

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д.т.н., **В.А. БЕРЕЖНОЙ**, асп., г. Харьков, НТУ
«ХПИ»

К ВОПРОСУ О ПОВЫШЕНИИ КАЧЕСТВА РАБОТЫ ПРЯМОЗУБОЙ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ

Stress strain states of spur gears are studied. Calculation method of pinion stress strain state is discussed. Dependency graphs of tooth stress strain states with different width of gear from orifice diameter of modification gears tooth are obtained.

Постановка проблемы в общем виде и её связь с научным заданием.

В процессе проектирования зубчатых передач всё чаще возникает необходимость в использовании наиболее совершенных методов их расчёта, по возможности, более полно отражающие условия работы, конструкцию зубчатых колёс, геометрию зубьев, упругие характеристики материалов и т. д. . Всё это диктуется постоянным стремлением к увеличению долговечности и уменьшения веса машин в целом при одновременном улучшении качества их эксплуатационных показателей. Поэтому разработка теоретических основ и практических алгоритмов расчёта НДС должна опираться на более совершенные математические модели [2, 4]. В первую очередь дальнейшие исследования должны быть ориентированы на создание новых и по возможности усовершенствования существующих методик расчета зубчатых колес на прочность. Они должны охватывать вопросы, связанные с объемным напряженно-деформированным состоянием зубьев эвольвентных цилиндрических колес в различном их исполнении [5].

Постановка задачи.

Обобщение результатов исследований в области определения напряженно-деформированного состояния эвольвентных зубчатых передач в

прямозубом исполнении позволяет сделать вывод о перспективности использования последних в силу присущих им достоинств.

В данной работе делается попытка повлиять на напряженно-деформированное состояние эвольвентного прямозубого колеса, путём изменения конструктивных параметров зубчатого колеса [4], т. е. сделано отверстие вдоль оси зуба на незначительном расстоянии от корня зуба Рис.4 и проведена сравнительная оценка объемного напряженно-деформированного состояния зубьев.

Исследование проблемы и обоснование результатов.

Одним из наиболее эффективных численных методов решения краевых задач и исследования проблем прочности является метод конечных элементов. На современном этапе развития вычислительной техники и вариационных методов стало возможным применить, с достаточно высокой точностью, метод конечных элементов для расчета объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес [3]. Объясняется это, с одной стороны его инвариантностью по отношению к геометрии конструкции и механическим характеристикам материалов, простотой учета взаимодействия конструкций с внешней средой (механические нагрузки, граничные условия и т. д.), с другой стороны высокой степенью приспособленности к автоматизации всех этапов расчёта, наличием многочисленных прикладных комплексов программ.

В данной работе успешно используется конечно–элементный программный комплекс COSMOS, который вместе с пакетом адаптированных к нему программ успешно решает задачи: определения параметров зубчатого зацепления и характеристик нагружения; построения геометрии зубчатого колеса по методике, изложенной в работе [1]; дискретизации полученной геометрической модели; объединения групп узлов в конечные элементы с наиболее удачными аппроксимирующими свойствами; построение матрицы жесткости и вектора компонент прилагаемой нагрузки с жестким соблюдением физических свойств реального зубчатого колеса; реализация

граничных условий, построение разрешающих систем уравнений; наглядное графическое и табличное отображение получаемых результатов с возможностью их последующего уточнения в автоматическом режиме.

С учетом выше приведенного, расчетная математическая модель принята в виде зубчатого колеса Рис.1. Такой подход позволил решить задачу определения объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес.

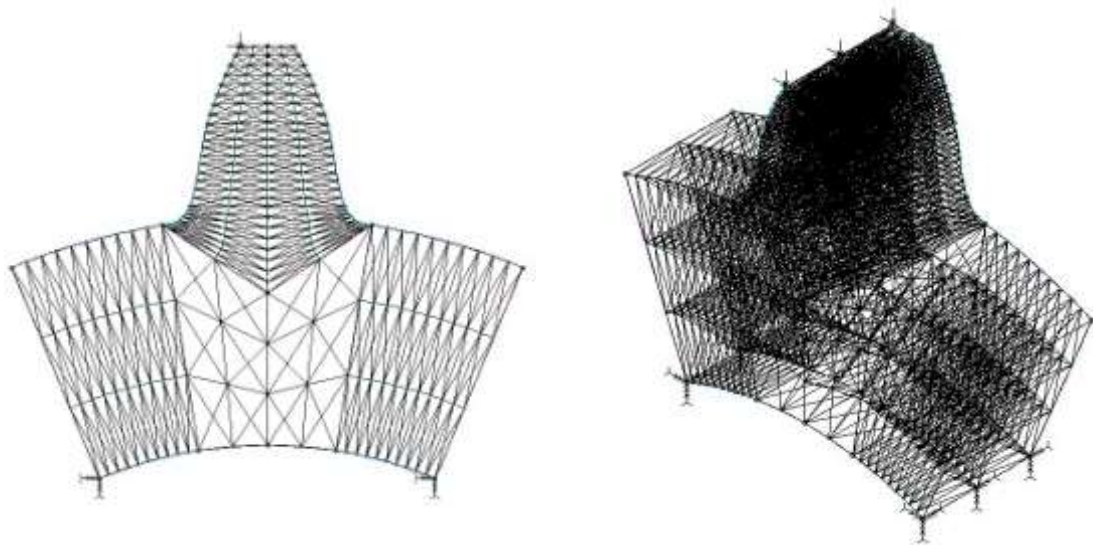


Рис.1. Конечно-элементная модель эвольвентного прямозубого колеса в плоском и объёмном виде без отверстия.

Для дискретизации модели зубчатого колеса выбран трёхмерный тетраэдральный элемент с десятью узлами Рис.2, поскольку он наиболее точно может описывать сложную геометрию зубьев эвольвентных колёс, и при простоте задания, как показали предварительные исследования, имеет хорошую точность получаемых результатов. В пределах данного элемента линейное поле перемещений зададим в виде полинома 2-й степени:

$$U_i(x, y, z) = a_{1i} + a_{2i}x + a_{3i}y + a_{4i}z + a_{5i}xy + a_{6i}yz + a_{7i}xz + a_{8i}x^2 + a_{9i}y^2 + a_{10i}z^2 \quad (1)$$

где $U_i(x, y, z)$ – вектор перемещений, и где $a_{1i} \dots a_{10i}$ – произвольные постоянные.

В методе конечных элементов принимается допущение, согласно которому перемещения всех точек элемента однозначно определяются его узловыми перемещениями [3].

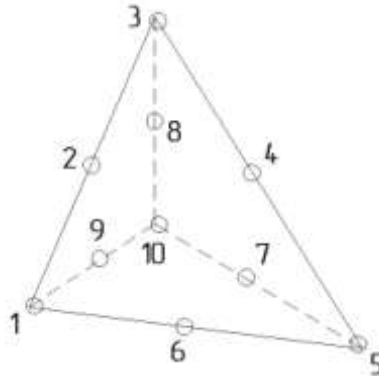


Рис.2 Тетраэдральный 10-ти узловый конечный элемент.

Исходный функционал метода конечных элементов к задачам определения напряжённо-деформированного состояния зубьев зубчатых колёс имеет вид:

$$\delta U = \frac{1}{2} \iiint_V E^T \sigma^* dV - \left(\iiint_V U^T F^* dV + \iint_{S_F} U^T P^* dS \right) \quad (2)$$

где U – вектор упругих перемещений, E – тензор деформации, σ – тензор напряжений, V – исследуемая упругая область, S_F – площадь приложения нагрузки, P – интенсивность распределения нагрузки на зуб, «Т» - индекс обозначает операцию транспонирования.

Предполагается, что в конечно-элементной модели эвольвентного зубчатого колеса Рис.1. реализованы смешанные граничные условия. В этой связи предполагается, что зубчатое колесо жестко заделано по цилиндрической поверхности отверстия под вал (область q), т.е. выполняется условие:

$$U_{q, y, z} = 0$$

(3)

где $U_q = \{u, v, w\}^T$ - вектор упругих перемещений любой точки поверхности цилиндрического отверстия.

Далее предполагается, что в узлах элементов заданы величина и характер прилагаемой нагрузки, возникают нормальные напряжения пропорциональные нагрузке (область F). Следует особо подчеркнуть, что с целью универсализации полученных результатов, модуль m принят равный 1 мм, а величина прилагаемой нагрузки F_i равная 1 кг/мм [5].

Разрешающее уравнение статического анализа, из которого определяют величины узловых перемещений, записывается в следующем виде:

$$K \cdot U = F \quad (4)$$

где K - матрица жёсткости, U - вектор перемещений, F - вектор сосредоточенных сил.

За основу приняты следующие физические параметры: модуль упругости $E=2.06 \cdot 10^{11}$ Па, модуль упругости второго рода $G=7.92 \cdot 10^{10}$ Па, удельный вес $\rho = 7.75$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0.28$, как наиболее полно отвечающие истинному состоянию зубчатого колеса.

Первым этапом решения поставленной задачи – есть оценка объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес без отверстия [2, 5]. Исследуется влияние ширины зуба на напряжённое состояние колеса, при этом ширина зубчатого венца b изменяется от $b=1m$ до $b=6m$. Расчёты ведутся для различного количества зубьев от $z=14$ до $z=40$. Результаты представлены на Рис.3 в виде графика зависимости максимальных напряжений от толщины колеса.

Из графика видно, что максимальные напряжения зависят, но незначительно от ширины зубчатого венца. С увеличением b колеса напряжения падают, хотя затем, двигаясь вдоль ширины венца, наступает процесс выравнивания максимальных напряжений.

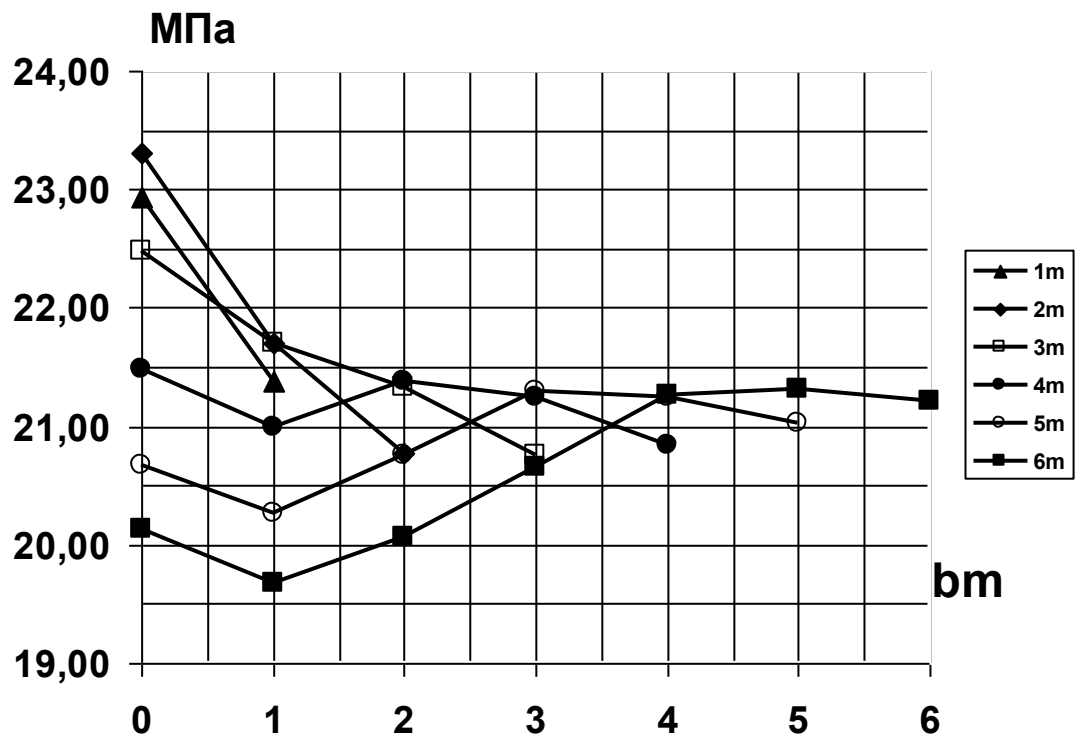


Рис.3 Максимальные напряжения на растянутой стороне зубьев прямозубых колёс $z = 20, \alpha = 20^\circ, \xi = 0$.

Вторым этапом решения нашей задачи является расчёт объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес с отверстием радиус которого равен $R_{\text{отв}}=0.5\text{м}$, а центр отверстия находится на радиусе впадин $R_{\text{вп}}= 0.00875\text{м}$. Расчёты по-прежнему ведутся для различного количества зубьев от $z=14$ до $z=40$, при варьировании ширины зубчатого венца от $b=1\text{м}$ до $b=6\text{м}$.

Расчетная конечно-элементная модель изображена на Рис.4.

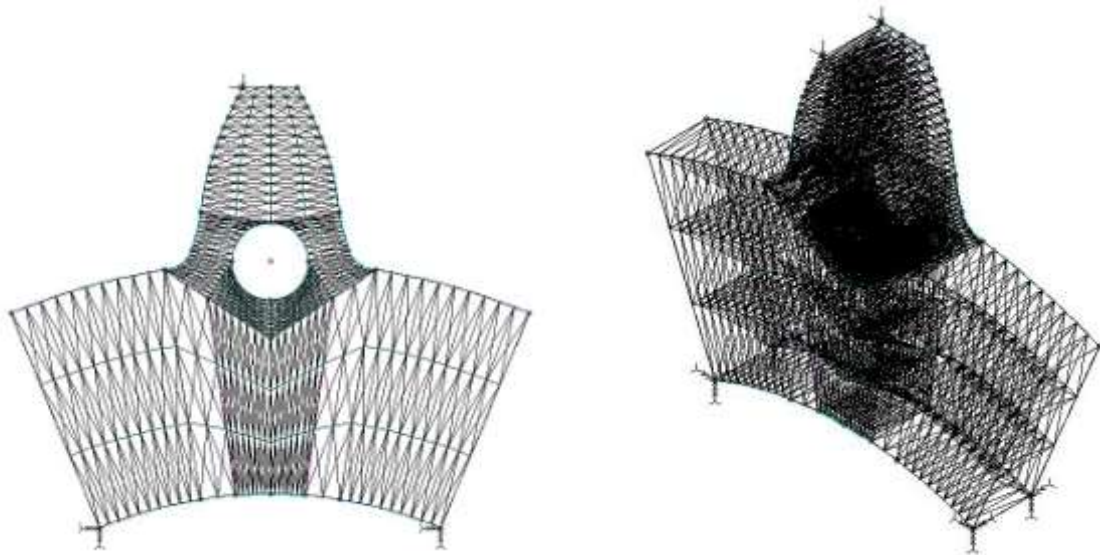


Рис.4 Конечно-элементная модель прямозубого колеса в плоском и объёмном виде с отверстием $R_{\text{ОТВ}}=0.5\text{м}$, с центром на $R_{\text{ВП}}=0.00875\text{м}$, при $z = 20, \alpha = 20^\circ, \xi = 0$.

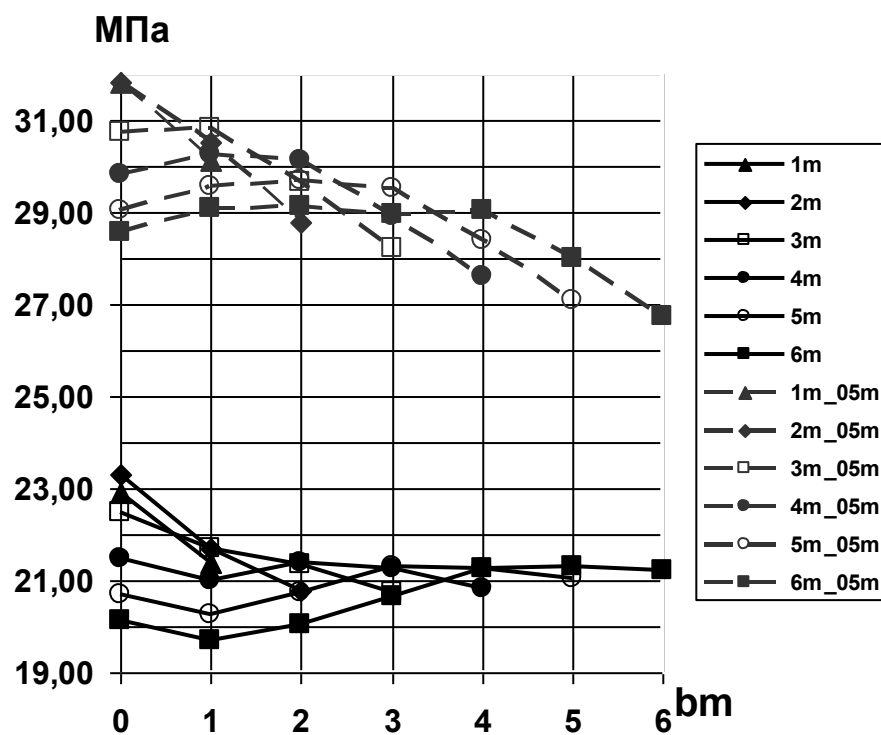


Рис.5 Максимальные напряжения на растянутой стороне зубьев прямозубых колёс $z = 20, \alpha = 20^\circ, \xi = 0$, с отверстием $R_{\text{ОТВ}}=0.5\text{м}$.

График зависимости максимальных напряжений от ширины зубчатого венца без отверстия и с отверстием $R_{\text{ОТВ}}=0.5\text{м}$ изображён на Рис.5

Из Рис.5 видно, что в модели с $R_{\text{отв}}=0.5\text{m}$, максимальные напряжения увеличились, по сравнению с такой же конечно-элементной моделью, но без отверстия. Форма и вид кривых как показывает график остаются прежними.

Третьим этапом решения нашей задачи является расчёт объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес с отверстием радиус которого меньше вдвое предыдущего и равен $R_{\text{отв}}=0.25\text{m}$ Рис.6., центр отверстия $R_{\text{ВП}}= 0.00875\text{m}$. Оценка напряжённого состояния ведётся для зубьев с количеством от $z=14$ до $z=40$, при ширине венца от $b=1\text{m}$ до $b=6\text{m}$ Рис.7.

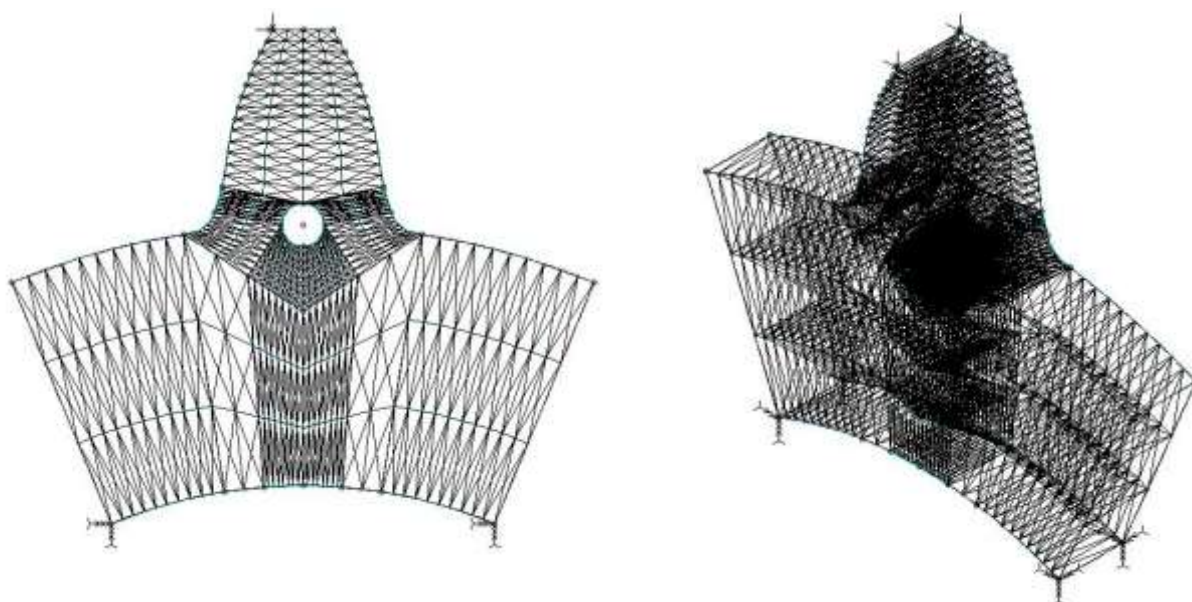


Рис.6 Конечно-элементная модель прямозубого колеса в плоском и объёмном виде с отверстием $R_{\text{отв}}=0.25\text{m}$, с центром на $R_{\text{ВП}}= 0.00875\text{m}$, при $z = 20, \alpha = 20^\circ, \xi = 0$.

Выводы и перспективы дальнейшего исследования.

Приведённые выше результаты убедительно свидетельствуют о том, что кроме известных модификаций прямозубых колёс могут иметь место ещё и другие, всё зависит от того какая ставится задача, какой желательно получить результат. В нашем случае показано, что при выполнении эвольвентного прямозубого колеса с отверстием вдоль зуба, напряжения изгиба у корня изменяют напряжённое состояние в сторону ухудшения.

Однако при распределении нагрузки вдоль зубьев и изучении динамического состояния зубчатой системы жёсткость начинает играть решающую роль, поэтому наши исследования показывают, что в некоторых случаях можно поступившись напряжённым состоянием довести жёсткость до нужной величины.

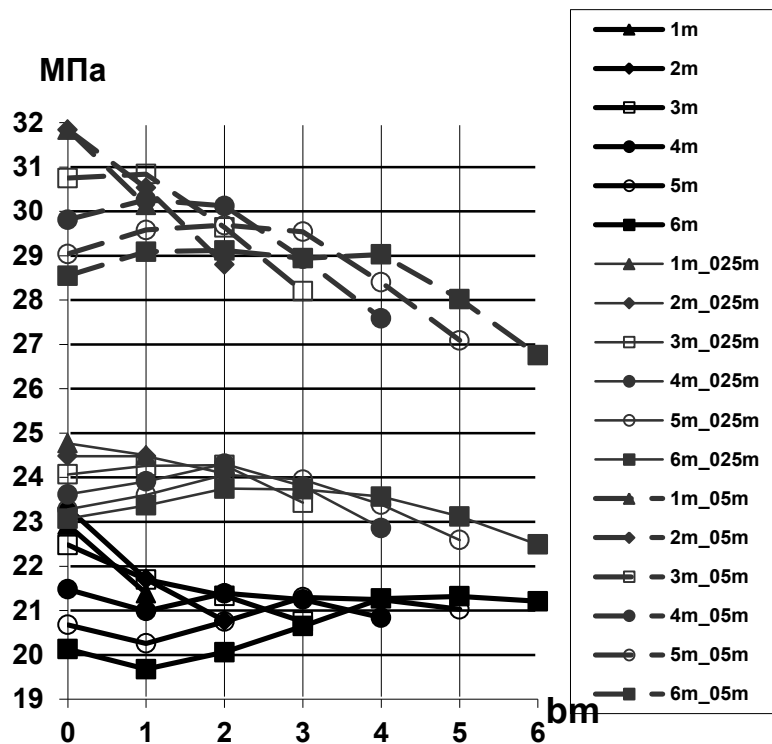


Рис.7 Максимальные напряжения на растянутой стороне зубьев прямозубых колёс $z = 20, \alpha = 20^{\circ}, \xi = 0$, с отверстием $R_{\text{отв}}=0.25m$.

Список литературы: 1. Александров А.И. Артёменко Н.П. Костюк Д.И. Цилиндрические зубчатые колёса. Издательство ХГУ им. Горького, Харьков, 1956, с.318. 2. Устиненко В.Л. Напряжённое состояние зубьев цилиндрических прямозубых колёс. Машиностроение, Москва, 1972, с.91. 3. Ерёменко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. Издательство «Основа» при ХГУ, Харьков, 1991, с.272. 4. Сухоруков Ю.Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колёс. Издательство «Техника», Киев, 1992, с.200. 5. Кириченко А.Ф. Шевченко Р.И. К вопросу расчёта объёмного напряжённо-деформируемого состояния зубьев эвольвентных зубчатых передач методом конечных элементов. // Вісник СУДУ. – Луганськ: СУДУ. – 1999. №3(18) – с.117-119.