УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, **Е.А. МАЗНЕВ**, Луганск, ВНУ им. В. Даля

# ГЕОМЕТРИЯ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ С ВЫПУКЛО-ВОГНУТЫМ ПРОФИЛЕМ ВИТКОВ ЧЕРВЯКА И ИСКЛЮЧЕНИЕМ УЗЛОВЫХ ТОЧЕК ИЗ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

*In the article cylindrical worm coils surface formation at grinding of worm by grinding wheel with the convexo-concave structure containing a transitive section is considered. Fig. 4. Source 3.*

В приводах современных машин все более широкое распространение находят червячные передачи благодаря большому передаточному числу, небольшим размерам и плавности работы. Вопросы качества и долговечности червячных передач неразрывно связаны с вопросом совершенствования геометрии рабочих поверхностей червячной передачи. При этом необходимо помнить, что усложнение геометрии рабочих поверхностей не должно вести к усложнению технологии изготовления червячных передач, что будет в первую очередь сказываться на стоимости таких передач.

Наиболее простым технологическим способом, позволяющим достичь этого, является шлифование поверхностей витков червяка и фрезы. Данному вопросу посвящено много работ, в частности, работы Литвина Ф.Л. [1, 2]. Недостатком этих работ является рассмотрение червяков имеющих только вогнутый профиль витков червяка.

В связи с изложенным вопрос о геометрии червячной передачи с выпукло-вогнутым профилем витков червяка является актуальным и неразрывно связанным с вопросами улучшения качества червячных передач.

Рассмотрим не корригированную цилиндрическую червячную передачу. Витки червяка, входящего в эту передача, получены шлифованием поверхности шлифовальным кругом, осевой профиль которого изображен на рис. 1. В этом случае осевой профиль шлифовального круга состоит из трех участков:

- дуга окружности $\alpha - \alpha$, описываемая системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} x_{в}^{I} &= -\rho_1 \sin \vartheta, \\ y_{в}^{I} &= 0, \\ z_{в}^{I} &= \rho_1 \cos \vartheta, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

- дуга окружности $\beta - \beta$, описываемая системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} x_{в}^{II} &= \rho_2 \sin \vartheta, \\ y_{в}^{II} &= 0, \\ z_{в}^{II} &= -\rho_2 \cos \vartheta, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

- переходная прямая $\alpha - \beta$, сопряженная с дугами $\alpha - \alpha$ и $\beta - \beta$, и описываемая системой уравнений

$$\left.\begin{aligned} y_{в}^{III} &= 0, \\ z_{в}^{III} &= x_{в}^{III} \operatorname{tg} \alpha_n. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

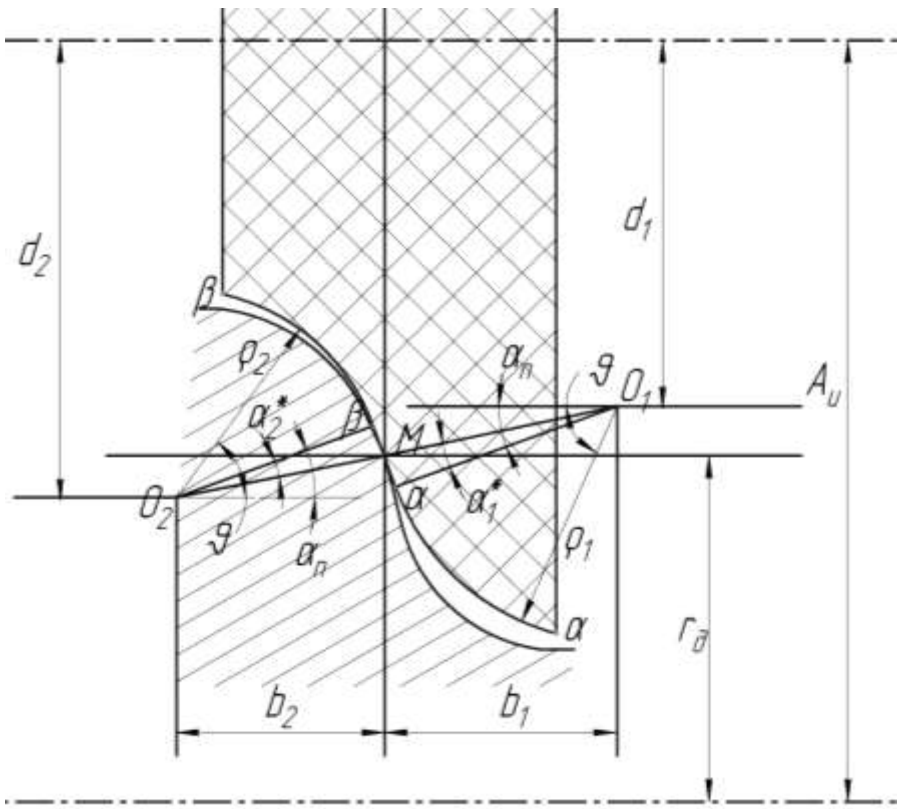


Рис. 1.

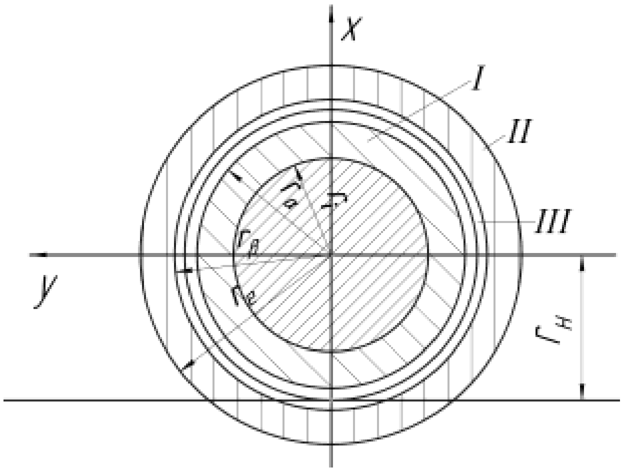


Рис. 2.

При шлифовании кругом с таким осевым профилем рабочая поверхность витков червяка будет состоять из трех областей (рис. 2):

- область I – формируется дугой $\alpha-\alpha$ и имеет вогнутый профиль;
- область II – формируется дугой $\beta-\beta$ и имеет выпуклый профиль;
- область III – переходная область, формируется участком $\alpha-\beta$, вводится для исключения узловых точек из зацепления, что приводит к повышению нагрузочной способности и КПД передачи.

При значении $\alpha_1^*=\alpha_2^*=0^\circ$ получим выпукло-вогнутый профиль витков червяка без переходного участка.

Уравнения зацепления (которые связывают между собой параметры $\vartheta$ и $\nu$ для области I и II, и параметры $x_\text{в}^{III}$ и $\nu$ для переходной области) выглядят следующим образом [3]:

- для областей I и II

$$F_1^i(\vartheta,\nu)=\sin\vartheta\,(K\sin\nu+b_i\cos\nu)+\cos\vartheta\,(d_i\cos\nu-A_\text{и}+r_\text{д})=0; \qquad (4)$$

- для переходной области III

$$F_1^{III}(x_\text{в}^{III},\nu)=x_\text{в}^{III}\cos\nu\,(1+tg^2\alpha_n)-K\,\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\nu+(A_\text{и}-r_\text{д})(1-\cos\nu)=0. \qquad (5)$$

Где $K=A_\text{и}\,\mathrm{ctg}\,\gamma_\text{и}+p$; $b_i$ и $d_i$ – начальные параметры ($i=1,2$), равные:

$$b_1=\rho_1\,(\cos\alpha_n+\sin\alpha_n\,\mathrm{tg}\,\alpha_1^*),\ d_1=A_\text{и}-r_\text{д}-\rho_1\,(\sin\alpha_n-\cos\alpha_n\,\mathrm{tg}\,\alpha_1^*),$$

$$b_2 = -\rho_2 \left(\cos\alpha_n + \sin\alpha_n \operatorname{tg}\alpha_2^*\right), \quad d_2 = A_{\text{и}} - r_{\text{д}} + \rho_2 \left(\sin\alpha_n - \cos\alpha_n \operatorname{tg}\alpha_2^*\right).$$

Используя матрицы перехода (88.4) и (87.3) [1], получим выражения для определения координат поверхности этих участков и проекций орта нормали в системе координат $S_1$, связанной с червяком:

- область I

$$\left.\begin{aligned}
x_1^I &= -\left(\rho_1 \sin\vartheta + d_1\right)\left(\cos\nu\cos\psi - \sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) - \\
&\quad - \left(\rho_1\cos\vartheta - b_1\right)\sin\psi\sin\gamma_{\text{и}} + A_{\text{и}}\cos\psi; \\
y_1^I &= \left(\rho_1 \sin\vartheta + d_1\right)\left(\cos\nu\sin\psi + \sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) - \\
&\quad - \left(\rho_1\cos\vartheta - b_1\right)\cos\psi\sin\gamma_{\text{и}} - A_{\text{и}}\cos\psi; \\
z_1^I &= \left(\rho_1 \sin\vartheta + d_1\right)\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + \left(\rho_1\cos\vartheta - b_1\right)\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_{x1}^I &= \sin\vartheta\left(\sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\nu\cos\psi\right) - \cos\vartheta\sin\psi\sin\gamma_{\text{и}}; \\
e_{y1}^I &= \sin\vartheta\left(\sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}} + \cos\nu\sin\psi\right) - \cos\vartheta\cos\psi\sin\gamma_{\text{и}}; \\
e_{z1}^I &= \sin\vartheta\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + \cos\vartheta\cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

- область II

$$\left.\begin{aligned}
x_1^{II} &= \left(\rho_2 \sin\vartheta - d_2\right)\left(\cos\nu\cos\psi - \sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) + \\
&\quad + \left(\rho_2\cos\vartheta + b_2\right)\sin\psi\sin\gamma_{\text{и}} + A_{\text{и}}\cos\psi; \\
y_1^{II} &= -\left(\rho_2 \sin\vartheta - d_2\right)\left(\cos\nu\sin\psi + \sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) + \\
&\quad + \left(\rho_2\cos\vartheta + b_2\right)\cos\psi\sin\gamma_{\text{и}} - A_{\text{и}}\cos\psi; \\
z_1^{II} &= -\left(\rho_2 \sin\vartheta - d_2\right)\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} - \left(\rho_2\cos\vartheta + b_2\right)\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_{x1}^{II} &= -\sin\vartheta\left(\sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\nu\cos\psi\right) + \cos\vartheta\sin\psi\sin\gamma_{\text{и}}; \\
e_{y1}^{II} &= -\sin\vartheta\left(\sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}} + \cos\nu\sin\psi\right) + \cos\vartheta\cos\psi\sin\gamma_{\text{и}}; \\
e_{z1}^{II} &= -\sin\vartheta\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

- переходная область III

$$\left.\begin{aligned}
x_1^{III} &= \left(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}}\right)\left(\cos\nu\cos\psi - \sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) - \operatorname{tg}\alpha_n\sin\psi\sin\gamma_{\text{и}} + A_{\text{и}}\cos\psi; \\
y_1^{III} &= -\left(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}}\right)\left(\cos\nu\sin\psi + \sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}}\right) - \operatorname{tg}\alpha_n\cos\psi\sin\gamma_{\text{и}} - A_{\text{и}}\sin\psi; \\
z_1^{III} &= -\left(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}}\right)\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + \operatorname{tg}\alpha_n\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_{x1}^{III} &= \sin\alpha_n \left(\sin\nu\sin\psi\cos\gamma_{\text{и}} + \cos\nu\cos\psi\right) + \cos\alpha_n \sin\psi\sin\gamma_{\text{и}};\\
e_{y1}^{III} &= -\sin\alpha_n \left(\sin\nu\cos\psi\cos\gamma_{\text{и}} + \cos\nu\sin\psi\right) + \cos\alpha_n \cos\psi\sin\gamma_{\text{и}};\\
e_{z1}^{III} &= -\sin\alpha_n\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} - \cos\alpha_n\cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Эти же поверхности в неподвижной системе координат определяются уравнениями [3]:

- область I

$$\left.\begin{aligned}
x^{I} &= \cos(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_1\sin\vartheta - d_1)\cos\nu + A_{\text{и}}\right] +\\
&\quad + \sin(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_1\sin\vartheta + d_1)\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - (\rho_1\cos\vartheta - b_1)\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
y^{I} &= -\sin(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_1\sin\vartheta - d_1)\cos\nu + A_{\text{и}}\right] +\\
&\quad + \cos(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_1\sin\vartheta + d_1)\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - (\rho_1\cos\vartheta - b_1)\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
z^{I} &= (\rho_1\sin\vartheta + d_1)\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + (\rho_1\cos\vartheta - b_1)\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_x^{I} &= -\sin\vartheta\cos\nu\cos(\psi-\varphi_1) + \sin(\psi-\varphi_1)\left(\sin\vartheta\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\sin\gamma_{\text{и}}\right);\\
e_y^{I} &= \sin\vartheta\cos\nu\sin(\psi-\varphi_1) + \cos(\psi-\varphi_1)\left(\sin\vartheta\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\sin\gamma_{\text{и}}\right);\\
e_z^{I} &= \sin\vartheta\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + \cos\vartheta\cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

- область II

$$\left.\begin{aligned}
x^{II} &= \cos(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_2\sin\vartheta - d_2)\cos\nu + A_{\text{и}}\right] +\\
&\quad + \sin(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_2\sin\vartheta + d_2)\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} + (\rho_2\cos\vartheta + b_2)\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
y^{II} &= -\sin(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_2\sin\vartheta - d_2)\cos\nu + A_{\text{и}}\right] +\\
&\quad + \cos(\psi-\varphi_1)\left[(\rho_2\sin\vartheta + d_2)\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} + (\rho_2\cos\vartheta + b_2)\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
z^{II} &= -(\rho_2\sin\vartheta - d_2)\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} - (\rho_2\cos\vartheta + b_2)\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_x^{II} &= \sin\vartheta\cos\nu\cos(\psi-\varphi_1) - \sin(\psi-\varphi_1)\left(\sin\vartheta\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\sin\gamma_{\text{и}}\right);\\
e_y^{II} &= -\sin\vartheta\cos\nu\sin(\psi-\varphi_1) - \cos(\psi-\varphi_1)\left(\sin\vartheta\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\sin\gamma_{\text{и}}\right);\\
e_z^{II} &= -\sin\vartheta\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} - \cos\vartheta\cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

- область III

$$\left.\begin{aligned}
x^{III} &= \cos(\psi-\varphi_1)\left[(x_{\text{в}}^{III} + r_{\text{д}})\cos\nu + A_{\text{и}}(1-\cos\nu)\right] -\\
&\quad - \sin(\psi-\varphi_1)\left[(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}})\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} + x_{\text{в}}^{III}\,\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
y^{III} &= -\sin(\psi-\varphi_1)\left[(x_{\text{в}}^{III} + r_{\text{д}})\cos\nu + A_{\text{и}}(1-\cos\nu)\right] -\\
&\quad - \cos(\psi-\varphi_1)\left[(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}})\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} + x_{\text{в}}^{III}\,\mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\gamma_{\text{и}}\right];\\
z^{III} &= -(x_{\text{в}}^{III} - A_{\text{и}} + r_{\text{д}})\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}} + x_{\text{в}}^{III}\,\mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\gamma_{\text{и}} - p\psi.
\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

$$\left.\begin{aligned}
e_x^{III} &= \sin\alpha_n \cos\nu \cos(\psi-\varphi_1) - \sin(\psi-\varphi_1)(\sin\alpha_n \sin\nu \cos\gamma_{\text{и}} - \cos\alpha_n \sin\gamma_{\text{и}});\\
e_y^{III} &= -\sin\alpha_n \cos\nu \sin(\psi-\varphi_1) - \cos(\psi-\varphi_1)(\sin\alpha_n \sin\nu \cos\gamma_{\text{и}} - \cos\alpha_n \sin\gamma_{\text{и}});\\
e_z^{III} &= -\sin\alpha_n \sin\nu \sin\gamma_{\text{и}} - \cos\alpha_n \cos\gamma_{\text{и}}.
\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Используя уравнение (6.5) [2] и зависимости (12-17), получим уравнения зацепления червяка и червячного колеса:

- область I и II

$$F_2^i(\vartheta,\nu,\psi,\varphi_1) = -M(\sin b_i + \cos d_i) + N(\cos\vartheta\cos\gamma_{\text{и}} + \sin\vartheta\sin\nu\sin\gamma_{\text{и}}) -$$
$$- p\psi[(\cos\vartheta\sin\gamma_{\text{и}} - \sin\vartheta\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}})\sin(\psi-\varphi_1) + \sin\vartheta\cos\nu\cos(\psi-\varphi_1)] = 0; \quad (18)$$

- переходная область III

$$F_2^{III}(\vartheta,\nu,\psi,\varphi_1) = M(x_{\text{в}}^{III}(1+\mathrm{tg}^2\alpha_n) - A_{\text{и}} + r_{\text{д}}) + N(\cos\gamma_{\text{и}} + \mathrm{tg}\,\alpha_n \sin\nu\sin\gamma_{\text{и}}) -$$
$$- p\psi[(\sin\gamma_{\text{и}} - \mathrm{tg}\,\alpha_n\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}})\sin(\psi-\varphi_1) + \mathrm{tg}\,\alpha_n\cos\nu\cos(\psi-\varphi_1)] = 0; \quad (19)$$

где

$$M = \cos\nu\cos\gamma_{\text{и}}\cos(\psi-\varphi_1) - \sin\nu\sin(\psi-\varphi_1);$$

$$N = A_{\text{и}}\cos(\psi-\varphi_1) + A - \frac{p}{i_{21}}$$

$i = 1,2$; $A$ – межосевое расстояние червячной передачи; $i_{21}$ – передаточное число червячной передачи.

Для улучшения качества зацепления передачи необходимо исключить из рабочей области зацепления нижние узловые точки для области III (головки) витков червяка, которые, согласно уравнениям (14-16) [3] определяются из зависимостей

$$\mathrm{tg}\,\nu = \frac{\cos(\psi-\varphi_1)\cos\gamma_{\text{и}} + \sin\gamma_{\text{и}}\,\mathrm{ctg}\,\lambda_{\text{н}}}{\sin(\psi-\varphi_1)}, \quad (20)$$

$$\mathrm{ctg}\,\vartheta = \frac{\sin\nu\cos\gamma_{\text{и}} - \cos\nu\,\mathrm{ctg}(\psi-\varphi_1)}{\sin\gamma_{\text{и}}}, \quad (21)$$

$$r_{\text{н}} + A_{\text{и}}\cos(\psi-\varphi_1) + (\rho_2\sin\vartheta - d_2)\cos\nu\sin\gamma_{\text{и}}[\cos(\psi-\varphi_1)\sin\gamma_{\text{и}} - \cos\gamma_{\text{и}}\,\mathrm{ctg}\,\lambda_{\text{н}}] +$$
$$+ (\rho_2\cos\vartheta + b_2)\,\mathrm{ctg}\,\nu\sin\gamma_{\text{и}}[\cos(\psi-\varphi_1)\cos\gamma_{\text{и}} + \sin\gamma_{\text{и}}\,\mathrm{ctg}\,\lambda_{\text{н}}] = 0. \quad (22)$$

В качестве примера рассмотрим представленные на рис. 3 и 4 проекции

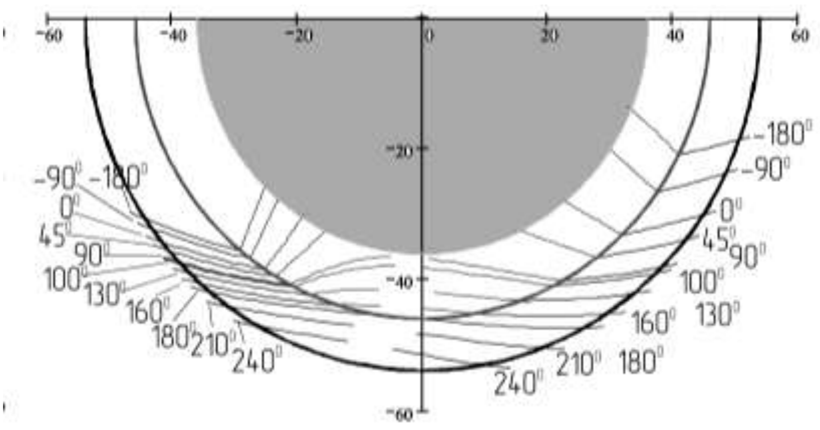


Рис. 3

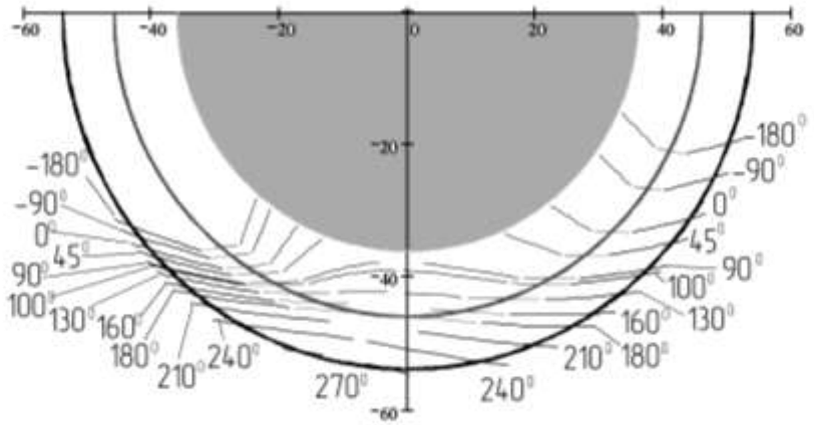


Рис. 4

линий зацепления червяка и червячного колеса при следующих параметрах: $m_{oc1} = 8 мм$, $A_и = 202 мм$, $\alpha_n = 20^\circ$, $z_1 = 3$, $z_2 = 31$, $r_д = r_н = \rho_1 = \rho_2 = 46 мм$.

На рис. 3 представлены проекции линий зацепления для передачи без переходного участка – $\alpha_1^* = \alpha_2^* = 0^\circ$, а ни рис. 4 проекции линий для передачи с переходным участком – $\alpha_1^* = \alpha_2^* = 3^\circ$.

Полученные зависимости позволяют определять геометрию витков червяка, положение узловых точек передачи, определить линии зацепления червяка и червячного колеса. Их можно использовать для дальнейшего анализа качественных показателей червячных передач со шлифованными червяками выпукло-вогнутого профиля, таких как относительная скорость, приведенная кривизна, суммарная скорость, угол между вектором относительной скорости и направлением контактной линии и другие.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с. 2. Литвин Ф.Л. Новые виды червячных передач. М.-Л., Машгиз, 1962, 103 с. 3. Шишов В.П., Мазнев Е.А. Геометрия червячных передач со шлифованными червяками произвольного профиля // Збірник наукових праць Луганського національного аграрного університету. Серія: Технічні науки. – Луганськ: Видавництво ЛАНУ, 203. №31(43). – С.223-228.