

**А.Ф. КИРИЧЕНКО**, д.т.н., проф., **Н.В.МАТЮШЕНКО**, к.т.н.,  
Харьков, НТУ «ХПИ»

## **ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА ДЛЗ С АРОЧНОЙ ФОРМОЙ ЗУБЬЕВ**

*Получены аналитические соотношения основных параметров зубчатых цилиндрических колес с геометрическими и кинематическими параметрами точечного зацепления с арочным исполнением зубьев без каких-либо допущений.*

### **Общая постановка**

Известно, что около 90 % всех мощностей вырабатывающих на земном шаре проходят прямо или косвенно через зубчатые передачи, которые, в свою очередь, делятся на цилиндрические (около 70%) и все остальные. Наиболее распространены эвольвентные цилиндрические передачи и передачи с зацеплением Новикова (~ 70/ 30%). Надежность работы этих передач и высокий коэффициент полезного действия, не смотря на все это, заставляет интенсивно работать в плане их дальнейшего совершенствования, искать пути исключения отрицательных качеств, или, по крайней мере, их снижения. Например, передачи Новикова могут быть только косозубые. Этот фактор существенно сдерживает широкое внедрение передач Новикова, не смотря на то, что по другим параметрам оно имеет несомненные преимущества. Фактор косозубости приводит к появлению больших осевых усилий, что резко отрицательно сказывается на подшипниках, а также на конструкцию корпуса редуктора. Бороться с этим вредным явлением в настоящее время научились практически в одном направлении - изготавливать передачу в шевронном исполнении. Однако, нетрудно этот путь признать тоже отрицательным, так как колеса с зацеплением Новикова должны иметь достаточную ширину зубчатого венца, обеспечивая осевое

перекрытие, а наличие второго полушеврона еще сильнее увеличивает габариты и вес передачи, что порой является безальтернативным фактором сдерживания. Поэтому настоящая задача является актуальной.

**Цель.** Установить аналитические зависимости и соотношения между основными параметрами передачи и геометро-кинематическими параметрами зацепления зубьев цилиндрических передач Новикова с арочной формой.

**Решение.** Для решения поставленной задачи, прежде всего, введем две неподвижные ортогональные системы осей координат  $O_1x_1y_1z_1$  и  $O_2x_2y_2z_2$ . Оси  $z_1$  и  $z_2$  являются осями вращения зубчатых колес, оси  $y_1$  и  $y_2$  совпадают между собой по направлению и находятся в плоскости, определенной осями  $z_1$  и  $z_2$ . Расстояние между осями вращения обозначено через  $a_w$  (рис 1).

Формулы связи между координатами некоторой произвольной точки в первой и второй системе координат могут быть выражены следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 & x_1 &= x_2 \\y_2 &= y_1 - a_w & y_1 &= y_2 + a_w \\z_2 &= z_1 & z_1 &= z_2\end{aligned} \tag{1}$$

Введем еще две подвижные системы координат  $O_1x_{11}y_{11}z_{11}$  и  $O_2x_{22}y_{22}z_{22}$ , жестко связанные с вращающимися колесами (рис.1) таким образом, что оси  $z_{11}$  и  $z_{22}$  совпадают соответственно с  $z_1$  и  $z_2$ , а оси  $x_{11}$  и  $y_{11}$  составляют с осями  $x_1$  и  $y_1$  соответственно угол поворота ведущей шестерни  $\varphi_1$ , из предположения, что она вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ .

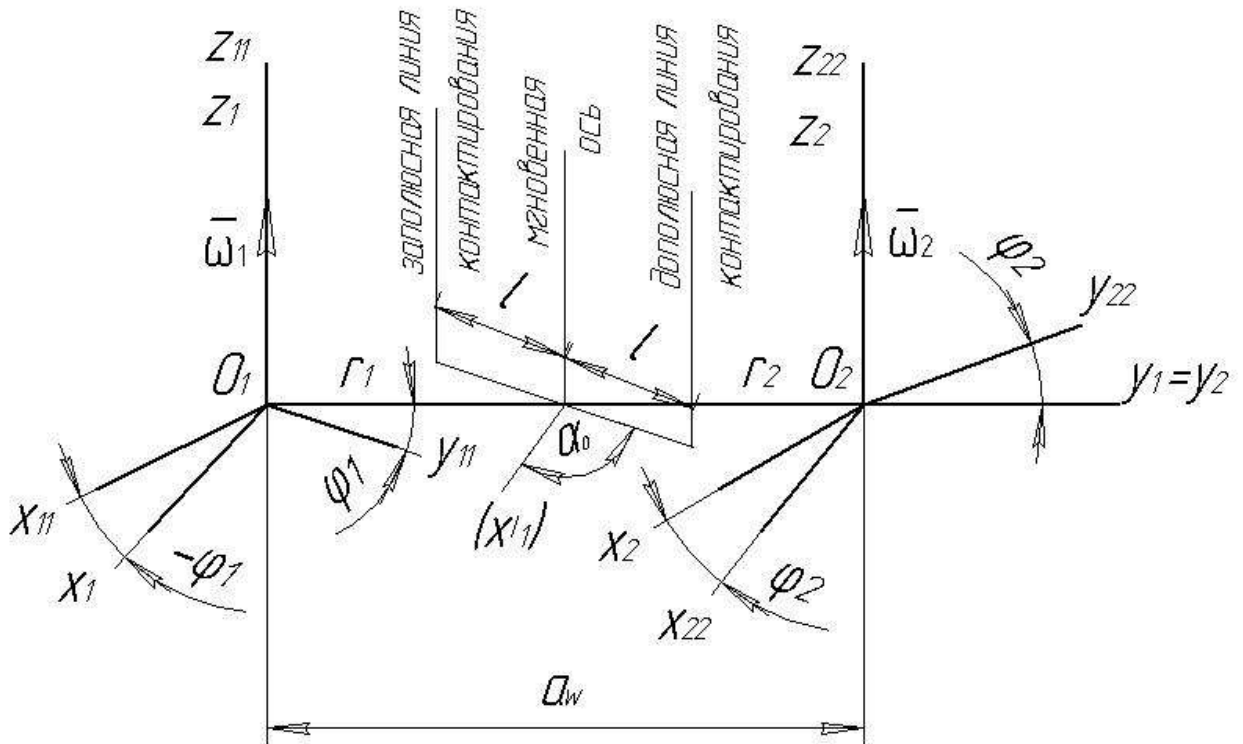


рис.1

Тогда будем иметь

$$\varphi_1 = \omega_1 t \quad \varphi_2 = \omega_2 t \quad u_{21} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}, \quad (2)$$

где  $\varphi_2$  - угол поворота ведомого колеса,

$\omega_2$  - угловая скорость ведомого колеса,

$t$  - текущее время,

$u_{21}$  - передаточное число.

Формулы связи между системами координат  $O_1x_1y_1z_1$  и  $O_1x_{11}y_{11}z_{11}$ , а также

$O_2x_2y_2z_2$  и  $O_2x_{22}y_{22}z_{22}$  имеют вид:

$$\begin{aligned} x_{11} &= x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1 & x_1 &= x_{11} \cos \varphi_1 - y_{11} \sin \varphi_1 \\ y_{11} &= y_1 \cos \varphi_1 - x_1 \sin \varphi_1 & y_1 &= y_{11} \cos \varphi_1 + x_{11} \sin \varphi_1 \\ z_{11} &= z_1 & z_1 &= z_{11} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
x_{22} &= x_2 \cos \varphi_1 + y_2 \sin \varphi_1 & x_2 &= x_{22} \cos \varphi_1 - y_{22} \sin \varphi_1 \\
y_{22} &= y_2 \cos \varphi_1 - x_2 \sin \varphi_1 & y_2 &= y_{22} \cos \varphi_1 + x_{22} \sin \varphi_1 \\
z_{22} &= z_2 & z_2 &= z_{22}
\end{aligned} \quad (4)$$

Мгновенная ось относительного вращения параллельна осям вращения колес, лежит в их плоскости и делит межосевое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям.

Предположим далее, что рассматривается дозаполюзное зацепление, при котором имеют место две линии зацепления - дозаполюзная и зазаполюзная, расположенные в одной плоскости с мгновенной осью вращения, параллельно ей и находящиеся от нее на расстоянии  $l$ . Это дает основание записать уравнения этих линий в неподвижном пространстве:

а) дозаполюзная линия для системы координат  $O_1x_1y_1z_1$

$$x_1 = l \cos \alpha_\partial \quad y_1 = r_1 + l \sin \alpha_\partial$$

дозаполюзная линия для системы координат  $O_2x_2y_2z_2$ :

$$x_2 = l \cos \alpha_\partial \quad y_2 = -r_2 + l \sin \alpha_\partial$$

б) зазаполюзная линия для системы координат  $O_1x_1y_1z_1$

$$x_1 = -l \cos \alpha_\partial \quad y_1 = r_1 - l \sin \alpha_\partial$$

зазаполюзная линия для системы координат  $O_2x_2y_2z_2$ :

$$x_2 = -l \cos \alpha_\partial \quad y_2 = -r_2 - l \sin \alpha_\partial$$

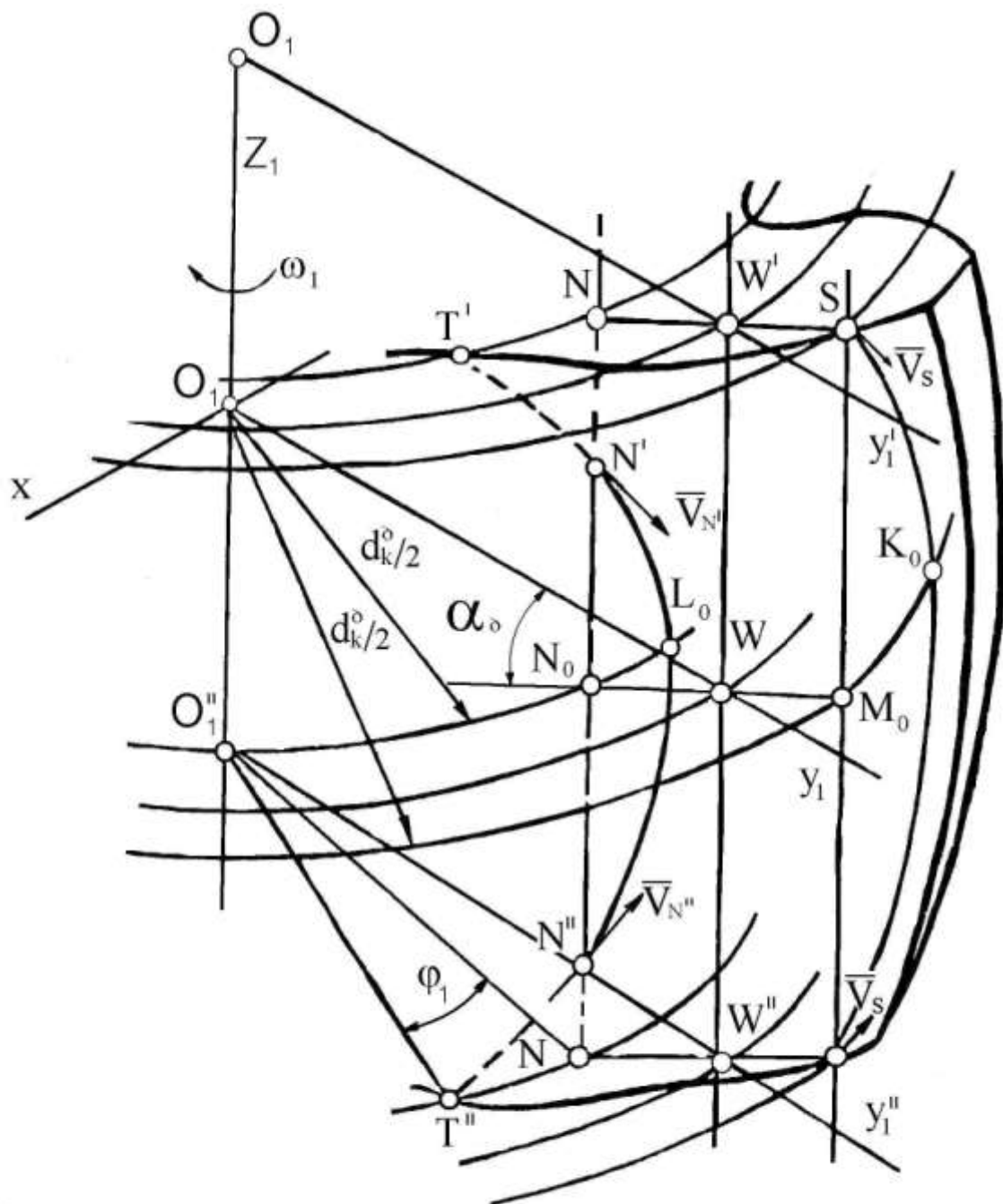


рис.2

В приведенных выражениях  $l$  - полюсное смещение,  $\alpha_0$  - угол давления.

Если теперь осуществить нарезание зубьев резцовой головкой, то окажется, что последняя будет пересекаться линиями зацепления  $NN$  и  $SS$

каждая в двух точках, которые в неподвижной системе координат движутся навстречу друг другу  $N' \leftrightarrow N''$  и  $S \leftrightarrow S'$ . Образовавшийся при этом зуб приобретает арочную форму (рис.2).

Сказанное позволяет записать уравнения движения точки зацепления в неподвижной системе координат  $O_1x_1y_1z_1$  и  $O_2x_2y_2z_2$  соответственно:

а) доплюсовая линия:

$$\begin{aligned} x_1 &= l \cos \alpha_\partial \\ y_1 &= r_1 + l \sin \alpha_\partial \\ z_1 &= \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= l \cos \alpha_\partial \\ y_2 &= -r_2 + l \sin \alpha_\partial \\ z_2 &= \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1} \end{aligned} \quad (6)$$

б) запллюсовая линия:

$$\begin{aligned} x_1 &= -l \cos \alpha_\partial \\ y_1 &= r_1 - l \sin \alpha_\partial \\ z_1 &= \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= -l \cos \alpha_\partial \\ y_2 &= -r_2 - l \sin \alpha_\partial \\ z_2 &= \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^\partial}{2} \varphi_1} \end{aligned} \quad (8)$$

В выражениях (5), (6), (7) и (8) для обеспечения равномерного вращения зубчатых колес аппликата  $z$  по фазе зацепления должна быть переменная, а, следовательно, и волновой параметр  $p_1$  должен быть переменной величиной.

Если теперь подставить параметрические уравнения линии зацепления в неподвижной системе осей координат  $O_1x_1y_1z_1$  (5) в формулы связи

координат, то получим параметрические уравнения контактной линии во вращающейся системе координат  $O_1x_{11}y_{11}z_{11}$ , связанной с ведущей шестерней

$$\begin{aligned}x_{11} &= l \cos \alpha_{\partial} \cos(-\varphi_1) + (r_1 + l \sin \alpha_{\partial}) \sin(-\varphi_1) \\y_{11} &= (r_1 + l \sin \alpha_{\partial}) \cos(-\varphi_1) - l \cos \alpha_{\partial} \sin(-\varphi_1) \\z_{11} &= p_1 \varphi_1 = \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1}\end{aligned}\quad (9)$$

Окончательный вид уравнений вращающейся контактной линии будет следующий:

$$\begin{aligned}x_{11} &= l \cos \alpha_{\partial} \cos(\varphi_1) - (r_1 + l \sin \alpha_{\partial}) \sin(\varphi_1) \\y_{11} &= (r_1 + l \sin \alpha_{\partial}) \cos(\varphi_1) + l \cos \alpha_{\partial} \sin(\varphi_1) \\z_{11} &= \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1}\end{aligned}\quad (10)$$

Диаметр цилиндра  $d_k^{\partial}$ , на котором располагается контактная линия, определяется из условия, что при  $\varphi_1 = 0$  (10) примут вид:

$$x_{11} = l \cos \alpha_{\partial} \quad y_{11} = r_1 + l \sin \alpha_{\partial} \quad z_{11} = 0$$

Тогда

$$d_k^{\partial} = 2\sqrt{l^2 \cos^2 \alpha_{\partial} + (r_1 + l \sin \alpha_{\partial})^2}\quad (11)$$

Как видим, из (11), размеры диаметра для точечного зацепления не зависят от вида исполнения зубьев, но зависят от вида исходного контура.

Из (10) нетрудно найти проекции скорости точки зацепления при движении ее по доплосной линии шестерни. Эти проекции равны соответствующим первым частным производным от уравнений движения (10):

$$\begin{aligned}
V_{x_{11}} &= \frac{\partial x_{11}}{\partial \varphi_1} = -l \cos \alpha_{\partial} \sin \varphi_1 - \mathbf{r}_1 + l \sin \alpha_{\partial} \bar{c} \cos \varphi_1 \\
V_{y_{11}} &= \frac{\partial y_{11}}{\partial \varphi_1} = -\mathbf{r}_1 + l \sin \alpha_{\partial} \bar{s} \sin \varphi_1 + l \cos \alpha_{\partial} \cos \varphi_1 \\
V_{z_{11}} &= \frac{\partial z_{11}}{\partial \varphi_1} = \pm p_1 \sqrt{\left(2R_u - \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1\right) \frac{d_k^{\partial}}{2} \varphi_1}
\end{aligned} \tag{12}$$

**Выводы:** Полученные результаты позволяют находить, в каждом случае, конкретные соотношения между размерами зубчатого колеса с точечным зацеплением в зависимости от формы зубьев. Анализ соотношений показывает, что при нарезании зубьев резцовыми головками последние приобретают форму арки, причем, формой арки можно управлять. Возникающее скольжение в зоне срединной плоскости значительно больше по величине, чем качение, в указанных условиях и оказывает заметное влияние на потери в зацеплении и износ зубьев. При изготовлении цилиндрических зубчатых колес с зацеплением Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев рекомендуется эту зону удалять. Высокая скорость движения точек контакта для арочных зубьев оказывает существенное влияние на размеры мгновенного пятна контакта. Этот факт необходимо учитывать в расчетах напряженно-деформированного состояния, а именно при выборе граничных условий, которые включают в себя распределение нагрузки по пятну. Зубья имеют винтовое расположение с винтовым параметром переменным по фазе зацепления. В силу этого арочные передачи, надо полагать, легко возбудимы в движении к повышенной динамике. Этот вывод усиливается еще и тем, что в арочных передачах по фазе переменный шаг зацепления и осевое смещение доплюсной и заплуюсной точек контакта