

Г. Г. ЖЕМЕРОВ, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
 Д. В. ТУГАЙ, канд. техн. наук, доц., ХНУГХ им. А.Н. Бекетова, Харьков

УТОЧНЕНИЕ УНИВЕРСАЛЬНОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СУММАРНОЙ МОЩНОСТИ ПОТЕРЬ В ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Введение. Оценка энергетической эффективности системы электроснабжения (СЭ) является важной задачей, решение которой связано с экономией ресурсов при производстве, передаче и распределении электрической энергии. Для осуществления такой оценки инженерными методами сложную разветвленную СЭ удобно заменить расчетной эквивалентной схемой, представленной на рис.1. Схема состоит из симметричного или несимметричного трехфазного источника почти синусоидальных напряжений (*Source*), нагрузки, представленной на рис. 1 в виде многополюсника (*Load*) и соединительной линии (*Line*) с сопротивлением фазного кабеля R_s и сопротивлением нулевого провода R_n .

Постановка задачи. Разные режимы работы трехфазного источника (симметричный, несимметричный, синусоидальный, несинусоидальный), а также разные варианты нагрузок (симметричная, асимметричная, линейная (резистивная, реактивная, смешанная), нелинейная) обуславливают как минимум 72 варианта работы СЭ, в которых возникают дополнительные потери энергии [1]. Согласно современной теории мгновенных активной и реактивной мощности [2-3] можно выделить три основные причины появления дополнительных потерь: наличие в СЭ расчетной реактивной мощности, наличие переменной составляющей в кривой мгновенной активной мощности, а в случае четырехпроводной СЭ, протекание тока в нулевом проводе [4].

В [4] была предложена универсальная расчетная формула, отвечающая приведенным положениям:

$$\Delta P_{\Sigma}^* = \Delta P_{\min}^* \cdot (1 + Q_{RMS}^2 + P_{pulsRMS}^2) + \Delta P_n^* \quad \left| P_{usf} = const \right. \quad (1)$$

где

$$\Delta P_{\Sigma}^* = \frac{\Delta P_{\Sigma}}{P_{usf}} \quad (2)$$

относительная суммарная мощность потерь в СЭ в долях средней за период повторяемости полезной мощности нагрузки;

$$\Delta P_{\min}^* = \frac{\Delta P_{\min}}{P_{usf}} = \frac{R_S}{R_L} = \frac{1}{\eta_{\max}} - 1 = \frac{1}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{P_{SC} / P_{usf}}}} \quad (3)$$

относительная мощность минимально возможных потерь, определяемая при отсутствии в СЭ реактивной мощности, а также пульсаций мгновенной активной мощности [5]; η_{\max} – максимально возможный КПД СЭ;

$$Q_{RMS}^* = \frac{Q_{RMS}}{P_{usf}} = \frac{1}{P_{usf}} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} |\vec{q}|^2 dt} \quad (4)$$

относительное среднее квадратическое значение реактивной мощности, вычисленное в периоде повторяемости графика модуля вектора мгновенной реактивной мощности;

$$P_{pulsRMS}^* = \frac{P_{pulsRMS}}{P_{usf}} = \frac{1}{P_{usf}} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} p_{puls}^2 dt} \quad (5)$$

относительное среднее квадратическое значение переменной составляющей мгновенной активной мощности, вычисленное в периоде повторяемости;

$$\Delta P_n^* = \frac{\Delta P_n}{P_{usf}} = \frac{R_S}{T \cdot P_{usf}} \int_t^{t+T} i_n^2 dt \quad (6)$$

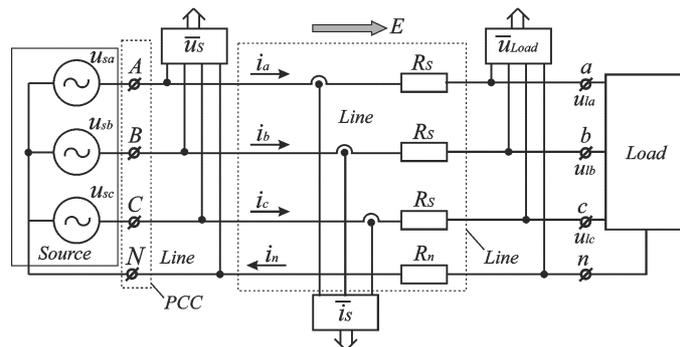


Рис. 1. Эквивалентная схема трехфазной СЭ

относительная мощность потерь в нулевом проводе, вычисленная в периоде повторяемости, обусловленная протеканием тока i_n ;

$$P_{usf} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} P_L dt - \quad (7)$$

средняя, вычисленная в периоде повторяемости, полезная мощность нагрузки. При расчетах принималось, что $P_{usf} = \text{const}$.

Формула (1) позволяет получить высокую точность расчета для трехфазных трехпроводных СЭ, а также четырехпроводных СЭ при $R_n = 0$, с симметричным источником трехфазных синусоидальных напряжений [4]. Однако, как показали эксперименты, для остальных случаев погрешность расчета по (1) может превышать 10%.

Целью статьи является уточнение универсальной расчетной формулы (1) для трехфазных четырехпроводных СЭ при $R_n \neq 0$, а также для СЭ в несимметричном режиме работы источника.

Материалы исследований. Трехфазная четырехпроводная СЭ с симметричным источником при $R_n = R_S$

Проверка формулы (1) на Matlab-модели (см. рис. 2) [4] показала существенное расхождение результатов в определении составляющей мощности потерь от протекания тока в нулевом проводе

$$\left(\frac{1}{\eta_{real}} - 1 \right) - \Delta P_{min*} \cdot \left(1 + Q_{RMS*}^2 + P_{pulsRMS*}^2 \right) > I_{nRMS}^2 \cdot R_n, \quad (8)$$

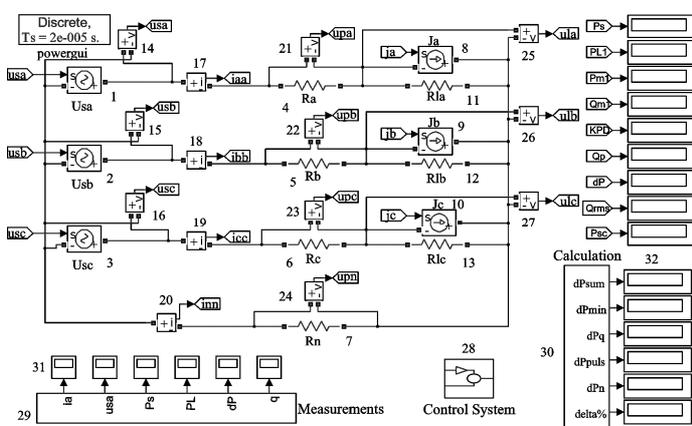


Рис. 2. Matlab-модель эквивалентной трехфазной СЭ

где I_{nRMS} – среднеквадратическое, вычисленное в периоде повторяемости, значение тока в нулевом проводе; η_{real} – действительный КПД конкретной СЭ в установившемся режиме работы.

Определим причину, вызывающую расхождение результатов.

В трехфазных трехпроводных СЭ потери энергии связаны с протеканием тока в фазных кабелях и, в любой момент времени, могут быть выражены через модуль результирующего вектора сетевого тока:

$$\Delta p_{\Sigma 3} = |\vec{i}_S|^2 \cdot R_S = i_S^2 \cdot R_S, \quad (9)$$

где

$$i_S^2 = i_a^2 + i_b^2 + i_c^2. \quad (10)$$

Интегрируя (9) в периоде повторяемости можно определить среднюю мощность потерь

$$\Delta P_{\Sigma 3} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i_S^2 \cdot R_S dt. \quad (11)$$

Также через модуль результирующего вектора сетевого тока может быть выражена мгновенная реактивная мощность и мгновенная активная мощность [1].

В трехфазных четырехпроводных СЭ, при равенстве сопротивления нулевого провода сопротивлению линии, появляется дополнительная составляющая потеря, обусловленная протеканием тока в нулевом проводе

$$\Delta p_{\Sigma 4} = (i_S^2 + i_n^2) \cdot R_S. \quad (12)$$

С учетом

$$i_n^2 = (i_a + i_b + i_c)^2 \quad (13)$$

получим

$$\Delta p_{\Sigma 4} = 2R_S \cdot (i_S^2 + i_a \cdot i_b + i_a \cdot i_c + i_b \cdot i_c). \quad (14)$$

Сравним две четырехпроводные СЭ: с нулевым сопротивлением четвертого провода и с сопротивлением четвертого провода, равным сопротивлению линии.

При $R_n = 0$ $\Delta P_{n*} = 0$ и соотношение (1) дает точный результат.

При учете сопротивления R_n , появление тока в нулевом проводе изменяет величину токов линии, однако практически не изменяет модуль результирующего тока i_S . При этом происходит уменьшение угла сдвига между пространственными результирующими векторами напряжения и тока

$$\varphi = \arccos \left(\frac{u_a}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_a}{|\vec{i}|} + \frac{u_b}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_b}{|\vec{i}|} + \frac{u_c}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_c}{|\vec{i}|} \right). \quad (15)$$

В результате уменьшается среднеквадратическая реактивная мощность и увеличивается средняя активная мощность. Так как квадрат среднеквадратической реактивной мощности связан с дополнительными потерями,

то потери, обусловленные реактивной мощностью, уменьшаются. Увеличение средней активной мощности СЭ не вызывают увеличение переменной составляющей мгновенной активной мощности, а наоборот, наблюдается незначительное ее уменьшение, в результате которого, потери, обусловленные пульсациями активной мощности, незначительно уменьшаются.

Формула (1) работает корректно в том случае, когда отсутствует взаимное влияние электромагнитных процессов в линиях и электромагнитных процессов в нулевом проводе СЭ. То есть, если принять, что добавлены сопротивления в нулевой провод не вызывает изменение средней активной и среднеквадратической реактивной мощности. При таком допущении, сначала нужно определить Q_{RMS^*} и $P_{pulsRMS^*}$ в режиме $R_n = 0$, а потом подставить найденные значения в формулу (1). Однако такой способ расчета не отражает учет взаимного влияния и искажает общее представление о процессах в четырехпроводной СЭ.

Наиболее целесообразным будет введение в (1) дополнительной составляющей, учитывающей взаимное влияние электромагнитных процессов в линиях и нулевом проводе, ΔP_{mut^*}

$$\Delta P_{\Sigma^*} = \Delta P_{min^*} \cdot (1 + Q_{RMS^*}^2 + P_{pulsRMS^*}^2) + \Delta P_{n^*} + \Delta P_{mut^*} \Big|_{P_{usf} = const} \quad (16)$$

Для выражения дополнительной составляющей можно воспользоваться допущением, что при добавлении сопротивления в нулевой провод изменяется угол сдвига между пространственными векторами напряжения и тока, а модуль пространственного вектора тока не изменяется. Тогда коэффициент, вызывающий изменение первого слагаемого в уравнении (1) будет пропорционален отношению квадратов косинусов угла сдвига после и до добавления сопротивления в нулевой провод

$$k \cong \frac{\cos^2 \varphi_{R_n=R_s}}{\cos^2 \varphi_{R_n=0}} \quad (17)$$

Учитывая связь соотношения (17) только с первым слагаемым уравнения (1) получим соотношение для расчета дополнительной составляющей

$$\Delta P_{mut^*} = \Delta P_{min^*} \cdot (1 + Q_{RMS^*}^2 + P_{pulsRMS^*}^2) \cdot (k - 1) \quad (18)$$

Проверка уточненного соотношения (16) на модели, при принятых коэффициентах асимметрии резистивной нагрузки $k_{la} = 1$, $k_{lb} = 1.3$, $k_{lc} = 0.5568$, приведена в табл.1. Как видно из таблицы, использование соотношения (16) позволило уменьшить погрешность расчета мощности суммарных потерь от 1.35% до 0.2%.

Таблица 1 – Сопоставление результатов расчета и моделирования

Формула для расчета ΔP_{Σ^*}	Режим работы СЭ											
	Трёхфазная трёхпроводная						Трёхфазная четырёхпроводная $R_n = R_s$					
	Симметричный источник			Асимметричный источник			Симметричный источник			Асимметричный источник		
	Резистивная асимметричная нагрузка			Резистивная симметричная нагрузка			Резистивная асимметричная нагрузка			Резистивная симметричная нагрузка		
	Расч.	Эксп.	δ , %	Расч.	Эксп.	δ , %	Расч.	Эксп.	δ , %	Расч.	Эксп.	δ , %
(1)	0.05864	0.05865	0.016	0.0644	0.0588	9.5	0.0703	0.07126	1.354	0.06682	0.06243	7.03
(16)				0.0585	0.0588	0.51	0.07112	0.07126	0.2	0.06221	0.06243	0.352
(31)				0.05846	0.0588	0.578						
(38)										0.0637	0.06243	2.034

Несимметричный режим работы трехфазного источника. Рассмотрим простейший случай, когда асимметрия напряжений источника описывается с помощью коэффициентов

$$\begin{aligned} u_{sa} &= k_a \cdot U_m \cdot \sin(\vartheta) \\ u_{sb} &= k_b \cdot U_m \cdot \sin\left(\vartheta - \frac{2\pi}{3}\right), \\ u_{sc} &= k_c \cdot U_m \cdot \sin\left(\vartheta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

связанных между собой соотношением

$$k_a^2 + k_b^3 + k_c^2 = 3. \quad (20)$$

В этом случае модуль пространственного вектора напряжения источника не изменяется по величине и равен линейному напряжению симметричной системы.

Будем рассматривать случай, когда трехфазная нагрузка является симметричной и резистивной

$$k_l \cdot R_{la} = k_l \cdot R_{lb} = k_l \cdot R_{lc} = k_l \cdot R_l, \quad (21)$$

где k_l – коэффициент пропорциональности, принят для поддержания неизменным значения средней полезной мощности.

Форма записи уточненного соотношения для определения суммарных потерь в этом режиме соответствует (16). Задача сводится к определению коэффициента k .

Трехфазная трехпроводная СЭ. Эксперимент на модели показал, что асимметрия источника вызывает изменение (уменьшение) отношения мощности резистивного короткого замыкания к полезной мощности нагрузки, в связи с тем, что уменьшается мощность резистивного КЗ СЭ. Таким образом, мы имеем уже новую СЭ с новым значением минимально возможных потерь. Поэтому для восстановления прежнего значения мощности резистивного КЗ введем в сопротивление линии поправочный коэффициент, k_S

$$R_{line} = k_S \cdot R_S. \quad (22)$$

При выполнении равенства

$$k_l = k_S \quad (23)$$

мощность резистивного КЗ возвращается к исходному значению.

В этом случае относительная суммарная мощность потерь, равна минимально возможным потерям исходной СЭ (без введения коэффициента k_S). Тогда минимально возможные потери новой СЭ (с учетом коэффициента k_S)

$$\Delta P_{min}^l = \frac{\Delta P_{min}^*}{1 + Q_{RMS}^{2l} + P_{pulsRMS}^{2l}}, \quad (24)$$

где Q_{RMS}^{2l} , $P_{pulsRMS}^{2l}$ – соответственно среднеквадратическая реактивная мощность и среднеквадратическая активная мощность пульсаций новой СЭ.

С учетом отличия мощностей резистивного КЗ исходной и новой СЭ, запишем соотношение для определения поправочного коэффициента

$$k = \frac{1}{1 + Q_{RMS}^{2l} + P_{pulsRMS}^{2l}} \cdot \frac{P_{SC}^l}{P_{SC}}, \quad (25)$$

где

$$P_{SC}^l = \frac{1}{T \cdot R_S} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \left(u_{sa}^2 + u_{sb}^2 + u_{sc}^2 - \frac{(u_{sa} + u_{sb} + u_{sc})^2}{3} \right) dt - \quad (26)$$

мощность резистивного КЗ исходной СЭ, соответствующая уменьшенному значению. Проинтегрируем (26) в периоде повторяемости с учетом (19)

$$P_{SC}^l = \frac{U_m^2}{6R_S} \cdot (2k_a^2 + 2k_b^2 + 2k_c^2 + k_a k_b + k_b k_c + k_c k_a); \quad (27)$$

$$P_{SC}^l = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_m^2}{R_S} - \quad (28)$$

мощность резистивного КЗ новой СЭ, соответствующая восстановленному значению.

Сравнение результатов расчета по уточненному соотношению (16) с результатами эксперимента на модели, при принятых амплитудных коэффициентах $k_a = 1$, $k_b = 1.3$, $k_c = 0.5568$, представлено в табл.1 Использование соотношения (16) для определения суммарной мощности потерь позволило уменьшить погрешность расчета от 9.5% до 0.51%.

В связи с тем, что отношение

$$\frac{1 + Q_{RMS}^{2l} + P_{pulsRMS}^{2l}}{1 + Q_{RMS}^{2*} + P_{pulsRMS}^{2*}} \approx 1, \quad (29)$$

можно получить приближенное соотношение для расчета суммарной мощности потерь

$$\Delta P_{\Sigma}^* \approx \Delta P_{min}^* \cdot \frac{P_{SC}^l}{P_{SC}}. \quad (30)$$

С учетом (27) и (28)

$$\Delta P_{\Sigma}^* \approx \frac{9P_{min}^*}{2k_a^2 + 2k_b^2 + 2k_c^2 + k_a k_b + k_b k_c + k_c k_a}; \quad (31)$$

Соотношения (18) и (30) одинаково подходят для определения мощности суммарных потерь трехфазной четырехпроводной СЭ при $R_n = 0$, для которой

$$P_{SC}^l = P_{SC}, \quad (32)$$

$$\Delta P_{\Sigma}^* = \Delta P_{min}^*.$$

Трехфазная четырехпроводная СЭ при $R_n = R_S$. При переходе к четырехпроводной СЭ и учете коэффициента k_S , возникают дополнительные потери, обусловленные током, протекающим в нулевом проводнике. Соотношение для расчета поправочного коэффициента может быть записано в следующем виде:

$$k = \frac{\Delta P_{\Sigma}^{\prime} - \Delta P_{n}^{\prime}}{\Delta P_{\min}^{\prime} \cdot (1 + Q_{RMS}^{\prime 2} + P_{pulsRMS}^{\prime 2})} \cdot \frac{P_{SC}^{\prime}}{P_{SC}}, \quad (33)$$

$\Delta P_{\Sigma}^{\prime}$, ΔP_{n}^{\prime} – соответственно относительная суммарная мощность потерь и относительная мощность потерь в нулевом проводе в новой СЭ (при учете коэффициента k_s).

Для четырехпроводной СЭ

$$P_{SC} = \frac{1}{T \cdot R_s} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} \left(u_{sa}^2 + u_{sb}^2 + u_{sc}^2 - \frac{5}{16} \cdot (u_{sa} + u_{sb} + u_{sc})^2 \right) dt - \quad (34)$$

После интегрирования (34) в периоде повторяемости с учетом (19)

$$P_{SC} = \frac{U_m^2}{32R_s} \cdot (11k_a^2 + 11k_b^2 + 11k_c^2 + 5k_a k_b + 5k_b k_c + 5k_c k_a). \quad (35)$$

Сделаем допущение

$$\Delta P_{\Sigma}^{\prime} - \Delta P_{n}^{\prime} \approx \Delta P_{\min}^{\prime}. \quad (36)$$

с учетом отношения (29), получим упрощенную формулу для расчета суммарных потерь

$$\Delta P_{\Sigma}^{\prime} \approx \Delta P_{\min}^{\prime} \cdot \frac{P_{SC}^{\prime}}{P_{SC}} - \Delta P_{n}^{\prime}. \quad (37)$$

Упрощенная формула (37) подходит как для трехпроводных СЭ, так и для четырехпроводных СЭ с учетом (28) и (35) для трехфазной четырехпроводной СЭ при $R_n = R_s$

$$\Delta P_{\Sigma}^{\prime} \approx \frac{48P_{\min}^{\prime}}{11k_a^2 + 11k_b^2 + 11k_c^2 + 5k_a k_b + 5k_b k_c + 5k_c k_a} - \Delta P_{n}^{\prime}; \quad (38)$$

Сравнение результатов расчета по уточненному соотношению (18) с результатами эксперимента на модели, при принятых амплитудных коэффициентах $k_a = 1$, $k_b = 1.3$, $k_c = 0.5568$ представлено в табл.1 Использование соотношения (16) для определения суммарной мощности потерь позволило уменьшить погрешность расчета от 7% до 0.35%.

Выводы. Получены уточненные соотношения для расчета суммарной мощности потерь трехфазной СЭ при несимметричном режиме работы источника, а также трехфазной четырехпроводной СЭ при симметричном режиме работы источника.

Расчет по уточненным соотношениям позволил распространить использование универсальной формулы, для определения суммарной мощности потерь через ее составляющие, на большинство режимов работы СЭ, в которых возникают дополнительные потери, обусловленные тремя причинами: наличием в СЭ реактивной мощности, наличием пульсаций в кривой мгновенной активной мощности и протеканием тока в нулевом проводе.

В трехфазной СЭ с асимметричным источником и симметричной нагрузкой мощность суммарных потерь пропорциональна произведению мощности минимально возможных потерь на отношение мощности резистивного КЗ до внесения асимметрии на мощность резистивного КЗ после внесения асимметрии в систему. Мощность суммарных потерь при асимметричном источнике слабо зависит от дополнительных составляющих потерь, обусловленных реактивной мощностью и пульсациями мгновенной активной мощности.

Список литературы: 1. Жемеров Г.Г. Энергия и мощность в системах электроснабжения с полупроводниковыми преобразователями и накопителями энергии / Г.Г. Жемеров, Д.В. Тугай // Электротехника і електромеханіка. – 2014. – № 1. – С. 45-57. 2. Akagi H. Generalized theory of the instantaneous power in three phase circuits / H. Akagi, Y. Kanazava, A. Nubae // Int. Power Electronics Conf.. Tokio. Japan. – 1983. – pp.1375-1386. 3. Kim H.S. The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems / H.S. Kim, H. Akagi // In Proc. PCC'97 Conf.voll, Nagaoka, Japan, Aug. – 1997. – pp. 361–366. 4. Жемеров Г.Г. Зависимость дополнительных потерь в трехфазных системах электроснабжения от реактивной мощности и пульсаций мгновенной активной мощности / Г.Г. Жемеров, Д.В. Тугай //Технічна електродинаміка. – 2015. – №4. – С. 66-70. 5. Жемеров Г.Г. КПД трехфазной четырехпроводной системы электроснабжения с асимметричной нагрузкой / Г.Г. Жемеров, Н.А. Ильина, О.В. Ильина, О.И. Ковальчук, Е.И. Сокол // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Силова електроніка та енергоефективність». – 2010. – Ч. 1. – С. 22–31.

Bibliography (transliterated): 1. Zhemerov G.G., Tugay D.V. "Energiya i moshchnost' v sistemakh elektrosnabzheniya s poluprovodnikovymi preobrazovatelyami i nakopitelyami energii". Elektrotehnika і Elektromekhanika. 2014. No 1. 45-57. Print. 2. Akagi H., Kanazava Y. and Nubae A. "Generalized theory of the instantaneous power in three phase circuits" Int. Power Electronics Conf.. Tokio. Japan. 1983. 1375-1386. Print. 3. Kim H.S., Akagi H. "The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems" In Proc. PCC'97 Conf.voll, Nagaoka, Japan, Aug. 1997. 361–366. Print. 4. Zhemerov G.G., Tugay D.V. "Zavisimost' dopolnitel'nykh poter' v trekhfaznykh sistemakh elektrosnabzheniya ot reaktivnoy moshchnosti i pul'satsiy mgnovnoy aktivnoy moshchnosti" Tekhnichna elektrodinamika. 2015. No. 4. 66-70. Print 5. Zhemerov G.G., Il'ina N.A., Il'ina O.V., Koval'chuk O.I. and Sokol E.I. KPD trekhfaznoy chetyrekhprovodnoy sistemy elektrosnabzheniya s asimmetrichnoy nagruzkoj. Tekhnichna yelektrodinamika, tem. vipusk, «Silova yelektronika ta yenergoyefektivnist'» 2010. No.1. 22–31.

Поступила (received) 22.08.2015