УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., **О.А. РЕВЯКИНА**, к.т.н**, П.Н. ТКАЧ,**
асп,Луганск, ВНУ им. В.Даля

ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ С АРОЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

The geometrical and kinematical serviceability criterions of cylindrical involutes transmissions with arch teeth are determined in the article.

В зубчатых приводах машин могут найти применение цилиндрические эвольвентные передачи с арочными зубьями, обладающие в сравнении с квазиэвольвентными меньшей чувствительностью к погрешностям изготовления и монтажа [1]. Дальнейшие исследования этих передач связаны с оптимизацией их геометрических параметров, что является неотъемлемой частью решения проблемы многокритериального синтеза машиностроительных конструкций [2].

Выбор рациональных параметров зубчатых передач можно обеспечить оценкой геометрокинематических критериев работоспособности, значения которых для цилиндрических эвольвентных передач с арочными зубьями не определены и не исследованы. Восполнению данного пробела посвящена данная статья.

Будем предполагать, что зубья шестерни передач нарезаны круговой резцовой головкой с резцами, профили которых очерчены прямыми линиями с профильным углом, равным нулю [1]. Тогда в системе координат, связанной с исходным контуром (ось $O_n Y_n$ направлена по начальной прямой), его уравнение запишем в виде

$$\begin{aligned} x_n &= f_1, \\ y_n &= f_2 = 0, \end{aligned} \qquad (1)$$

где f_1 – расстояние точки профиля исходного контура от начальной прямой (значение $f_1 \geq 0$).

В этом случае уравнение поверхности зубьев инструментальной рейки в связанной с ней системе координат (ось $O_n Z_n$ параллельна осям колес, ось

O_nY_n лежит в начальной плоскости инструментальной рейки) будет иметь вид

$$
\begin{aligned}
x_n &= f_1,\\
y_n &= R_u(1-\cos\mu),\\
z_n &= R_u\sin\mu,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

где R_u – радиус резцовой головки;

μ – текущий угол наклона зубьев рейки.

Из уравнения (2) следует, что поверхностью инструментальной рейки является цилиндр с радиусом образующей окружности R_u и осью, перпендикулярной начальной плоскости инструментальной рейки.

Процесс нарезания зубьев шестерни можно представить, как ее зацепление с инструментальной рейкой, имеющей поверхности зубьев, определяемые уравнением (2). Используя рекомендации [3,4], в системе координат, связанной с шестерней (ось O_1Z_1 направлена по оси шестерни), получим уравнение поверхностей ее зубьев (предполагается, что начальная плоскость инструментальной рейки перекатывается по цилиндру с радиусом r_0)

$$
\begin{aligned}
x_1 &= r_0\cos\lambda-[R_u(1-\cos\mu)-r_0\lambda]\sin\lambda,\\
y_1 &= r_0\sin\lambda+[R_u(1-\cos\mu)-r_0\lambda]\cos\lambda,\\
z_1 &= R_u\sin\mu,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где r_0 – радиус основного цилиндра шестерни;

λ – угол поворота шестерни при зацеплении с рейкой.

Рассматривая зацепление шестерни с колесом с применением результатов работы [4], находим уравнение зацепления

$$
F=\left(\frac{u+1}{u}\right)r_0-R_1\cos(\lambda+\varphi_1)\cos\mu=0,
\tag{4}
$$

где u – передаточное число передачи;

R_1 – радиус начального цилиндра шестерни;

φ_1 – угол поворота шестерни при зацеплении с колесом.

Запишем соотношения (3) в неподвижной системе координат, учитывая при этом равенство (4). В результате имеем (ось OZ неподвижной системы координат направлена параллельно осям колес, а плоскость ZOY

расположена в общей касательной плоскости к начальным цилиндрам шестерни и колеса в полюсе зацепления) уравнение поверхности зацепления

$$
\begin{aligned}
&x = r_0 \cos\alpha_s - [R_u(1-\cos\mu) - r_0\lambda]\sin\alpha_s - R_1,\\
&y = r_0 \sin\alpha_s + [R_u(1-\cos\mu) - r_0\lambda]\cos\alpha_s,\\
&z = R_u \sin\mu,
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

где α_s – угол зацепления в полюсе ($\cos\alpha_s = \dfrac{r_0}{R_1}$).

Из (5) следует, что линия зацепления в торцовой плоскости при $z = \mathrm{const}$ очерчена прямой, направленной под углом α_s к касательной начальных окружностей зацепляющихся колес. Границы поля зацепления можно определить, используя рекомендации [1]. Пусть R_{a1} и R_{a2} – радиусы цилиндров, соответствующих вершинам зубьев. Запишем уравнения (5) в системе координат, связанной с колесом [3]. В результате получим уравнение поверхностей зубьев колеса, а из полученного уравнения и уравнения (3) имеем

$$
\begin{aligned}
&R_{a1}^2 = r_0^2 + [R_u(1-\cos\mu) - r_0\lambda_1]^2,\\
&R_{a2}^2 = r_0^2 + [R_u(1-\cos\mu) - r_0\lambda_2]^2 -\\
&\qquad - 2\, r_0 \cos\alpha_s + [R_u(1-\cos\mu) - r_0\lambda_1]\sin\alpha_s \,(R_1 + R_2) + (R_1 + R_2)^2,
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

где λ_1, λ_2 – значения углов, соответствующих вершинам зубьев шестерни и колеса;

R_2 – радиус начального цилиндра колеса.

Соотношения (6) определяют значения λ, соответствующие границам поля зацепления. При прочих равных условиях λ_1 и λ_2 зависят от текущего угла μ наклона зубьев рейки. Используя приведенные выше соотношения и результаты работы [3,4], получим значения геометрокинематических критериев работоспособности.

Скорость скольжения. В общем случае скорость скольжения в зацеплении равна [3]

$$
v_{ck} = \pm(\omega_1 + \omega_2)\sqrt{x^2 + y^2}, \qquad (7)
$$

где ω_1, ω_2 – угловые скорости шестерни и колеса;

x, y – имеют значения (5).

После преобразований (7) получаем

$$v_{ck} = \pm\left(\frac{u+1}{u}\right)\left[r_0\left(tg\alpha_s - \lambda\right) + R_u\left(1-\cos\mu\right)\right]\omega_1 \tag{8}$$

Отсюда следует, что при увеличении λ ($\mu = \mathrm{const}$) скорость скольжения сначала уменьшается, а затем увеличивается по абсолютной величине. При $\lambda = \mathrm{const}$ скорость скольжения увеличивается с увеличением μ, достигая наибольшего значения на торцах зубьев. Скорость скольжения равна нулю при выполнении равенства

$$\lambda = \frac{R_u(1-\cos\mu) + r_0 tg\alpha_s}{r_0}. \tag{9}$$

<u>Суммарная скорость качения рабочих поверхностей.</u> Для взаимоогибаемых поверхностей зубьев суммарная скорость качения в направлении, перпендикулярном мгновенным линиям контакта, может быть определена с использованием рекомендаций работы [4]. Для рассматриваемого случая она равна

$$v_{\Sigma} = \left(\frac{u-1}{u}\right)R_u\left(1-\cos\mu\right) - \frac{R_1}{u}\left[\lambda\left(u-1\right)\cos\alpha_s + \left(u+1\right)\sin\alpha_s\right]. \tag{10}$$

При $\mu = 0$ и $y = 0$ в полюсе зацепления $\lambda = tg\alpha_s$, и тогда модуль суммарной скорости $v_{\Sigma} = 2R_1 \sin\alpha_s$, что, как и следовало ожидать, совпадает со значением скорости качения в полюсе зацепления прямозубой эвольвентной передачи [5].

Суммарная скорость качения равна нулю при выполнении равенства

$$\left(u+1\right)R_u\left(1-\cos\mu\right) = R_1\left[\lambda\left(u-1\right)\cos\alpha_s + \left(u+1\right)\sin\alpha_s\right]. \tag{11}$$

Заметим, что для рассматриваемых передач справедлива связь (см. (4)) между λ и φ_1 в виде

$$\lambda = \alpha_s - \varphi_1 \tag{12}$$

С использованием этого равенства можно исследовать значения скоростей и других критериев на мгновенных контактных линиях при $\varphi_1 = \mathrm{const}$. Граничные значения φ_1 следует определять при λ, определяемых из соотношений (6).

<u>Приведенная кривизна.</u> Используя результаты работы [4] при определении приведенной кривизны взаимоогибаемых поверхностей для рассматриваемого случая, получаем

$$\chi = -\frac{(R_1 + R_2)\sin\alpha_s \cos\mu}{\tau_1 \cdot \tau_2}, \tag{13}$$

где $\tau_1 = R_u(1 - \cos\mu) - \lambda R_1 \cos\alpha_s$,

$$\tau_2 = R_2 \sin\alpha_s + R_1(\sin\alpha_s - \lambda\cos\alpha_s) + R_u(1 - \cos\mu),$$

Если в соотношении (13) положить $\mu = 0$ и $\lambda = \mathrm{tg}\alpha_s$, то в полюсе зацепления среднего сечения арки имеем

$$\chi_n = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 \sin\alpha_s},$$

что совпадает с величиной приведенной кривизны в полюсе зацепления прямозубых эвольвентных колес [5].

Из (13) следует, что приведенная кривизна принимает бесконечно большие значения при выполнении равенств

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0, \\ \tau_2 &= 0. \end{aligned} \tag{14}$$

Очевидно, в этих случаях наблюдается подрезание поверхностей зубьев колеса, и соотношения (14) следует использовать при выборе параметров колеса и инструмента для нарезания зубьев шестерни, исключая выполнение равенств (14).

<u>Угол между вектором скорости скольжения и контактной линией.</u> Для рассматриваемых передач, как следует из общих зависимостей, приведенных в работе [4], этот угол равен прямому в пределах всего поля зацепления.

Удельные скольжения. Значения удельных скольжений можно определить, используя результаты работы [4]. Применительно к рассматриваемым передачам эти значения равны:

- удельные скольжения зубьев шестерни

$$\eta_1 = \left(\frac{u+1}{u}\right)\left[\frac{r_0 \operatorname{tg}\alpha_s}{R_u(1-\cos\mu)-r_0\lambda}+1\right]. \tag{15}$$

- удельные скольжения зубьев колеса

$$\eta_1 = -\left(\frac{u+1}{u}\right)\frac{r_0(\operatorname{tg}\alpha_s-\lambda)+R_u(1-\cos\mu)}{R_2\sin\alpha_s+R_1(\sin\alpha_s-\lambda\cos\alpha_s)+R_u(1-\cos\mu)}. \tag{16}$$

Из соотношений (15) и (16) следует, что при выполнении равенств (14) удельные скольжения принимают бесконечно большие значения, а при λ из (9) удельные скольжения равны нулю.

Коэффициенты перекрытия. Отличительной особенностью рассматриваемых цилиндрических передач с арочными зубьями является постоянное значение угла μ в заданном торцовом сечении при $z = \mathrm{const}$ (см. (5)). Поэтому значения коэффициентов профильного перекрытия в нормальном и торцовом сечениях при $\mu = \mathrm{const}$ совпадают. Определить эти коэффициенты перекрытия можно следующим образом. Из соотношений (6) при $\mu = \mathrm{const}$ можно найти λ_1 и λ_2, соответствующие вершинам зубьев шестерни и колеса. Из (12) углы поворота шестерни при λ_1 и λ_2 равны

$$\varphi_{11} = \alpha_s - \lambda_1,$$

$$\varphi_{12} = \alpha_s - \lambda_2,$$

а коэффициенты перекрытия будут иметь значения

$$\varepsilon_\mu = \varepsilon_\lambda = \frac{(\varphi_{12}-\varphi_{11})z_1^*}{2\pi}, \tag{17}$$

где z_1^* – число зубьев шестерни; $\varepsilon_\lambda, \varepsilon_\mu$ – коэффициенты профильного перекрытия в торцовом и нормальном сечениях.

Коэффициент осевого перекрытия можно определить, используя первое равенство (5) при фиксированном значении x и при $\mu = 0$ и $\mu = \mu_T$ (

$\mu = 0$ в середине арки, $\mu = \mu_T$ - на торце зубьев). В результате получим значение коэффициента осевого перекрытия

$$\varepsilon_\beta = \frac{R_u (1 - \cos\mu_T) z_1^*}{2\pi r_0}, \tag{18}$$

Угол μ_T можно определить из последнего равенства (5) при $z = B$ (B – ширина полуарки зубьев). Тогда имеем

$$\sin\mu_T = \frac{B}{R_u} \tag{19}$$

Зависимости (18), (19) целесообразно использовать при определении R_u и B при заданном ε_β.

<u>Условия подрезания зубьев.</u> Подрезание зубьев колеса наступает при выполнении равенств (14). Эти равенства целесообразно использовать при выборе параметров зубчатой передачи для исключения явления подрезания зубьев колеса.

<u>Толщина зубьев.</u> Толщину зубьев рассматриваемых арочных передач можно определять в соответствии с рекомендациями работы [5] для эвольвентных прямозубых и косозубых колес.

<u>Мгновенные контактные линии.</u> Уравнение этих линий в неподвижной системе координат имеет вид (5). Длину мгновенных контактных линий можно определить в соответствии с рекомендациями [4]. Проекция контактной линии на торцовую плоскость колес является прямой линией (см. два первых соотношения (5)) с уравнением

$$x = -y\,\mathrm{tg}\,\alpha_s. \tag{20}$$

Уравнения проекций линий контакта на плоскости XOZ и YOZ неподвижной системы координат из (5) получаем в виде

$$\begin{aligned} &\frac{\left[x + \left(R_1 \sin\alpha_s + R_u - r_0(\alpha_s - \varphi_1)\right)\sin\alpha_s\right]^2}{R_u^2 \sin^2\alpha_s} + \frac{z^2}{R_u^2} = 1, \\ &\frac{\left[y - \left(R_1 \sin\alpha_s + R_u - r_0(\alpha_s - \varphi_1)\right)\cos\alpha_s\right]^2}{R_u^2 \cos^2\alpha_s} + \frac{z^2}{R_u^2} = 1. \end{aligned} \tag{21}$$

Из уравнений (21) следует, что эти проекции линий контакта зубьев при $\varphi_1 = \text{const}$ являются эллипсами.

Выводы:

1. Получены значения геометрокинематических критериев работоспособности эвольвентных цилиндрических передач с арочными зубьями.
2. Результаты работы могут быть использованы при анализе критериев работоспособности эвольвентных арочных передач и определении геометрических параметров зубьев зацепляющихся колес.

Список литературы: 1. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М: Машиностроение, 1990. – 128 с. 2. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // "Машинознавство". – Львів. – 2002. – С. 26-40. – № 10 (64). 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с. 4. Шишов В.П. Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоконагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта.// Дисс…. докт. техн. наук. – Луганск. – 1994. – 524 с. 5. Кудрявцев В.Н. Детали машин – Л.: Машиностроение, 1980. – 464 с.