniya skorosti elektroprivoda s uprugoi svyaz’yu”. *Vestnik KGPU*. 3.50 (2008):83 – 87. Print. 2. Derets A. L., Sadovoi A. V. “Optimizatsiya po bystrodeistviyu sistemy regulirovaniya skorosti elektroprivoda metodom $N-i$ pereklyuchenii pri neopredelennom maksimume uprugogo momenta”. *Sbornik nauchnykh trudov DGTU*. 1.21 (2013): 150 – 156. 3. Derets A. L., Sadovoi A. V. “Optimizatsiya po bystrodeistviyu pozitsionnogo elektroprivoda metodom $N-i$ pereklyuchenii v kontekste teoremy ob N intervalakh”. *Sbornik nauchnykh trudov DGTU*. 3.23 (2013): 93 – 97.

Поступила (received) 02.07.2015