

О.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., проф., Харків, ХУПС ім. І. Кожедуба

## КІНЕМАТИКА І ГЕОМЕТРІЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС СИЛОВИХ ТРИХВИЛЬОВИХ ПЕРЕДАЧ

*The analysis of the kinematics and geometrical parameters of the three – wave tooth gearing.*

Як відомо, різниця чисел зубів гнучкого і жорсткого коліс приймається кратною числу хвиль хвильової передачі. У загальному виді можна записати:

$$z_{\text{ж}} - z_{\text{г}} = kz \cdot n, \quad (1)$$

де  $z_{\text{ж}}$  - число зубів жорсткого колеса,  $z_{\text{г}}$  - число зубів гнучкого колеса,  $n$  - число хвиль,  $kz = 1, 2, 3$ . З умови мінімізації деформації гнучкого колеса найчастіше застосовують  $kz = 1$ . Тоді для трихвильової передачі в загальному випадку  $z_{\text{ж}} - z_{\text{г}} = 3$ .

Щоб визначити передатне відношення хвильової передачі, застосуємо метод звертання руху (метод Вілліса), тобто повідомимо всій системі кутову швидкість, зворотну і чисельно рівну кутовій швидкості генератора ( $\omega_H$ ). Тоді генератор стане нерухомим, а передатне відношення отриманого приведенного механізму визначиться по формулі:

$$i_{\Gamma\text{Ж}}^H = \frac{\omega_{\Gamma} - \omega_H}{\omega_{\text{ж}} - \omega_H} = \frac{Z_{\text{ж}}}{Z_{\text{г}}} \quad (2)$$

При зупиненому жорсткому колесі, що найчастіше використовується на практиці, маємо:

$$i_{\text{НГ}}^{\text{ж}} = \frac{1}{1 - i_{\Gamma\text{Ж}}^H} = -\frac{Z_{\Gamma}}{Z_{\text{ж}} - Z_{\Gamma}} \quad (3)$$

Знак "-" перед вираженням передатного відношення означає, що генератор хвиль і гнучке колесо обертаються в різні сторони. При зупиненому гнучкому колесі з вираження (2) одержимо:

$$i_{HЖ}^Г = \frac{1}{1 - i_{ЖГ}^H} = \frac{Z_{Ж}}{Z_{Ж} - Z_{Г}} \quad (4)$$

З вираження (4) випливає, що генератор хвиль і жорстке колесо обертаються в одну сторону.

Кінематику зубів у ХЗП найбільшою мірою задовольняють кругові профілі. Однак, вони складні для виробництва, тому й у нас в країні, і за рубежом прийнятий евольвентний профіль, який у достатньому ступені відповідає умовам хвильового зачеплення, а також дозволяє використовувати для нарізки зубів стандартний інструмент (черв'ячні фрези і довб'яки). Звичайно зубчасті гнучкі колеса нарізуються в недеформованому стані на оправленні, потім, після остаточної обробки, внутрішня поверхня гнучких коліс покривається полімерним матеріалом.

Нижче приводиться методика вибору геометричних параметрів зубчастого зачеплення трихвильової передачі з урахуванням просторової картини зачеплення і піддатливості ланок під навантаженням.

Вихідний контур вибирається за ДСТ 13755-68, ДСТ 9587-68, кут вихідного контуру  $\alpha = 20^\circ$ , коефіцієнт радіального зазору  $c^* = 0,25$  чи  $c^* = 0,35$  (для модуля  $m < 1$  мм) за ДСТ 9587-68.

Різниця чисел зубів дорівнює 3 (при  $kz=1$ ). Форма серединної поверхні деформування двошарового гнучкого колеса відповідає кулачковому (примусова деформація) чи дисковому (напівпримусова деформація) генератору хвиль, причому для цих генераторів застосовується однакове зачеплення.

При кожній величині відносної радіальної деформації  $W_0 / m$ , де  $W_0$  - початкова радіальна деформація, мінімальний коефіцієнт зсуву  $X$  обмежується інтерференцією вершин зубів на вході в зачеплення, максимальний - інтерференцією перехідної кривої западини з вершиною

зуба. З урахуванням зазначених обмежень коефіцієнти зсуву гнучкого і жорсткого коліс визначаються по формулах [6]:

$$X_{\Gamma} = \frac{1,35 - \frac{W_0}{m}}{\frac{0,86}{\sqrt[3]{Z_{\Gamma}}} - 0,04}, \quad X_{\text{ж}} = X_{\Gamma} + \left( \frac{W_0}{m} - 1 \right) \quad (5)$$

На практиці звичайно застосовують

$$\frac{W_0}{m} = 0,8 \dots 1,5 \quad (6)$$

Від величини  $W_0$  залежать навантажувальна здатність, рівень напруг у гнучкому двошаровому колесі і якість зачеплення ХЗП. Для трихвильових передач рекомендується приймати:

$$\frac{W_0}{m} = 1,1 \dots 1,15 \quad (7)$$

Вплив глибини заходу зубів  $hd$  на працездатність ХЗП багато в чому аналогічний впливу величини  $W_0$ : зі збільшенням  $hd$  збільшується навантажувальна здатність передачі, але при цьому збільшується і рівень напруг у двошаровому гнучкому колесі. Звичайно приймають  $hd = (1 \dots 2)m$ . Зменшення глибини заходу приводить до зниження граничного значення обертового моменту на введомій ланці передачі  $M_{\text{пр}}$ , при якому відбувається "проклацування" зубів і введома ланка практично зупиняється.

На рис. 1 показана залежність відношення граничного моменту  $M_{\text{пр}}$  до номінального моменту  $M$  передачі від величини  $\Delta hd$  зменшення глибини заходу зубів стосовно вихідного контуру, котра для цієї передачі дорівнювала  $1,25 m$ . Видно, що, починаючи з  $\Delta hd = 0,2 m$ , величина  $\Delta M_{\text{пр}} / M$  починає знижуватися особливо інтенсивно і при  $\Delta hd > 0,4 m$  "проклацування" може виникнути вже при номінальному навантаженні на передачу.

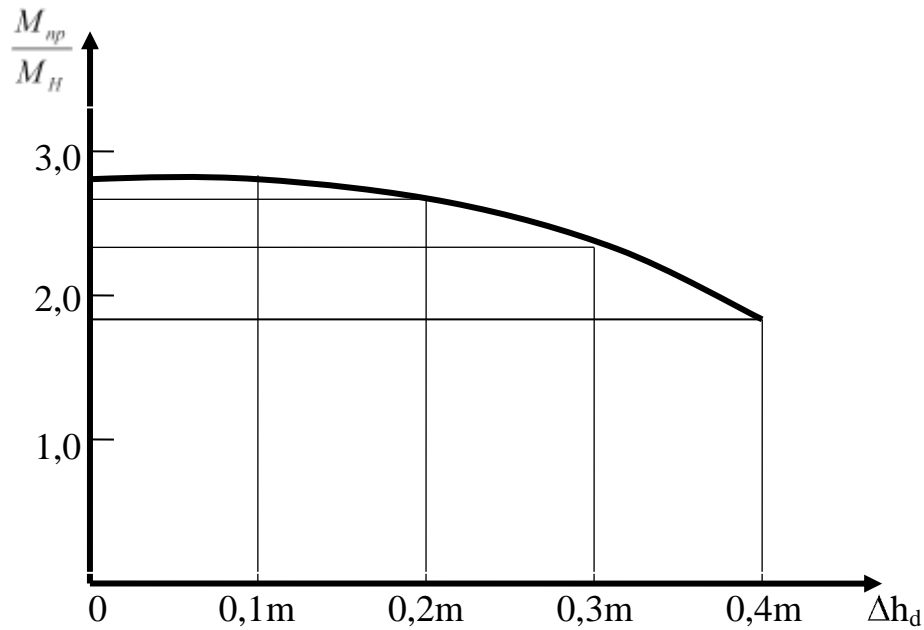


Рис. 1

При цьому висота зубів гнучкого колеса:

$$h = (c^* + h_d) m = (1,25 \dots 2,35) m \quad (8)$$

Максимально можлива глибина заходу зубів:

$$\frac{h_d}{m} = 3,3 \frac{W_0}{m} - 1,72 - (2,3 - 2 \frac{W_0}{m}) \cdot 10^{-3} Z_r \quad (9)$$

Якщо по залежності (9) виходить  $\frac{h_d}{m} > 2h_a^*$ , для подальших розрахунків варто приймати  $\frac{h_d}{m} = 2h_a^*$ . Якщо  $\frac{h_d}{m} < 1$ , то для силових передач необхідно збільшити  $W_0 / m$ , щоб витримати умову  $\frac{h_d}{m} \geq 1$  і знову знайти  $X_g$  і  $X_j$ .

а) Гнучке колесо

Зубчастий вінець нарізується стандартною черв'ячною фрезой.  
Діаметри кіл западин і вершин рівні

$$\begin{aligned}d_{f\Gamma} &= m(z_{\Gamma} - 2h_a^* - 2c^* + 2X_{\Gamma}) \\d_{a\Gamma} &= d_{f\Gamma} + 2\left(\frac{h_d}{m} + c^*\right)m\end{aligned}$$

(10)

При виконанні умови  $1 \leq \frac{h_d}{m} \leq 2h_a^*$  отримані значення  $d_{a\Gamma}$  і  $d_{f\Gamma}$  можна

прийняти за остаточні. Висота зубів гнучкого колеса  $h_{\Gamma} = \frac{h_d}{m} + c^*$ .

При нарізуванні вінця гнучкого колеса довб'яком, у останнього заміряються  $d_{a_0}$  - діаметр окружності вершин,  $X_0$  - зсув вихідного контуру довб'яка. Знаючи  $d_{a_0}$ ,  $X_0$ ,  $Z_0$ , діаметри колеса визначаються із залежностей:

$$\begin{aligned}d_{f\epsilon} &= 2a_{CT} - d_{a_0}, \quad 2a_{CT} = m(z_{\Gamma} - z_0) \frac{-\cos\alpha}{-\cos\alpha_{CT}}, \\inv\alpha_{CT} &= \frac{X_{\Gamma} + X_0}{z_{\Gamma} + z_0} \cdot 2tg\alpha + inv\alpha; \\cos\alpha_{a_0} &= \frac{mz_0 \cos\alpha}{d_{a_0}}\end{aligned}$$

(11)

б) Жорстке колесо

Діаметр кола вершин:

$$d_{a_{жк}} = d_{a\Gamma} + 2\left(\frac{W_0}{m}\right)m - 2\left(\frac{h_d}{m}\right)m = d_{a\Gamma} + 2m\left(\frac{W_0}{m} - \frac{h_d}{m}\right)$$

(12)

Діаметр кола западин залежить від параметрів довб'яка і дорівнює:

$$\begin{aligned}
d_{fжс} &= 2a_{СТ} + d_{a_0}, \\
2a_{СТ} &= m z_{жс} - z_0 \frac{-\cos\alpha}{-\cos\alpha_{СТ}}, \\
inv\alpha_{СТ} &= m \frac{X_{жс} - X_0}{z_{жс} - z_0} \cdot 2tg\alpha + inv\alpha, \\
X_0 &= \frac{d_{a_0}}{2m} - \frac{z_0 - 2h_a^*}{2}
\end{aligned} \tag{13}$$

Число зубів довб'яка береться за ДСТ 10059-62 (див. табл. 1).

Перевіряється наявність радіального зазору між вершинами зуба гнучкого колеса і западиною жорсткого по великій осі генератора:

$$0,5(d_{fжс} - d_{aГ}) - \left( \frac{W_0}{m} \right) m \geq 0,15m \tag{14}$$

Якщо умова (14) не витримується, необхідно вибрати малозношений

довб'як, зменшити глибину заходу  $\frac{h_d}{m}$  зубів чи збільшити величину початкової радіальної деформації  $W_0 / m$ , але при цьому перевірити, чи забезпечується міцність двошарового гнучкого колеса.

Діаметри ділительних  $d$  і основних  $db$  кіл, а також товщини зубів по ділительних колах  $S$  знаходяться по залежностях:

$$\begin{aligned}
d_{ж} &= m z_{ж}; \quad db_{ж} = m z_{ж} \cos\alpha; \\
S &= 0,5 \pi m \pm 2 X_{ж} m tg\alpha,
\end{aligned} \tag{15}$$

де знак „-” відноситься до коліс із внутрішніми зубами.

Контроль товщини визначається, як правило, виміром довжини загальної нормалі чи нормалі по роликах (див. рис.2). Останній спосіб найбільш зручний для передач з  $m < 1$ .

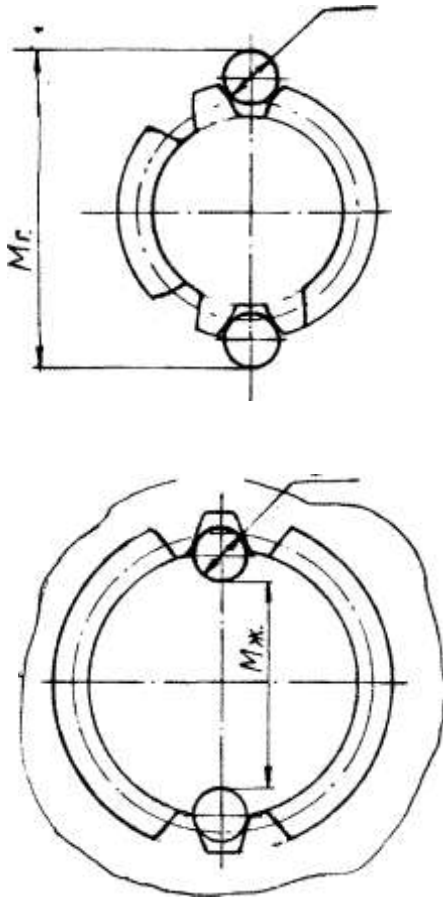


Рис. 2

При парному числі зубів  $Z_{г,ж} > 100$  номінальний розмір по роликах визначається так:

а) для гнучкого колеса

$$M_r = mz_2 \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_D} + D,$$

$$\text{inv}\alpha_D = \frac{D}{d_{br}} + \text{inv}\alpha + \frac{S_r}{d_r} - \frac{\pi}{z_r};$$

(16)

б) для жорсткого колеса

$$M_{жс} = mz_{жс} \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_D} + D,$$

$$\text{inv}\alpha_D = \frac{\pi}{z_{жс}} + \text{inv}\alpha - \frac{S_{жс}}{d_{жс}} - \frac{D}{d_{br}},$$

(17)

де  $\alpha$  – кут вихідного контуру,  $\alpha D$  – кут тиску в точці торкання ролика з профілем зуба (знаходиться по таблиці інволют [6]),  $\text{inv } \alpha$  – евольвентна функція кута  $\alpha$ .

Для трихвильових передач  $\alpha = 200$  і  $\text{inv } \alpha = 0,014904$ .  $D$  – діаметр міряльного ролика, вибирається в межах  $(1,7 \div 2)m$  з набору для виміру різьб: 0,572; 0,796; 1,008; 1,157; 1,302 і т.і. чи за ДСТ 2475-62.

Таблиця 1

Довб'яки дискові прямозубі (за ДСТ 10059-62)

Модуль, мм		Номінальний ділительний діаметр				Коефіцієнт висоти голівки зуба $h_{a_0}$
Ряд		Число зубів, $Z_0$	Діаметр кола виступів $d_{a_0}$	Число зубів, $Z_0$	Діаметр кола виступів $d_{a_0}$	
1	2					
0,15	0,14	286	40,51	-	-	1,35
	0,2	0,18	266	40,40	-	
0,25		0,22	222	40,56	-	
	0,3	0,28	200	40,67	320	
0,4		0,35	182	40,77	290	
	0,5	0,45	160	40,83	256	
0,6		0,55	144	41,25	228	
	0,8	0,7	132	40,60	214	
1,00		0,9	114	41,06	182	
			100	41,33	160	
			90	42,00	144	
		80	41,66	128	65,66	
		72	41,43	116	65,63	
		66	41,60	108	66,80	
		56	41,53	90	65,33	
		50	42,66	80	66,66	
		44	42,60	72	67,80	
		40	43,30	64	67,33	



У формулу (17) значення  $S_{ж}$  варто ставити зі своїм знаком. При великих зсувах вихідного контуру значення виходять зі знаком “ - “, а

значення  $\frac{S_{ж}}{d_{жс}}$  у формулі (17) – позитивне.

Допуск на контрольний розмір  $M$  призначається в тіло зуба. Для колеса з зовнішніми зубами (гнучкого) відхилення  $M_{г}$  варто давати  $h_6$ . Для колеса з внутрішніми зубами (жорсткого) відхилення  $M_{ж}$  призначається  $H_7$ . При виготовленні зубчастих коліс по номіналу  $M_{г}$  і  $M_{ж}$  зачеплення збирається з натягом. При цьому збільшується момент зрушення і знижується к.к.д. Виготовлення зубчастих коліс із граничними відхиленнями  $M_{г} h_6$  і  $M_{ж} H_7$  забезпечує вільне складання зачеплення.

Якщо потрібно виконати передачу з високим к.к.д. чи з великою кутовою швидкістю обертання генератора хвиль, варто призначити допуски на  $M_{г}$  і  $M_{ж}$ , як для звичайних зубчастих коліс, по ступені точності 7С.

**Список літератури:** 1. Белый В.А., Старжинский В.Э., Щербаков С.В. Металлополимерные зубчатые передачи. - Минск: Наука и техника, 1981. - 351 с. 2. Болотин Б.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. -М.: Машиностроение, 1980. - с. 37-49. 3. Волков Д.П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. - К.: Техника, 1976.-216 с. 4. Приймаков А.Г. Гибкие автоматизированные производства и робототехнические комплексы. //Учебное пособие. - Харьков, 1995. - 75 с. 5. Гольденвейзер А.И. Теория упругих тонких оболочек. - М.: Гостехиздат, 1953. - 489 с. 6. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. М.: Высшая школа, 1981. - 186с. 7. Королев В.И. - Упруго-пластические деформации оболочек. - М.: Машиностроение, 1971.-301 с. 8. Приймаков А.Г., Рудницкий В.И. Напряженно-деформированное состояние и усталостная прочность силовых трехволновых передач с металлополимерными гибкими колесами. //Вестник машиностроения, 1984, №6. - с.25-27. 9. Приймаков А.Г. Температурные и усадочные деформации двухслойных гибких колес волновых передач. //Вестник Харьковского политехнического института. Машиностроение, 1982. -с. 64-65. 10. Приймаков А.Г. Расчет деформаций двухслойных гибких колес с применением ЭВМ. //Вестник Харьковского политехнического института. Машиностроение, 1983. - с. 87-88. 11. Приймаков А.Г. Расчет деформированного состояния полимерного слоя гибкого металлополимерного колеса волновой передачи. В кн.: Расчет механизмов и машин. Ростов-на-Дону, 1983. - с.45-50.

